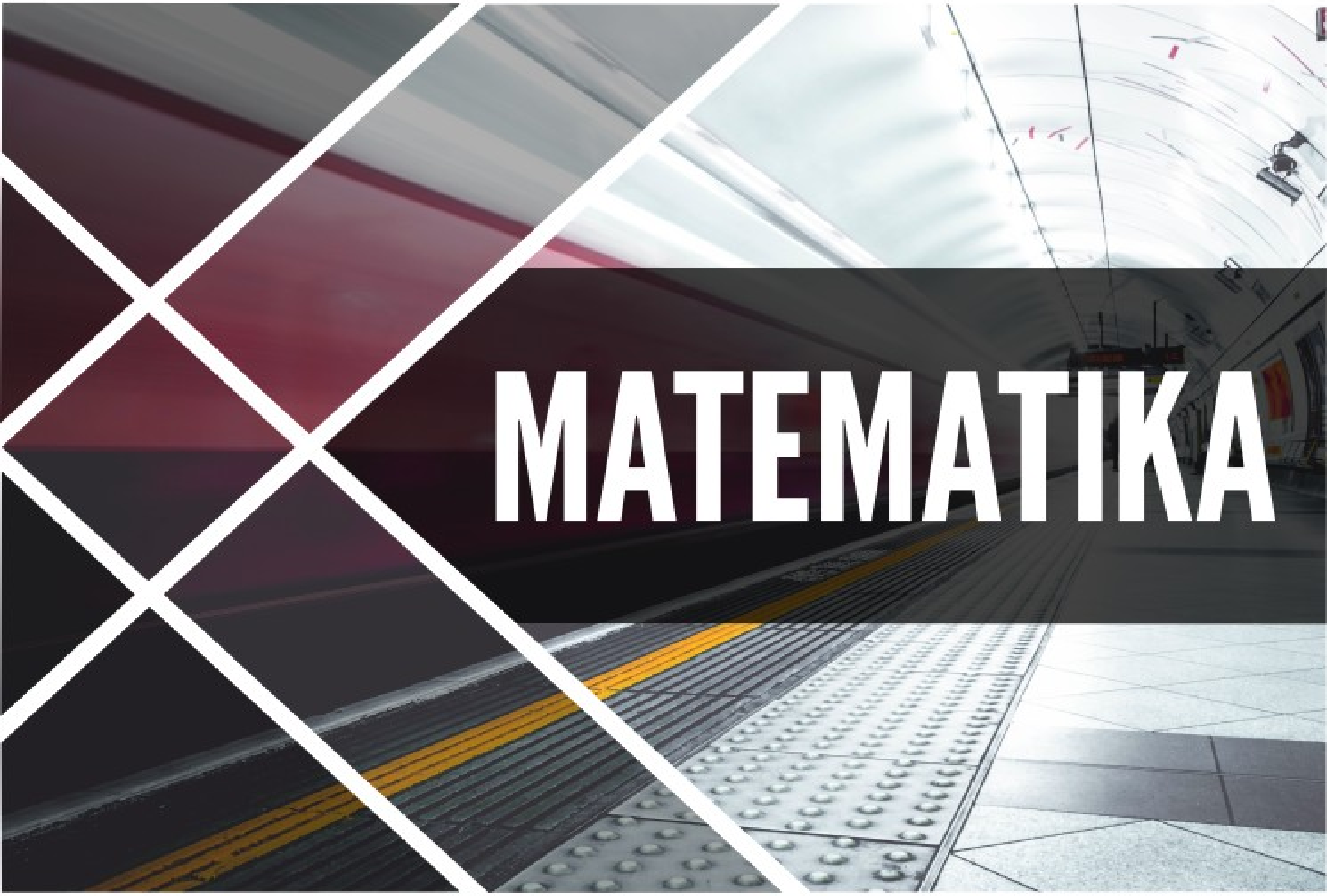
E-Modul

MATEMATIKA



Kelas XII

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas

e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA

Penyusun :

Susilawati, S.Pd

SMAN 2 Rejang Lebong - Bengkulu

Tim Pengembang :

Anim Hadi Susanto, M.Pd

Sukaryadi, S,Pd

Dr. Siswanto, M.Pd

Agus Wahyudi, S.Pd

Andi Prabowo, M.Pd

Heru Suseno, M.Pd

Latif Zamroni, M.Pd

Tri Rusdiono, S.Pd

Suyudi Suhartono, S.Pd

Langgeng Hadi P, ST

I Nyoman Pasek, M.Pd

Ismuji, S.Pd

Titut Ariyanto, M.Pd

Tim Pengembang e-Modul

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA

Dimensi Tiga:
Jarak

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Daftar Isi

Glosarium

- **Bangun Ruang**, bagian ruang yang dibatasi oleh himpunan titik-titik atau garis-garis yang terdapat pada seluruh permukaan bangun tersebut
- **Bidang**; permukaan datar dua dimensi yang dibatasi
- **Bidang Berimpit**; dua buah bidang yang memiliki bidang daerah persekutuan yang sama
- **Bidang Sejajar**; dua buah bidang yang tidak memiliki garis perpotongan
- **Bidang Berpotongan**; dua buah yang tidak sejajar dan tidak memiliki garis persekutuan (garis perpotongan)
- **Garis**; kurva lurus yang tidak memiliki ujung maupun pangkal
- **Garis Berhimpit**; suatu garis terletak pada garis lain atau sebaliknya dan membentuk satu garis lurus
- **Garis Berpotongan**; dua buah garis yang memiliki satu titik persekutuan
- **Garis Bersilangan**; dua buah garis tidak memiliki titik persekutuan, tidak sejajar dan tidak terletak pada bidang yang sama
- **Garis Sejajar**; dua buah garis yang terletak pada satu bidang datar yang tidak akan berpotongan meskipun diperpanjang tanpa batas
- **Hipotenusa**; sisi miring pada segitiga siku-siku
- **Irisan Bidang**; bangun datar yang dibatasi oleh garis-garis potong antara bidang datar dengan sisi-sisi bangun ruang tersebut
- **Proyeksi**; pemetaan suatu daerah secara tegak lurus terhadap daerah lainnya
- **Segmen Garis**; kurva lurus yang mempunyai pangkal dan ujung

- **Sudut**; daerah yang dibentuk oleh dua buah segmen garis yang titik pangkalnya sama

Daftar Isi

Pendahuluan

Selamat, kalian telah menyelesaikan beberapa materi sebelumnya, selanjutnya kalian akan mempelajari materi tentang jarak dalam bangun ruang.

Gambar 1:
Bentuk-bentuk bangun ruang

Sebuah piramida merupakan bentuk representative dari dimensi tiga. Bangun tiga dimensi disebut juga sebagai bangun ruang. Adapaun contoh bangun ruang yang akan dibahas dalam e-Modul ini hanya terbatas pada kubus dan limas.

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Ada beberapa hal yang harus kalian perhatikan ketika membaca e-Modul ini yaitu terkait dengan materi yang akan diajarkan. Diawal pembelajaran akan disampaikan tujuan dan uraian materi yang akan mengulas mengenai jarak dalam bangun ruang.

> Pengukuran jarak pada bangun ruang meliputi:
> - jarak titik ke titik
> - jarak titik ke garis
> - jarak titik ke bidang

Setiap bagian diberikan konsep beserta contoh soalnya. Kemudian untuk latihan diberikan beberapa soal yang akan mengukur kemampuan kalian sampai sejauh mana materi yang dipelajari telah dikuasai oleh kalian. Baru setelah itu kalian dapat melanjutkan ke materi berikutnya.

KOMPETENSI DASAR

Kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi yang hendak dicapai pada materi jarak dalam ruang adalah:

3.1 Mendeskripsikan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)

- 3.1.1 mendeskripsikan jarak antara titik ke titik
- 3.1.2 mendeskripsikan jarak antara titik ke garis
- 3.1.3 mendeskripsikan jarak antara titik ke bidang

4.1 Menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang)

- 4.1.1 menentukan jarak antara titik ke titik
- 4.1.2 menentukan jarak antara titik ke garis
- 4.1.3 menentukan jarak antara titik ke bidang

Jadi diharapkan setelah mempelajari e-Modul ini kalian dapat mendeskripsikan dan menentukan jarak dalam bangun ruang.

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Pembelajaran

Dalam sebuah bangun ruang terdapat beberapa objek pembentuknya. Objek-objek tersebut antara lain titik sudut, rusuk, diagonal bidang, diagonal ruang, bidang sisi, bidang diagonal, dan lain-lain. Tentu antar objek tersebut dapat ditentukan jaraknya. Dan yang dinamakan jarak antara dua objek adalah ukuran terdekat antara dua objek tersebut.

JARAK ANTAR DUA TITIK

Perhatikan gambar di bawah ini!

Banyak garis yang dapat dibuat melalui titik A, tetapi hanya satu garis yang melalui titik B, yaitu garis g. Pada garis g terdapat ruas garis AB. Jarak antara titik A dan titik B ditunjukkan oleh panjang ruas garis AB.

> Jadi jarak antara dua titik adalah panjang ruas garis yang menghubungkan kedua titik tersebut.

Dalam bangun ruang, menentukan jarak titik A dan titik B dapat digunakan teorema Pythagoras bila terkait dengan segitiga siku-siku atau memakai aturan sinus dan cosinus bila tidak terkait dengan segitiga siku-siku.

Contoh:

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm.

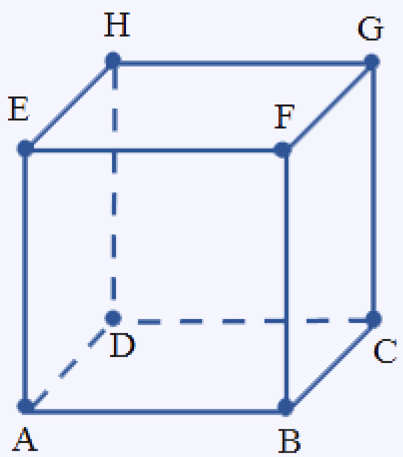
Tentukan jarak:

a. Titik A ke titik C

b. Titik A ke titik G

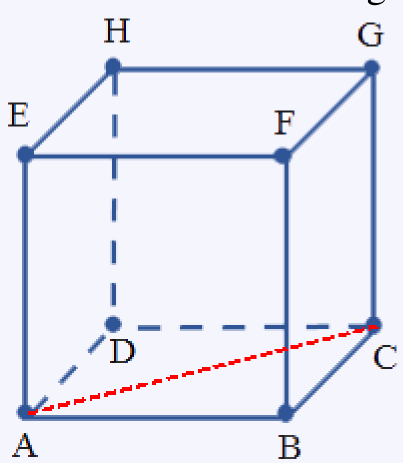
c. Titik A ke titik P, dimana P di tengah EG

Alternatif Penyelesaian



a. Jarak titik A ke titik C

Jarak A ke C sama dengan panjang ruas garis AC.

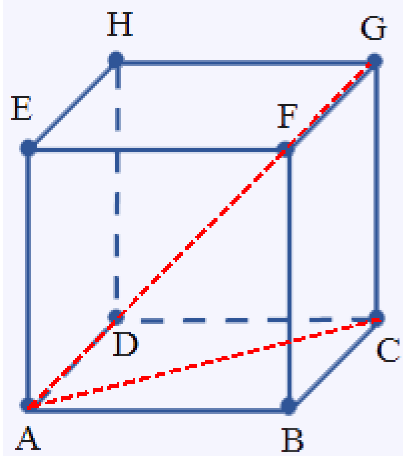


Perhatikan segitiga ABC, panjang AB = 10 cm, panjang BC = 10 cm, dan siku-siku di B. Sehingga panjang AC dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 10^2 + 10^2 \\ &= 100 + 100 \\ &= 200 \\ AC &= \sqrt{200} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

b. Jarak titik A ke titik G

Jarak A ke G sama dengan panjang ruas garis AG.

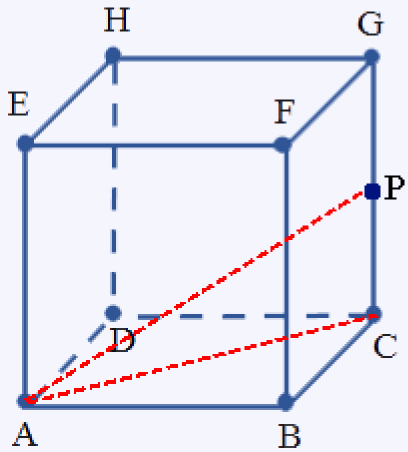


Perhatikan segitiga ACG, siku-siku di C. Sehingga panjang AG dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned} AG^2 &= AC^2 + CG^2 \\ &= \left(10\sqrt{2}\right)^2 + 10^2 \\ &= 200 + 100 \\ &= 300 \\ AG &= \sqrt{300} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

c. Jarak titik A ke titik P

Jarak A ke P sama dengan panjang ruas garis AP.



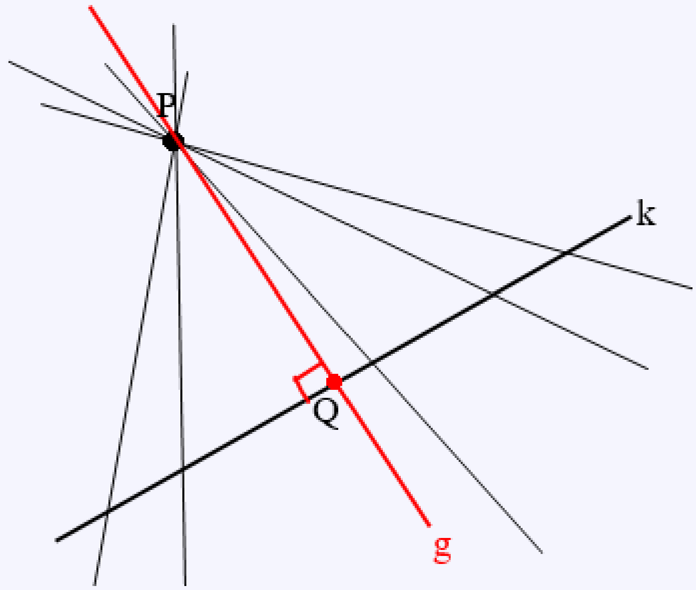
Perhatikan segitiga ACP, siku-siku di C. Sehingga panjang AG dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$$AP^2 = AC^2 + CP^2$$
$$= \left(10\sqrt{2}\right)^2 + 5^2$$
$$= 200 + 25$$
$$= 225$$
$$AP = \sqrt{225}$$
$$= 15$$

> Jarak antara dua titik adalah panjang ruas garis yang menghubungkan kedua titik tersebut, untuk menentukan nilainya dapat digunakan dalil pytagoras, aturan sinus, dan aturan cosinus.

JARAK TITIK DAN GARIS

Perhatikan gambar di bawah ini!

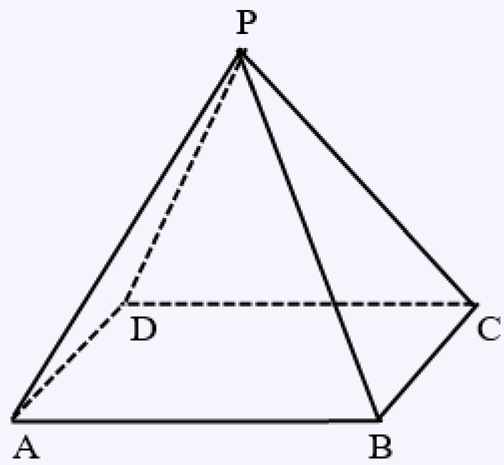


Banyak sekali garis yang dapat dibuat melalui titik P dan memotong garis k. Tetapi hanya ada satu garis yang tepat tegak lurus, yaitu garis g. Garis g memotong tegak lurus garis k di titik Q. Dengan demikian, jarak titik P ke garis k sama dengan panjang ruas garis PQ.

> Jarak titik ke garis merupakan panjang proyeksi tegak lurus titik tersebut pada garis yang dimaksud.

Contoh:

Diketahui limas tegak segi empat beraturan P.ABCD dengan AB = 6 cm dan AP = 10 cm seperti gambar berikut.



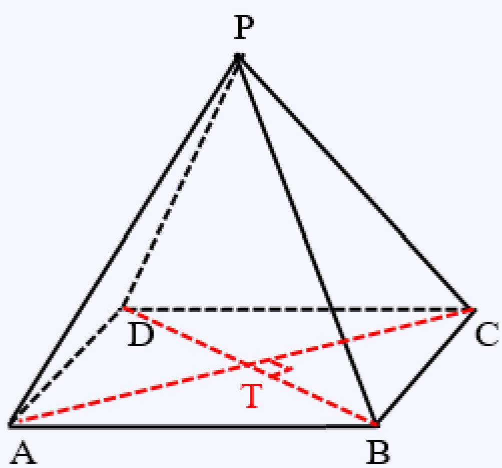
Tentukan jarak:

1. Titik C ke garis BD
2. Titik P ke garis AC
3. Titik A ke garis PC

Alternatif penyelesaian:

1. Jarak titik C ke garis BD

Perhatikan gambar!

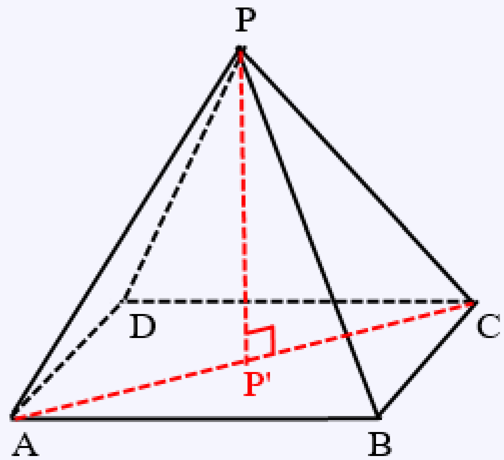


Karena ABCD persegi, maka AC dan BD berpotongan tegak lurus dan berada di tengah. Karena itu jarak titik C ke BD sama dengan panjang CT.

$$
\begin{aligned}
CT &= \frac{1}{2} AC \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 6^2} \\
&= \frac{1}{2}\sqrt{72} \\
&= 3\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

2. Jarak titik P ke garis AC

Perhatikan gambar!

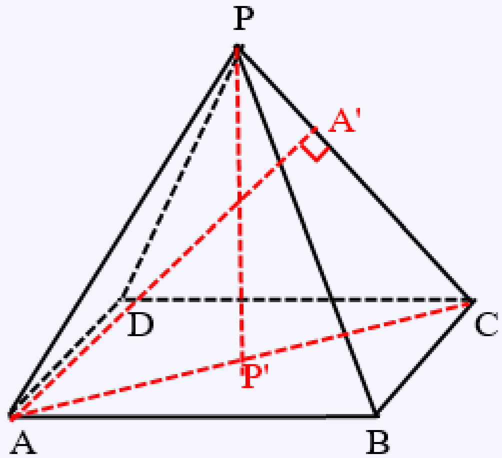


Karena PAC segitiga sama kaki, maka proyeksi titik P tepat di tengah AC. Jarak titik P ke garis AC sama dengan panjang PP'.

$$
\begin{aligned}
PP' &= \sqrt{PC^2 - CP'^2} \\
&= \sqrt{10^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2} \\
&= \sqrt{100 - 18} \\
&= \sqrt{82}
\end{aligned}
$$

3. Jarak titik A ke garis PC

Perhatikan gambar!



Proyeksi titik A ke garis CP adalah titik A'. Jarak titik A ke garis CP sama dengan panjang AA'. Dengan konsep luas segitiga ACP, maka AA' dapat ditentukan.

$$L_{ACP} = L_{ACP}$$

$$\frac{1}{2} \times CP \times AA' = \frac{1}{2} \times AC \times PP'$$

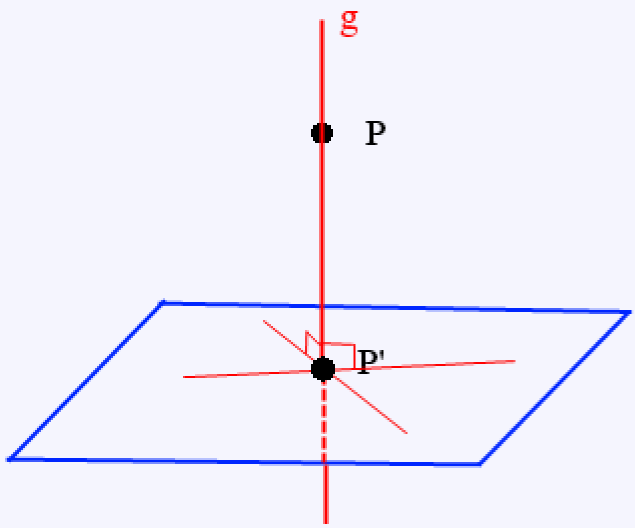
$$\frac{1}{2} \times 10 \times AA' = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times \sqrt{82}$$

$$AA' = \frac{6}{5}\sqrt{41}$$

> Jarak antara titik A dan garis g sama dengan panjang ruas garis AA', di mana A' adalah hasil proyeksi tegak lurus titik A pada garis g.
>
> Untuk menentukan panjang AA' dapat digunakan konsep Pythagoras, luas segitiga, konsep trigonometri, dan lain-lain.

JARAK TITIK DAN BIDANG

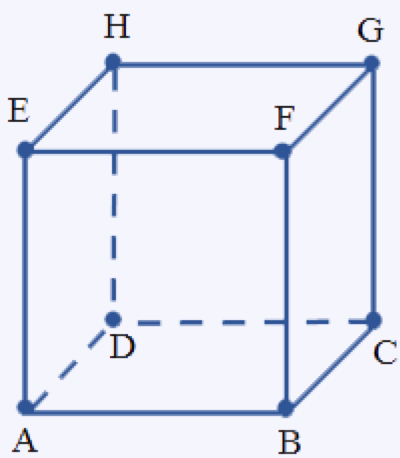
Perhatikan gambar berikut!



Dari titik A dibuat garis g tegak lurus bidang. Syarat sebuah garis tegak lurus bidang adalah minimal tegak lurus dengan dua garis pada bidang tersebut. Garis g memotong bidang di titik P', maka P' merupakan proyeksi tegak lurus titik P pada bidang.Jarak titik P pada bidang sama dengan panjang ruas garis PP'.

Contoh:

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm.



Tentukan jarak:

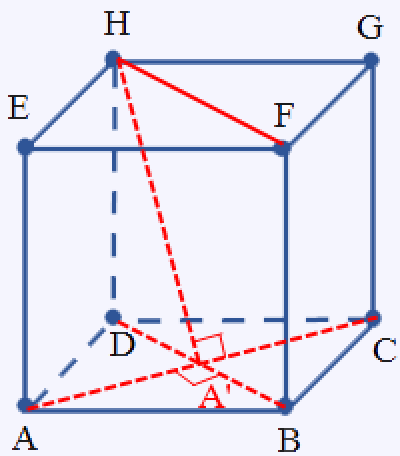
1. titik A ke bidang EFGH

2. titik A ke bidang BDHF
3. titik A ke bidang BDE
4. titik A ke bidang CFH

Alternatif penyelesaian:

1. Jarak titik A ke bidang EFGH
Proyeksi tegak lurus titik A pada bidang EFGH adalah titik E. Sehingga, jarak titik A ke bidang EFGH sama dengan panjang ruas garis AE, yaitu 10 cm.

2. Jarak titik A ke bidang BDHF
Perhatikan gambar proyeksi titik A pada bidang BDHF.

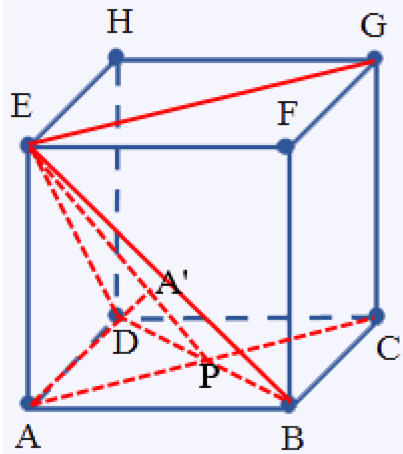


Garis AC tegak lurus BD dan A'H, maka garis AC dipastikan tegak lurus bidang BDHF. Sehingga A' merupakan proyeksi tegak lurus A ke bidang BDHF, dan jarak titik A ke bidang BDHF sama dengan panjang AA'.

$$\begin{aligned} AA' &= \frac{1}{2} AC \\ &= \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

3. Jarak titik A ke bidang BDE

Perhatikan gambar proyeksi titik A ke bidang BDE!



Bidang ACGE dan bidang BDE berpotongan saling tegak lurus di sepanjang garis PE. Dapat dipastikan proyeksi titik A ke bidang BDE terletak disepanjang garis PE, misal di titik A'. Dengan demikian jarak titik A ke bidang BDE sama dengan panjang AA'.

Untuk menentukan panjang AA' dapat digunakan konsep luas pada segitiga

APE.

$$L_{APE} = L_{APE}$$

$$\frac{1}{2} \times EP \times AA' = \frac{1}{2} \times AP \times AE$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{AP^2 + AE^2} \times AA' = \frac{1}{2} \times AP \times AE$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2 + 10^2} \times AA' = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 10$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{50 + 100} \times AA' = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 10$$

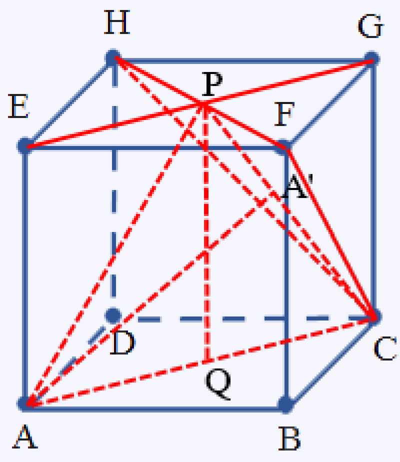
$$\cancel{\frac{1}{2}} \times \cancel{5}\sqrt{6} \times AA' = \cancel{\frac{1}{2}} \times \cancel{5}\sqrt{2} \times 10$$

$$AA' = \frac{\sqrt{2} \times 10}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

4. Jarak titik A ke bidang CFH

Perhatikan gambar proyeksi titik A pada bidang CFH di bawah ini!



Bidang ACGE memotong tegak lurus bidang CFH di sepanjang garis CP, sehingga dapat dipastikan proyeksi titik A pada bidang CFH di titik A'. Sehingga jarak titik A ke bidang CFH sama dengan panjang AA'.

Untuk menghitung panjang AA' digunakan konsep luas segitiga ACP.

$$L_{ACP} = L_{ACP}$$

$$\frac{1}{2} \times CP \times AA' = \frac{1}{2} \times AC \times PQ$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \times 5\sqrt{6} \times AA' = \cancel{\frac{1}{2}} \times 10\sqrt{2} \times 10$$

$$AA' = \frac{10\sqrt{2} \times 10}{5\sqrt{6}}$$

$$= \frac{20}{3}\sqrt{3}$$

Jarak antara titik dan bidang sama dengan jarak titik dengan titik proyeksi tegak lurus pada bidang tersebut.

« Pendahuluan | Daftar Isi | Rangkuman »

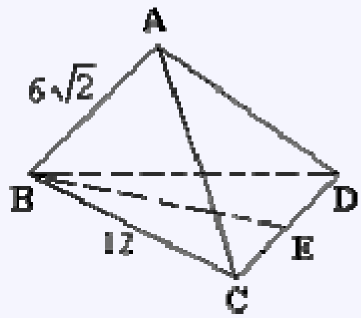
Rangkuman

01. Jarak antara dua titik adalah panjang ruas garis yang menghubungkan kedua titik tersebut, untuk menentukan nilainya dapat digunakan dalil pytagoras, aturan sinus, dan aturan cosinus.
02. Jarak antara titik A dan garis g sama dengan panjang ruas garis AA', di mana A' adalah hasil proyeksi tegak lurus titik A pada garis g.
03. Untuk menentukan panjang AA' dapat digunakan konsep Pythagoras, luas segitiga, konsep trigonometri, dan lain-lain.
04. Jarak antara titik dan bidang sama dengan jarak titik dengan titik proyeksi tegak lurus pada bidang tersebut.

Latihan

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokan dengan alternatif penyelesaiannya!

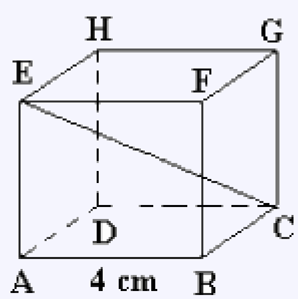
01. Limas A.BCD pada gambar di bawah, merupakan limas segitiga beraturan.



Jika E di tengan CD, tentukan jarak titik A ke BE !

Altenatif penyelesaian

02. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH



Tentukan jarak titik A ke garis CE!

Altenatif penyelesaian

03. Diketahui kubus dengan rusuk 10 cm.
Tentukan jarak titik G ke bidang CFH!

Altenatif penyelesaian

« Rangkuman
Daftar Isi
Penilaian diri »

Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Apakah Anda telah memahami cara menentukan jarak dua titik?	Ya	Tidak
02.	Apakah Anda telah memahami cara menentukan jarak titik ke garis?	Ya	Tidak
03.	Apakah Anda telah memahami cara menentukan jarak titik ke bidang?	Ya	Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

« Latihan | Daftar Isi | Pembelajaran II »

Evaluasi

01. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 12 cm. M pada pertengahan EG. jarak titik E ke garis AM adalah ....

- A. $4\sqrt{2}$
- B. $4\sqrt{3}$
- C. $6\sqrt{2}$
- D. $6\sqrt{3}$
- E. $6\sqrt{6}$

02. Diketahui limas segi empat beraturan T.ABCD dengan AB = $6\sqrt{2}$ cm dan AT = 10 cm.
Apabila P titik tengah CT, maka jarak titik P ke diagonal sisi BD adalah ....

- A. 5 cm
- B. 6 cm
- C. 7 cm
- D. $3\sqrt{2}$ cm
- E. $2\sqrt{3}$

03. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah a. Jarak titik F ke bidang BEG sama dengan ....

- A. $\frac{a}{6}\sqrt{3}$

B. $\frac{a}{3}\sqrt{3}$

C. $\frac{a}{6}\sqrt{2}$

D. $\frac{a}{3}\sqrt{2}$

E. $\frac{a}{2}\sqrt{3}$

04. Prisma segi−4 beraturan ABCD.EFGH dengan rusuk alas 6 cm dan tinggi prisma 8 cm. Titik potong diagonal AC dan BD adalah T. Jarak titik D dan TH sama dengan ....

A. $\frac{12}{41}\sqrt{41}$

B. $\frac{24}{41}\sqrt{41}$

C. $\frac{30}{41}\sqrt{41}$

D. $\frac{36}{41}\sqrt{41}$

E. $2\sqrt{41}$

05. Diketahui limas beraturan T.ABCD, rusuk TA = $4\sqrt{2}$ dan AB = 4. Jarak A ke TC adalah ....

A. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

B. $\sqrt{6}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{6}$

E. $4\sqrt{6}$

√ Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi

Daftar Isi

Daftar Pustaka

Sigit Suprijanto dkk. 2009. *Matematika SMA XI*. Bogor : Yudhistira.

Sastro Wijayan. 2016. *Materi Pendamping Pembelajaran Edisi Revisi 2016 Matematika*. Eswe.

Simangunsong Wilson. 2005. *Matematika Dasar*. Jakarta : Erlangga.