



e-Modul

MATEMATIKA



XI



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas
2019

Daftar Isi

Daftar Isi

Penyusun

Peta Konsep

Glosarium

Pendahuluan

Identitas Modul

Kompetensi Dasar

Deskripsi

Petunjuk Penggunaan Modul

Materi Pembelajaran

Kegiatan Pembelajaran

1. Tujuan

2. Uraian Materi

3. Rangkuman

4. Latihan Essay

5. Latihan Pilihan Ganda

6. Penilaian Diri

Evaluasi

Daftar Pustaka

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Daftar Pustaka

Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.edisi revisi. 2017.
Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI. Jakarta.
Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.

Herynugroho. dkk. 2010. Matematika SMA kelas X11.
Yogyakarta. Penerbit Yudhistira

<https://www.studiobelajar.com/program-linear/>.

<https://www.youtube.com/watch?v=tkOie9gvV84>



PROGRAM LINEAR

Penyusun :

TIM MGMP MATEMATIKA
SMAN 1 AEK NATAS KAB.LABUHAN BATU

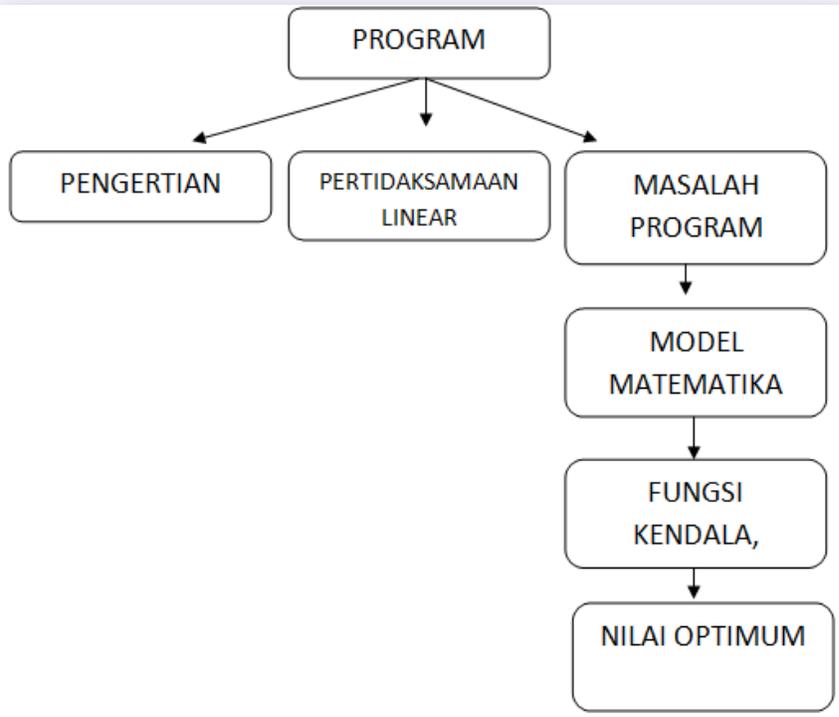
Reviewer :

Ariyan Pradana, S.Pd.

Validator :

ISNAINI ABDULLAH, M.Pd

Peta Konsep



Gambar :
Peta Konsep : dokumen vadiator



Daftar Isi

Glosarium

Variabel : Unsur yang menentukan perubahan

Linear : Terletak pada suatu garis lurus

Model Matematika : Merupakan cara untuk menyelesaikan masalah kontekstual. Pembentukan model tersebut dilandasi oleh konsep berfikir logis dan kemampuan bernalar keadaan masalah nyata ke bentuk matematika

Fungsi Tujuan : Merupakan tujuan suatu masalah program linear, yang juga terkait dengan sistem pertidaksamaan program linear



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Pendahuluan

IDENTITAS MODUL

Nama Mata Pelajaran : MATEMATIKA
Kelas / Semester / Alokasi Waktu : XI /3 (TIGA) / 4 JP
Judul eModul : PROGRAM LINEAR

KOMPETENSI DASAR

- 3.2 Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual.
 - 3.2.1 Menjelaskan nilai optimum fungsi objektif.
 - 3.2.2 Menjelaskan penerapan program linier dua variabel dalam menyelesaikan masalah.

- 4.1 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel.
 - 4.2.1 Memecahkan masalah yang berkaitan dengan program linear dua variabel.
 - 4.2.2 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan program linear dua variabel.

DESKRIPSI

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menggunakan prinsip-prinsip pada program linear yang tanpa didasari seperti pada proyek bangunan perumahan, pemakaian tanah untuk lahan parkir, pemakaian obat dari dokter untuk pasiennya dan lain-lain. Seringkali pada aplikasi program linear itu dijumpai perkataan “terbesar” ataupun juga “terkecil” dari batasan-batasan yang ada pada program linear.

Penyelesaian program linear pada pertidaksamaan linear secara grafik dapat berupa daerah tertutup yang merupakan syarat maksimum fungsi objektif dan daerah terbuka yang merupakan syarat minimum fungsi objektif.

Program linear merupakan bagian dari matematika terapan (operational research) yang terdiri atas persamaan-persamaan atau pertidaksamaan-pertidaksamaan linear.

Permasalahan program linear adalah permasalahan untuk menentukan besarnya masing-masing nilai variabel yang mengoptimalkan (maksimum atau minimum) nilai fungsi objektif dengan memperhatikan pembatasan-pembatasannya.

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Bacalah modul ini secara berurutan dan pahami isinya.

Pelajari contoh-contoh penyelesaian permasalahan dengan seksama dengan pemahaman atau bukan dihafalkan

Setiap mempelajari materi, anda harus mulai dari menguasai pengetahuan pendukung (uraian materi)

Konsultasikan dengan guru apabila anda mendapat kesulitan dalam mempelajari modul ini

"Pendidikan setingkat dengan olahraga dimana memungkinkan setiap orang untuk bersaing" – **Joyce Meyer**

"Sekolah maupun kuliah tidak mengajarkan apa yang harus kita pikirkan dalam hidup ini. Mereka mengajarkan kita cara berpikir logis, analitis dan praktis." – **Azis White**.

MATERI PEMBELAJARAN

PROGRAM LINEAR :

- Pengertian Program Linear .
- sistem pertidaksamaan linier dua variabel.
- Daerah Penyelesaian Suatu Pertidaksamaan Linear Dua Variabel
- Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala dari Program Linear
- Nilai optimum fungsi objektif.



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Kegiatan Pembelajaran I

1. TUJUAN

Setelah mengikuti proses pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat:

Menjelaskan pengertian program linear dua variabel

Menjelaskan sistem pertidaksamaan linier dua variabel

Menjelaskan nilai optimum fungsi objektif

Menjelaskan penerapan program linier dua variabel dalam menyelesaikan masalah

Memecahkan masalah yang berkaitan dengan program linear dua variabel

Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan program linear dua variabel.

" Setitik embun dapat melembabkan daun daunan, sederas hujan dapat membahasi daun beserta dahannya sungguh ilmu yang kamu dapat pada kami bagaikan hujan deras yang tak pernah berhenti membahasi kami. kami tumbuh dan berkembang dan selanjutnya memekari seluruh sekitar kami dan akhirnya membuat mahluk ciptaan Tuhan menjadi bahagia dengan keberadaan kami. Terima kasih telah menjadi hujan deras buat otak dan akhlak kami."

2. URAIAN MATERI

2.1. Pertidaksamaan Linear Dua Variabel:

1. Bentuk Umum:

$$ax + by < c$$

$$ax + by > c$$

$$ax + by \leq c$$

$$ax + by \geq c$$

x, y adalah variabel

$a, b,$ dan $c \in \mathbb{R}$

Contoh : Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan

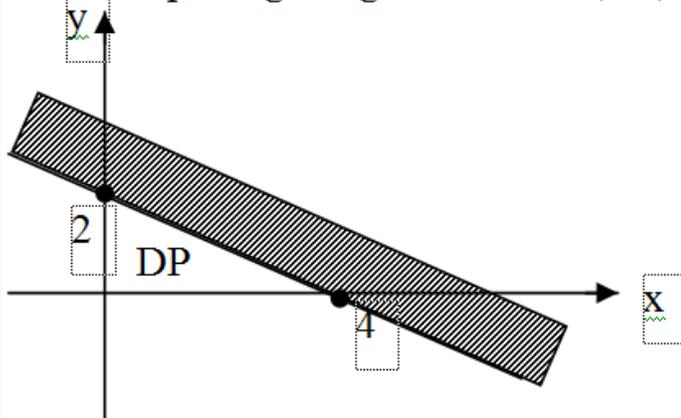
$$2x + 4y \leq 8$$

Jawab :

Menentukan titik potong dengan sumbu x dan sumbu y dengan membuat tabel sbb :

x	0	4
y	2	0

Jadi titik potong dengan sumbu x $(4,0)$ dan dengan sumbu y $(0,2)$



Dari gambar diatas terlihat bahwa daerah penyelesaian (DP) untuk pertidaksamaan

$$2x + 4y \leq 8$$

2. Menentukan Daerah Penyelesaian Suatu Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel adalah gabungan dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel.

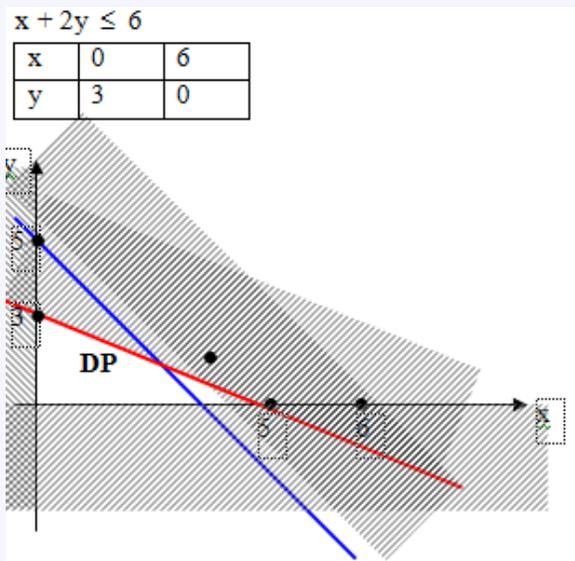
Contoh: Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear berikut:

$$\begin{aligned}x + y &\leq 5 \\x + 2y &\leq 6 \\x &\geq 0 \\y &\geq 0\end{aligned}$$

Jawab :

$$x + y \leq 5$$

x	0	5
y	5	0



3. Menentukan Fungsi Tujuan Dan Kendala dari Program Linear

Program linear adalah suatu metode atau suatu cara untuk memecahkan masalah menjadi optimal (maksimum atau minimum) yang memuat

batasan-batasan yang dapat diubah atau diterjemahkan ke dalam bentuk sistem pertidaksamaan linear.

Penyelesaian pertidaksamaan linear terdapat dalam daerah himpunan penyelesaian. Dari beberapa penyelesaian terdapat satu penyelesaian terbaik yang selanjutnya disebut penyelesaian optimum dari suatu fungsi. Fungsi ini disebut dengan fungsi tujuan atau objektif.

Model matematika adalah rumusan matematika yang berupa persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi yang diperoleh dari hasil penafsiran atau terjemahan suatu masalah ke dalam bahasa matematika.

Contoh :

Sebuah pesawat terbang mempunyai kapasitas 48 buah tempat duduk yang terbagi dalam dua kelas yaitu kelas A dan kelas B. Setiap penumpang kelas A diberi hak yaitu membawa barang 60 kg, sedang penumpang kelas B diberi hak membawa barang hanya 20 kg, tempat bagasi paling banyak dapat memuat 1440 kg. Bila banyaknya penumpang kelas A sebanyak x orang sedang kelas B sebanyak y orang. Tentukan model matematikanya?

Jawab:

	Kelas A	Kelas B
Bagasi	60 kg	20 kg
Penumpang	x orang	y orang

$$\text{Bagasi} \quad : \quad 60x + 20y \leq 1440 \longrightarrow 3x + y \leq 72$$

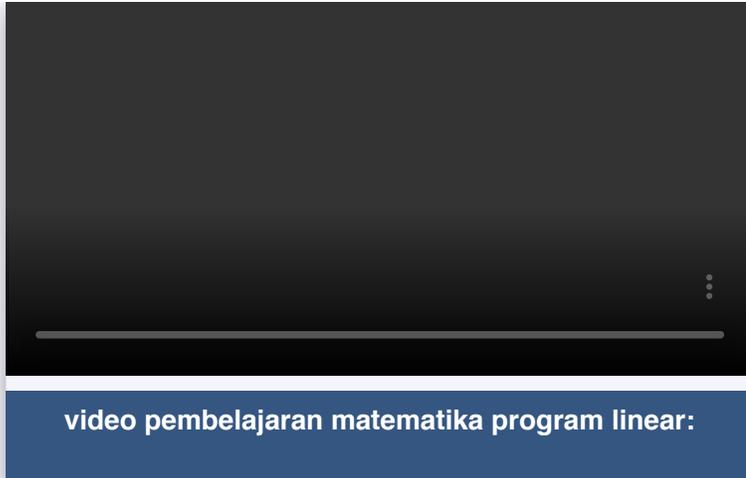
$$\text{Penumpang} \quad : \quad x + y \leq 48$$

$$\text{Banyak penumpang tidak pernah negatif} : x \geq 0, y \geq 0$$

Sehingga diperoleh model matematikanya adalah :

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y \leq 72 \\ x + y \leq 48 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

untuk lebih memahami materi tentang program linear silahkan klik video di bawah ini:



2.2. Menentukan Nilai Optimum dari Fungsi Tujuan (Fungsi Objektif) dengan Metode Uji Titik Pojok:

Fungsi tujuan atau objektif dapat dinotasikan $f(x,y) = ax + by$.

Nilai optimum dari bentuk $f(x,y) = ax + by$ dilakukan dengan cara menghitung nilai $f(x,y) = ax + by$ untuk setiap titik pojok (titik sudut) dari daerah penyelesaian (DP), kemudian dibandingkan yang selanjutnya ditetapkan nilai terbesar sebagai nilai maksimum dan nilai terkecil sebagai nilai minimum.

Contoh :

Seorang pedagang mempunyai dagangan rokok merk A dan merk B. Rokok A dibeli dengan harga Rp. 6000,- per bungkus dan dijual dengan laba Rp. 400,- per bungkus, sedangkan rokok B dibeli dengan harga Rp3000,- per bungkus dan dijual dengan laba Rp. 300,- per bungkus. Pedagang itu hanya mempunyai modal Rp. 240.000,- dan kiosnya hanya dapat menampung paling banyak 500 bungkus rokok.

- Berapakah banyak rokok A dan B yang harus dibeli agar mendapat untung yang sebanyak-banyaknya (maksimum)
- Tentukan besar keuntungan maksimumnya.

Jawab :

Model matematikanya

Rokok	Jumlah	Harga	Laba
A	x	6000	400
B	y	3000	300
Persediaan	500	240.000	

Fungsi tujuan : $Untung = 400x + 300y$

Sistem pertidaksamaan linearnya :

$$x + y \leq 500$$

$$6000x + 3000y \leq 240.000 \longrightarrow 2x + y \leq 800$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



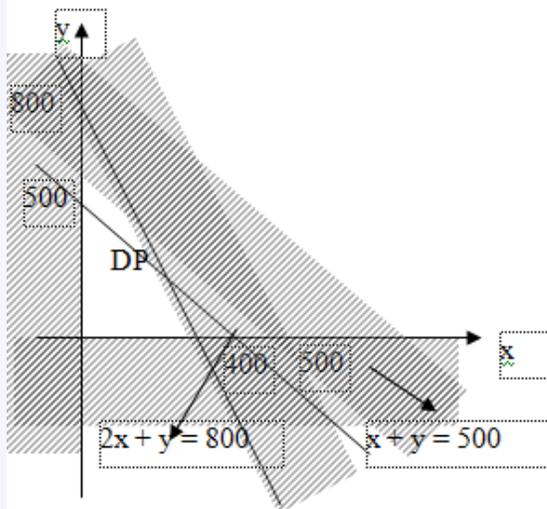
Daerah himpunan penyelesaian

$$x + y = 500$$

x	0	500
y	500	0

$$2x + y = 800$$

x	0	400
y	800	0



Eliminasi persamaan (1) dan (2)

$$x + y = 500$$

$$2x + y = 800$$

$$-x = -300$$

$$x = 300$$

$$y = 200$$

Dengan metode uji titik pojok, ditentukan keuntungan maksimum dengan tabel sbb :

Titik pojok	Untung = $400x + 300y$
(0, 0)	$0 + 0 = 0$
(400, 0)	$160.000 + 0 = 160.000$
(300, 200)	$120.000 + 60.000 = 180.000$
(0, 500)	$0 + 150.000 = 150.000$

Berdasarkan tabel diatas, diperoleh keuntungan maksimum yang dapat dicapai adalah 180.000, dengan rokok A yang dibeli sebanyak 300 bungkus, dan rokok B sebanyak 200 bungkus.

3. RANGKUMAN

Program linear merupakan bagian dari matematika terapan (operational

research) yang terdiri atas persamaan-persamaan atau pertidaksamaan-pertidaksamaan linear.

Bentuk umum system pertidaksamaan linear:

$$ax + by < c$$

$$ax + by > c$$

$$ax + by \leq c$$

$$ax + by \geq c$$

x, y adalah variabel

$a, b, \text{ dan } c \in \mathbb{R}$

Model matematika adalah rumusan matematika yang berupa persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi yang diperoleh dari hasil penafsiran atau terjemahan suatu masalah ke dalam bahasa matematika.

Fungsi tujuan atau objektif dapat dinotasikan $f(x,y) = ax + by$. Nilai optimum dari bentuk $f(x,y) = ax + by$ dilakukan dengan cara menghitung nilai $f(x,y) = ax + by$ untuk setiap titik pojok (titik sudut) dari daerah penyelesaian (DP), kemudian dibandingkan yang selanjutnya ditetapkan nilai terbesar sebagai nilai maksimum dan nilai terkecil sebagai nilai minimum.

“ Jika kamu tidak mengejar apa yang kamu inginkan, maka kamu tidak akan mendapatkannya. Jika kamu tidak bertanya maka jawabannya adalah tidak. Jika kamu tidak melangkah maju, kamu akan tetap berada di tempat yang sama ”



Daftar Isi

Latihan Essay I

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokan dengan alternatif penyelesaiannya!

01. Daerah penyelesaian dari $5x + 3y < 15$

Alternatif penyelesaian

02. Daerah penyelesaian yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear: $x + 2y \geq 6$, $x - y \geq -1$, $x - 4 \leq 0$, adalah!

Alternatif penyelesaian

03. Pesawat penumpang mempunyai tempat duduk 48 kursi. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg sedang kelas ekonomi 20 kg. Pesawat hanya dapat membawa bagasi 1440 kg. Harga tiket kelas utama Rp. 150.000,00 dan kelas ekonomi Rp 100.000, 00. Supaya pendapatan dari penjualan tiket pada saat penuh mencapai maksimum jumlah tempat duduk kelas utama haruslah...

Alternatif penyelesaian



Daftar Isi

Latihan Pilihan Ganda I

1. Pedagang makanan membeli tempe seharga Rp 250,00 per buah, dijual dengan laba Rp 50,00 perbuah, sedangkan tahu seharga Rp 400,00 perbuah, dijual dengan laba Rp 100,00 per buah. Pedagang tersebut mempunyai modal Rp 145.000,00 dan kios dapat menampung 400 buah, Fungsi objektif/sasaran dari masalah diatas adalah ...

- A $f(x,y)= 50x + 100y$
- B $f(x,y)= 100x + 50y$
- C $f(x,y)= 45x + 100y$
- D $f(x,y)= 100x + 45y$
- E $f(x,y)= 50x + 100y$

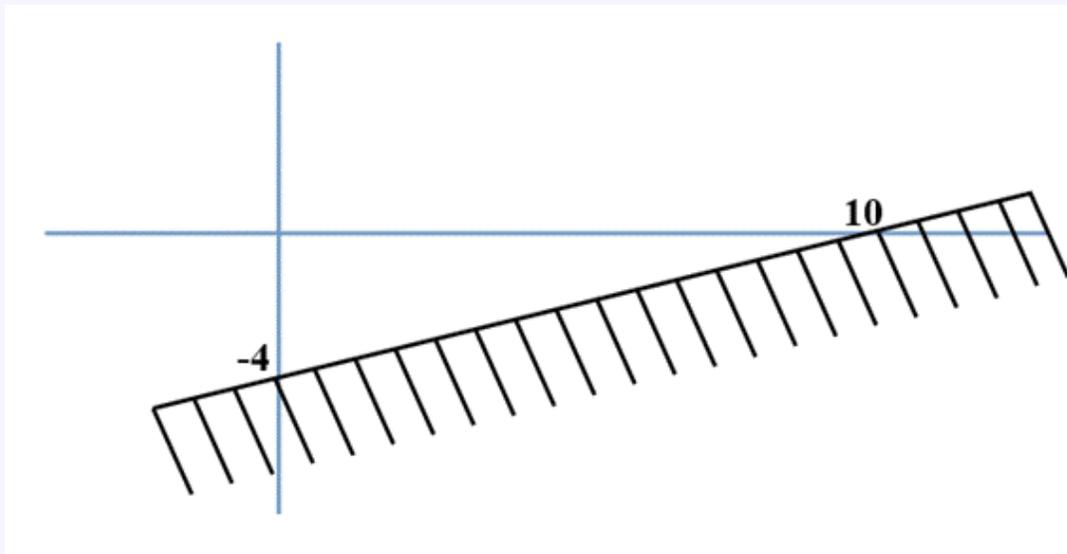
2. Nilai maksimum fungsi sasaran
 $Z= 6x + 8y$ dari sistem
pertidaksamaan linear:

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 60 \\ 2x + 4y \leq 48 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

adalah....

- A 40
- B 60
- C 80
- D 100
- E 120

3.



Pertidaksamaan dari daerah yang diarsir diatas adalah

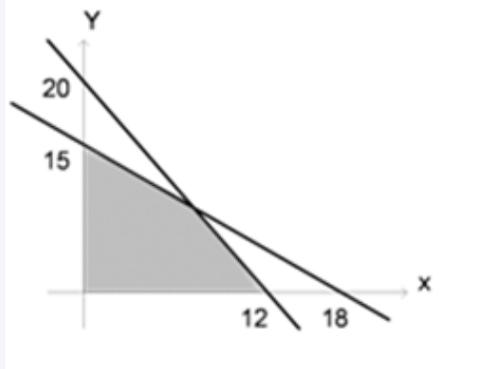
- A $x + 2y < 20$
- B $2x + 5y > 20$
- C $2x + y < 20$
- D $2x - 5y \leq 20$
- E $2x - 5y \geq 20$

4.

Pesawat penumpang mempunyai tempat duduk 48 kursi, Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg sedang kelas ekonomi 20 kg, Pesawat hanya dapat membawa bagasi 1440 kg, Harga tiket kelas utama Rp 150.000,00 dan kelas ekonomi Rp 100.000,00. Pendapatan maksimum yang diperoleh adalah

- A Rp 1.400.000,00
- B Rp 2.400.000,00
- C Rp 3.400.000,00
- D Rp 4.400.000,00
- E Rp 5.400.000,00

5.



Sistem Pertidaksamaan linear dari daerah yang diarsir diatas adalah

- A $5x + 3y \leq 60, 5x + 6y \geq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- B $5x + 3y \geq 60, 5x + 6y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- C $5x + 3y \leq 60, 6x + 5y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- D $3x + 5y \leq 60, 5x + 6y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$
- E $5x + 3y \leq 60, 5x + 6y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$



Daftar Isi

Penilaian Diri I

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Apakah Anda telah memahami tentang pertidaksamaan linear dua variabel?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
02.	Apakah Anda telah memahai cara menentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linear dua variabel?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
03.	Apakah Anda telah memahami cara menentukan fungsi kendala dan fungsi objektif?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
04.	Apakah Anda telah memahami dalam menentukan nilai optimum?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
05.	Apakah Anda telah memahami menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan masalah program linear?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Evaluasi

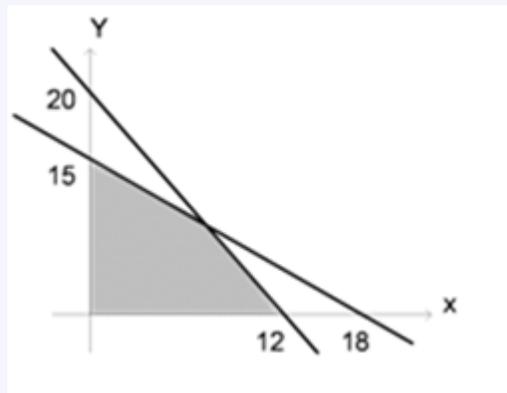
Soal 1.

Diketahui sistem pertidaksamaan linear, $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 20, x + 3y \geq 30$ dan $3x + y \geq 30$. Titik yang terdapat dalam daerah himpunan penyelesaian system pertidaksamaan tersebut adalah

- A. (7,5;7,5)
- B. (10,10)
- C. (0,30)
- D. (5,15)
- E. (8,8)

Soal 2.

Daerah yang diarsir pada gambar ialah himpunan penyelesaian suatu



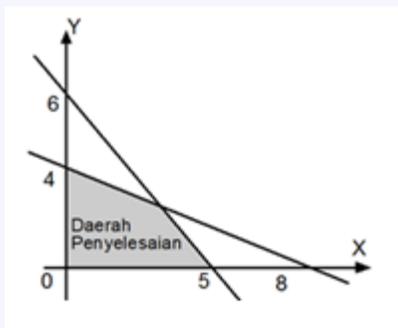
sistem pertidaksamaan linear

Nilai maksimum dari $f(x, y) = 7x + 6y$ adalah

- A. 88
- B. 94
- C. 102
- D. 106
- E. 196

Soal 3.

Tentukan sistem pertidaksamaan linear dua variabel dari daerah penyelesaian berikut:



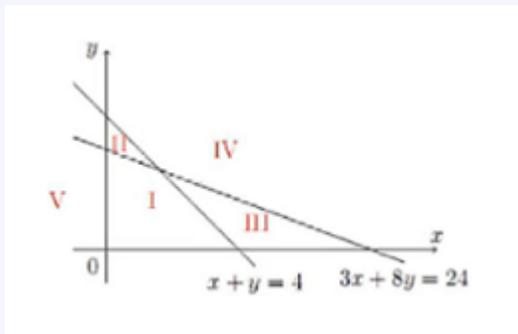
- A. $x + 2y \leq 8$ dan $6x + 5y \leq 30$
- B. $2x + 2y \leq 8$ dan $6x + 5y \leq 30$
- C. $x + 2y \leq 8$ dan $6x - 5y \leq 30$
- D. $x + 2y \geq 8$ dan $6x + 5y \leq 30$
- E. $x + 2y \leq 8$ dan $6x + 5y \geq 30$

Soal 4.

Nilai minimum dari $f(x,y) = 4x + 5y$ yang memenuhi pertidaksamaan $2x + y \geq 7$, $x + y \geq 5$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah

- A. 14
- B. 20
- C. 23
- D. 25
- E. 35

Soal 5.



$$\begin{cases} 3x + 8y \geq 24 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Daerah penyelesaian yang memenuhi gambar di atas pada nomor

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV
- E. V

Soal 6.

Harga 1 kg beras Rp 2.500,00 dan 1 kg gula Rp. 4.000,00 seorang pedagang memiliki modal Rp. 300.000,00 dan tempat yang tersedia hanya memuat 1 kuintal. Jika pedagang tersebut membeli x kg beras dan y kg gula maka sistem pertidaksamaan dari masalah tersebut adalah

- A. $5x + 8y \leq 600; x + y \leq 100; x \geq 0; y \geq 0$
- B. $5x + 8y \geq 600; x + y \leq 100; x \geq 0; y \geq 0$
- C. $5x + 8y \leq 600; x + y \geq 100; x \geq 0; y \geq 0$
- D. $5x + 8y \leq 10; x + y \leq 1; x \geq 0; y \geq 0$
- E. $5x + 8y \geq 10; x + y \leq 100; x \geq 0; y \geq 0$

Soal 7.

Suatu perusahaan meubel memerlukan 18 unsur A dan 24 unsur B per hari. Untuk membuat barang jenis I dibutuhkan 1 unsur A dan 2 unsur B, sedangkan untuk membuat barang jenis II dibutuhkan 3 unsur A dan 2 unsur B. Jika barang jenis I dijual seharga Rp 250.000,00 per unit dan barang jenis II dijual seharga Rp 400.000,00 per unit, maka agar penjualannya mencapai maksimum, berapa banyak masing-masing barang harus dibuat?

- A. 6 jenis I
- B. 12 jenis II

- C. 6 jenis I dan 6 jenis II
- D. 3 jenis I dan 9 jenis II
- E. 9 jenis I dan 3 jenis II

Soal 8.

Seorang pedagang sepeda ingin membeli 25 sepeda untuk persediaan. Ia ingin membeli sepeda gunung dengan harga Rp1.500.000,00 per buah dan sepeda balap dengan harga Rp2.000.000,00 per buah. Ia merencanakan tidak akan mengeluarkan uang lebih dari Rp42.000.000,00. Jika keuntungan sebuah sepeda gunung Rp500.000,00 dan sebuah sepeda balap Rp600.000,00, maka keuntungan maksimum yang diterima pedagang adalah

- A. Rp13.400.000,00
- B. Rp12.600.000,00
- C. Rp12.500.000,00
- D. Rp10.400.000,00
- E. Rp8.400.000,00

Soal 9.

Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp 1.000,00/jam dan mobil besar Rp 2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan pergi dan datang, maka hasil maksimum tempat parkir itu adalah

- A. Rp176.000,00
- B. Rp200.000,00
- C. Rp260.000,00
- D. Rp300.000,00
- E. Rp340.000,00

Soal 10.

Untuk membuat 1 liter minuman jenis A diperlukan 2 kaleng soda dan 1 kaleng susu, sedangkan untuk membuat 1 liter minuman jenis B diperlukan 2 kaleng soda dan 3 kaleng susu. Tersedia 40 kaleng soda dan 30 kaleng susu. Jika 1 liter minuman jenis A dijual seharga Rp30.000,00 dan satu liter minuman jenis B dijual seharga Rp50.000,00, pendapatan maksimum dari hasil penjualan kedua jenis minuman tersebut adalah

- A. Rp500.000,00
- B. Rp540.000,00
- C. Rp600.000,00
- D. Rp700.000,00
- E. Rp720.000,00

 Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi



e-Modul 2019
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan