



Suplemen TIK

MODUL GURU PEMBELAJAR

PEMANFAATAN APLIKASI GEOGEBRA UNTUK PEMBELAJARAN MATEMATIKA (LANJUT)

**Penulis:
Muh Tamimuddin Hidayatullah, M.T.
Abdul Karim, S.Pd.**

**Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan**

2015

Penulis:

Muh Tamimuddin Hidayatullah, M.T., 081226123445, tamimp4tk@gmail.com

Abdul Karim, S.Pd., 08122264726, thilelogic2003@gmail.com

Penelaah:

Retno Siswanto, S.Pd.Si., M.Pd., 0857772763558, konvergen212@gmail.com

Fadjar Noer Hidayat, S.Si., M.Ed., 08157916886, abu.zidan@gmail.com

Ilustrator:

Epson Satyanugraha

Copyright © 2016

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan
Matematika, Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan buku ini untuk kepentingan
komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG). UKG dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik.

Dan sebagai upaya untuk melakukan perbaikan pengetahuan dan ketrampilan profesional secara terus menerus selain pelatihan dasar yang diperoleh sebelumnya, maka akan diselenggarakan pendidikan dan pelatihan pengembangan keprofesian berkelanjutan (PKB).

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan dibawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan diklat PKB. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggungjawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Desember 2015

Kepala PPPPTK Matematika

Ttd

Dr. Daswatia Astuty

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
Daftar Isi.....	iii
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan	1
C. Peta Kompetensi	2
D. Ruang Lingkup.....	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul	4
Kegiatan Pembelajaran 6 Konstruksi Geometri	5
A. Tujuan Pembelajaran.....	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	5
C. Uraian Materi	5
D. Aktivitas.....	10
E. Latihan.....	41
F. Rangkuman	43
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	44
H. Kunci Jawaban.....	44
Kegiatan Pembelajaran 7 Bangun Ruang	49
A. Tujuan.....	49
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	49
C. Uraian Materi	49

Daftar Isi

D. Aktivitas Pembelajaran	62
E. Latihan/Tugas.....	88
F. Rangkuman	97
G. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.....	97
H. Kunci Jawaban.....	98
Kegiatan Pembelajaran 8 Matriks Dan Vektor	99
A. Tujuan	99
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	99
C. Uraian Materi.....	99
D. Aktivitas Pembelajaran.....	108
E. Latihan/Tugas.....	129
F. Rangkuman	135
G. Umpan Balik	135
H. Kunci Jawaban.....	136
Kegiatan Pembelajaran 9 Trigonometri, Statistika Dan Kalkulus.....	139
A. Tujuan	139
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	139
C. Uraian Materi.....	139
D. Aktivitas Pembelajaran.....	146
E. Latihan/Tugas.....	173
F. Rangkuman	176
G. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.....	177
H. Kunci Jawaban.....	178
Kegiatan Pembelajaran 10 Kostumisasi Dan Publikasi Geogebra	179

A. Tujuan.....	179
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	179
C. Uraian Materi	179
D. Aktivitas Pembelajaran.....	180
E. Latihan/Tugas	214
F. Rangkuman	214
G. Umpan Balik.....	215
Evaluasi	217
Daftar Pustaka.....	223
Data Penulis dan Penelaah.....	225

Daftar Isi

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Di abad 21 ini penguasaan teknologi informasi dan komunikasi (TIK) merupakan sebuah keharusan, baik menjadi sumber belajar, sebagai media belajar maupun menjadi media komunikasi dan kolaborasi. Pemanfaatan TIK dalam pembelajaran merupakan salah satu faktor penting dalam meningkatkan kualitas pembelajaran. Dalam pembelajaran matematika dapat kita temui beberapa pemanfaatan TIK, salah satunya adalah pemanfaatan aplikasi perangkat lunak. Salah satu aplikasi yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika adalah GeoGebra. GeoGebra merupakan salah satu software aplikasi pembelajaran yang cukup canggih, mendukung beragam topik matematika dan tersedia dengan gratis.

Pada awalnya GeoGebra dimanfaatkan untuk mendukung pembelajaran aljabar dan geometri, namun pada perkembangannya banyak fitur-fitur baru yang kemudian ditambahkan dan lebih memperkaya fitur yang sudah ada. GeoGebra dapat dimanfaatkan pada beberapa topik yang relatif sederhana sampai pada materi yang cukup kompleks seperti matriks, vektor, trigonometri, statistika, kalkulus, geometri dimensi tiga dll. Di sisi lain, sebagai sebuah media, GeoGebra dapat digunakan secara langsung dalam pembelajaran atau media ini diunggah ke Internet sehingga dapat diakses luas. Format media juga dapat berupa file GeoGebra sendiri, juga dalam bentuk animasi GIF maupun juga digunakan untuk membuat video pembelajaran.

B. Tujuan

Tujuan penulisan buku modul ini adalah memfasilitasi para guru untuk meningkatkan kompetensinya dalam hal-hal sebagai berikut:

Pendahuluan

1. Mampu memanfaatkan beberapa fitur GeoGebra terkait fitur visual, grafik 3 dimensi, CAS (*Computer Algebra System*), *spreadsheet*, serta beberapa tool dan perintah (*command*) untuk beberapa topik matematika.
2. Mampu memanfaatkan GeoGebra sebagai media pembelajaran untuk materi konstruksi geometri, matriks, vektor, trigonometri, statistika, kalkulus, dan 3 dimensi.
3. Mampu mengembangkan media pembelajaran berbentuk animasi GIF dan video dengan memanfaatkan GeoGebra dan memublikasikannya di Internet.

C. Peta Kompetensi

Permendiknas No. 16 Tahun 2007

24. Kompetensi Inti Guru : Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk mengembangkan diri.

Permendiknas No. 16 Tahun 2007

Kompetensi Inti Guru Mata Pelajaran :

24.1 Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi dalam berkomunikasi.

24.2 Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk pengembangan diri

**Modul Pemanfaatan Aplikasi GeoGebra Dalam Pembelajaran
Matematika (Jenjang Lanjut)**

Kompetensi yang akan dicapai

1. Pemahaman dan pemanfaatan GeoGebra pada topik pembelajaran Konstruksi Geometri
2. Pemahaman dan pemanfaatan GeoGebra pada topik pembelajaran Bangun Ruang
3. Pemahaman dan pemanfaatan GeoGebra pada topik pembelajaran Matriks dan Vektor
4. Pemahaman dan pemanfaatan GeoGebra pada topik

D. Ruang Lingkup

Modul ini merupakan bagian lanjutan dari modul Pemanfaatan Aplikasi GeoGebra Untuk Pembelajaran Matematika Jenjang Dasar. Adapun ruang lingkup dari modul ini adalah sebagai berikut.

1. Kegiatan Pembelajaran VI: Konstruksi Geometri. Kegiatan belajar ini mencakup materi konstruksi geometri dengan menggunakan GeoGebra yang membahas mengenai fitur dan tool dalam GeoGebra yang dapat dimanfaatkan untuk emulasi pemanfaatan perangkat konstruksi seperti jangka dan penggaris serta bagaimana konstruksi beberapa bangun datar.
2. Kegiatan Pembelajaran VII: Bangun Ruang. Kegiatan Belajar VII ini membahas bagaimana memanfaatkan GeoGebra sebagai media pembelajaran pada materi bangun ruang.
3. Kegiatan Pembelajaran VII: Matriks dan Vektor. Kegiatan Belajar III ini membahas bagaimana memanfaatkan GeoGebra sebagai media pembelajaran pada materi matriks dan vektor. Pada bagian ini dikenalkan lebih lanjut pada fitur CAS (*Computer Algebra System*).

4. Kegiatan Pembelajaran IX: Trigonometri, Statistika dan Kalkulus. Kegiatan Belajar IX ini membahas bagaimana memanfaatkan GeoGebra sebagai media pembelajaran pada materi trigonometri, statistika dan kalkulus.
5. Kegiatan Pembelajaran X: Kostumisasi dan Publikasi GeoGebra. Kegiatan Belajar X ini membahas bagaimana membuat sentuhan akhir pada tampilan layout grafis dari GeoGebra serta bagaimana mengembangkan multimedia (animasi GIF dan video) dengan memanfaatkan GeoGebra serta bagaimana memublikasikan ke Internet.

E. Saran Cara Penggunaan Modul

Langkah-langkah penggunaan modul adalah sebagai berikut :

1. Mengingat modul ini merupakan modul lanjutan dari modul Pemanfaatan Aplikasi GeoGebra Untuk Pembelajaran Matematika Jenjang Dasar, maka untuk mempelajari modul ini Anda harus terlebih dahulu menguasai kompetensi pada modul tersebut.
2. Bacalah tujuan dan indikator pencapaian kompetensi terlebih dahulu sebagai pedoman untuk meningkatkan kompetensi Anda.
3. Setelah memahami uraian materi, Anda dapat memantapkan kompetensi dengan mengikuti/melaksanakan aktivitas pembelajaran.
4. Anda dapat mengasah kemampuan Anda dengan mengerjakan latihan/kasus/tugas.
5. Jika diperlukan, dalam mengerjakan latihan/tugas, Anda dapat membaca sumber lain yang mendukung.

Kegiatan Pembelajaran 6

Konstruksi Geometri

A. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran dari Kegiatan Belajar 6 ini adalah pembaca/peserta diklat mampu menggunakan Geogebra dalam materi konstruksi geometri,

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi dari kegiatan belajar ini adalah sebagai berikut.

1. Pembaca/peserta diklat diharapkan dapat memanfaatkan Geogebra untuk dasar konstruksi geometri terutama sebagai simulasi penggunaan penggaris dan jangka.
2. Pembaca/peserta diklat diharapkan dapat mengaplikasikan penerapan konstruksi geometri dengan memanfaatkan Geogebra dalam pembelajaran matematika dan untuk memecahkan masalah (*problem solving*).

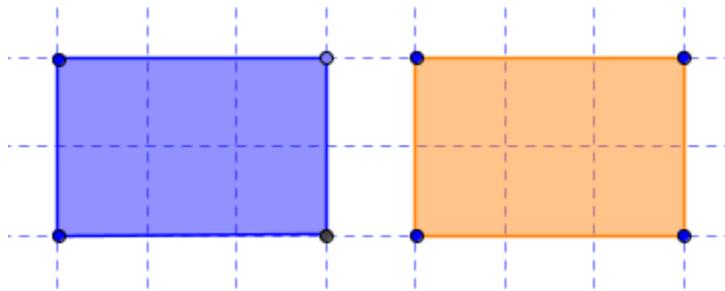
C. Uraian Materi

1. Konstruksi Geometri

Ada beberapa bidang ilmu dan keterampilan tertentu (misalnya dalam dunia arsitektur dan enjineri) yang sangat bergantung kepada pemanfaatan prinsip-prinsip geometri untuk menyelesaikan persoalan teknis, contohnya dalam pembangunan gedung, jalan layang, dll. Konsep dari apa yang akan dibuat biasanya direncanakan dalam bentuk rancangan terlebih dahulu. Ketika rancangan sudah dibuat dengan baik maka dalam pengerjaannya akan menjadi lebih mudah dan akan dapat dijaga kualitasnya mengingat semuanya sudah diperhitungkan dengan matang. Diperlukan ketelitian dan prosedur yang tepat dalam membuat konstruksi ini. Satu kesalahan kecil saja atau

salah dalam satu langkah saja akan dapat mempengaruhi hasil akhir dimana bangun yang dibuat akan menjadi kacau dan tidak beraturan.

Dalam modul ini akan dibahas mengenai beberapa dasar pemanfaatan GeoGebra dalam membuat konstruksi geometri, terutama untuk bangun datar. Sebelum membahas lebih lanjut, sebagai latihan, unduhlah file GGB dari link <http://geocities.ws/geogebra/teskonstruksi.ggb>. Jalankan file tersebut dengan GeoGebra sehingga akan tampil seperti gambar berikut.



Jika diperhatikan, sekilas tampilan bangun persegi panjang ini sepertinya sama persis (kecuali warnanya) tapi sebenarnya keduanya memiliki perbedaan sifat serta cara/prosedur menggambarinya.

Pada jendela GeoGebra, lakukanlah “*drag test*” yaitu dengan menggeser titik-titik pada setiap pojok kedua persegi panjang dan perhatikan perubahan yang terjadi pada masing-masing bangun tersebut. Dari kedua bangun ini dapatkan Anda menentukan mana yang merupakan konstruksi persegi panjang dan mana yang bukan. Dapatkan Anda menjelaskan alasannya?

Konstruksi geometri sudah dipelajari sejak ribuan tahun lalu. Beberapa tokoh yang memiliki kontribusi penting dalam konstruksi geometri diantaranya adalah Plato, Euclid, Pythagoras, dan Thales. Banyak konsep-konsep dari tokoh-tokoh tersebut yang sampai saat ini masih digunakan, termasuk misalnya, perangkat atau alat gambar yang dipakai dalam konstruksi geometri dasar. Dalam konstruksi geometri peralatan yang digunakan dibatasi pada jangka dan penggaris (dan tentu saja pensil, meskipun tidak

disebutkan secara eksplisit). Penggaris yang dimaksudkan disini adalah penggaris yang polos (*straightedge*) dan bukan penggaris yang ada pengukurnya (*ruler*). Salah satu definisi konstruksi geometri yang cukup umum dipakai salah satunya dikutip dari makalah [Andrew Chapple]:

A Geometric Construction is a construction of lengths, angles, and geometric figures using only a straightedge and compass.

Dengan perkembangan teknologi, selain dengan menggunakan peralatan manual (penggaris dan jangka) kita dapat memanfaatkan aplikasi perangkat lunak komputer dalam melakukan hal yang sama, namun pada umumnya konsep dasarnya masih tetap menggunakan konsep konstruksi geometri. Pada tulisan ini akan membahas dasar konstruksi geometri menggunakan GeoGebra yang terutama dibatasi pada emulasi (padanan) dari penggunaan jangka dan penggaris.

2. Dasar Konstruksi Geometri Dalam GeoGebra (Emulasi Tool Pensil, Penggaris dan Jangka dalam Geogebra)

Geogebra menyediakan beberapa tool yang dapat dimanfaatkan sebagai padanan dalam membuat konstruksi geometri. Sebagai contoh, di dunia nyata kita menggunakan peralatan yang sifatnya fisik seperti pensil, penggaris dan jangka, sedangkan dalam Geogebra kita dapat memanfaatkan beberapa tool yang fungsinya dapat disejajarkan dengan fungsi ketiga alat tersebut. Berikut ini beberapa tool dalam Geogebra dan padanannya dengan alat gambar di dunia nyata.

Pensil	
	Membuat titik baru
	Membuat titik pada perpotongan objek
Penggaris (Ditambah Pensil Untuk Menggambar Garisnya)	
	Membuat garis yang memotong dua titik
	Membuat ruas garis yang diantara dua titik
	Membuat sinar garis yang memotong dua titik
Jangka	
	Membuat lingkaran dengan panjang jari-jari di antara titik pusat ke satu titik tertentu
	Membuat lingkaran dengan jari-jarinya diantara dua titik atau panjang ruas garis dan pusat lingkaran

Selain tool inti di atas, kita dapat memanfaatkan tool yang sifatnya pelengkap atau pembantu, misalnya tool untuk *zoom*, menggeser layar, atau untuk menambah teks dan label.

Sebagai tambahan, dalam menggambar dengan alat fisik terkadang kita harus melakukan penghapusan, misalnya menghapus garis bantu dengan penghapus. Dalam GeoGebra kita dapat melakukan hal serupa dengan cara

menyembunyikan objek, yaitu dengan mengeset properti objek pada bagian **Show Object** pada posisi nonaktif (menghapus tanda centang).

Perlu diketahui bahwa dalam GeoGebra juga tersedia beberapa tool lain yang lebih mudah membuat konstruksi bangun tertentu. Misalnya untuk membuat garis tegak lurus ada tool sendiri dan lebih praktis dengan tool **Perpendicular Line**, namun dalam hal ini kita kesampingkan dulu tool-tool yang lain tersebut dan kita lebih berkonsentrasi pada beberapa tool dasar di atas. Bayangkan kalau di dunia nyata, kita hanya dibekali peralatan pensil, penggaris dan jangka dan tidak boleh menggunakan peralatan lain selain tiga alat tersebut.

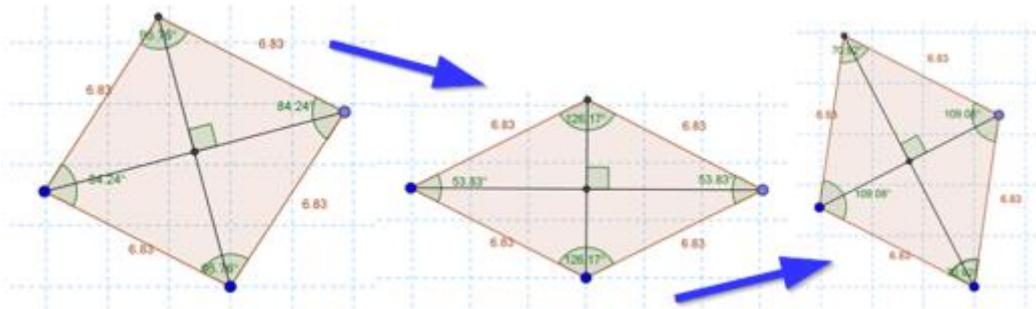
3. Konstruksi Geometri Dengan GeoGebra Pada Pembelajaran di Kelas.

Dalam pembelajaran di kelas, konstruksi geometri dengan GeoGebra ini dapat dilakukan untuk topik-topik menggambar konstruksi, dapat sebagai suplemen jika di kelas diajarkan menggambar secara fisik menggunakan penggaris, jangka dan alat fisik lain. Dengan menambahkan tool GeoGebra sebagai alat untuk konstruksi bukan berarti meninggalkan sama sekali alat fisik. Untuk pengenalan sebaiknya tetap menggunakan alat fisik dan jika siswa sudah cukup terampil baru dikenalkan dengan konstruksi GeoGebra. Di GeoGebra sendiri akan memungkinkan siswa untuk bereksplorasi lebih lanjut mengingat eksplorasi menggunakan alat fisik akan memiliki keterbatasan.

Selain untuk pembelajaran yang terkait langsung dengan menggambar konstruksi geometri, kita juga dapat mengembangkan media pembelajaran dimana media yang dibuat dapat dipakai sebagai objek pengamatan siswa. Sebagai contoh siswa dapat diminta mengamati bangun tertentu yang sudah kita buat melalui konstruksi dan diminta memperhatikan sifat-sifat apa yang ada di bangun tersebut. Sebagai contoh, untuk bangun belah ketupat, guru membuat konstruksi belah ketupat terlebih dahulu dan menyembunyikan

Kegiatan Pembelajaran 6

“kerumitan” konstruksi di belakang. Siswa diarahkan untuk mengamati sifat-sifat belah ketupat dengan mencoba-coba mengubah-ubah bangun tersebut secara interaktif, misalnya dengan menggeser titik-titiknya sehingga bentuk belah ketupat akan berubah-ubah.



Melalui lembar kerja (LKS) siswa dipandu untuk mengerjakan aktivitas dan mengamati apa yang terjadi, misalnya diminta mengamati panjang sisi-sisinya, atau nilai sudut-sudutnya dan diminta untuk mendiskusikan dalam kelompok dan mengambil kesimpulan. Guru dapat memberikan penegasan atau membantu meluruskan jika ada kesimpulan yang kurang tepat. Pada contoh di atas, siswa diharapkan akan menemukan beberapa sifat belah ketupat, misalnya:

- Semua sisi pada belah ketupat sama panjang.
- Kedua diagonal pada belah ketupat merupakan sumbu simetri.
- Kedua diagonal belah ketupat saling membagi dua sama panjang dan saling berpotongan tegak lurus.
- Sudut-sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonal-diagonalnya.

D. Aktivitas

1. Menyalin Lingkaran

Langkah pertama untuk mencoba tool terkait dengan imitasi alat-alat pensil, penggaris dan jangka adalah dengan menggambar lingkaran dan menyalin lingkaran tersebut. Langkahnya adalah sebagai berikut:

Tool	Langkah konstruksi dengan Geogebra	Langkah konstruksi manual dengan alat fisik
	<p>Buatlah lingkaran dengan jari-jari sembarang dengan menggunakan tool Circle with Center through Point. (Akan terbentuk lingkaran dengan titik pusat A dan jari-jari AB)</p>	<p>Langkah ini disepadankan dengan menggambar lingkaran menggunakan jangka dengan panjang jari-jari lingkaran adalah sesuai jarak kedua kaki jangka.</p>
	<p>Buatlah lingkaran kedua dengan cara menyalin dari lingkaran yang telah dibuat tadi. Caranya adalah aktifkan tool Compass. Penggunaan tool ini dapat dilakukan dengan dua cara :</p> <ul style="list-style-type: none"> -dengan mengklik pada keliling lingkaran, atau -cara kedua adalah dengan mengklik dua titik (dalam hal ini adalah titik A dan B) dimana nantinya jarak dua titik tersebut akan menjadi panjang jari-jari lingkaran kedua <p>Pilih salah satu dari dua cara ini sampai muncul lingkaran yang bergerak mengikuti kursor</p>	<p>Jangka dibuka dan kaki yang berujung runcing ditusukkan ke titik pusat lingkaran yang sudah digambar kemudian kaki yang lain dibuka sehingga tepat pada garis keliling lingkaran. Pindahkan posisi jangka ke tempat lain dengan tetap menjaga posisi kedua kakinya supaya tidak berubah.</p>
	<p>Setelah muncul lingkaran yang bergerak mengikuti kursor, arahkan ke tempat yang kita inginkan untuk membuat salinan lingkaran pertama. Klik di tempat tersebut sehingga titik yang kita klik akan menjadi titik pusat lingkaran kedua yang merupakan salinan dari lingkaran pertama (akan terbentuk lingkaran</p>	<p>Tusukkan kaki jangka yang runcing di sebuah titik dan tekan kaki satunya di ketas dan putar 360° untuk menggambar lingkaran kedua. Dengan menggunakan penggaris, ukurlah jari-jari lingkaran pertama dan kedua untuk memverifikasi bahwa kedua lingkaran tersebut memiliki jari-jari</p>

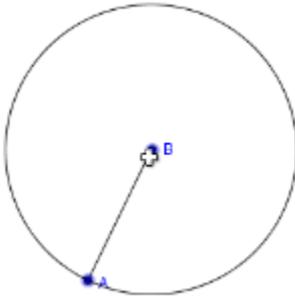
Kegiatan Pembelajaran 6

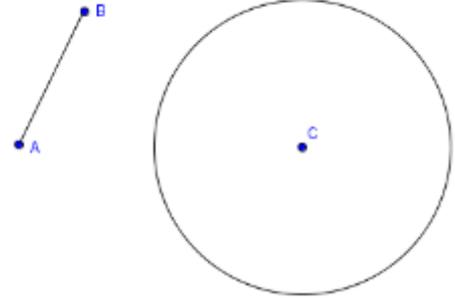
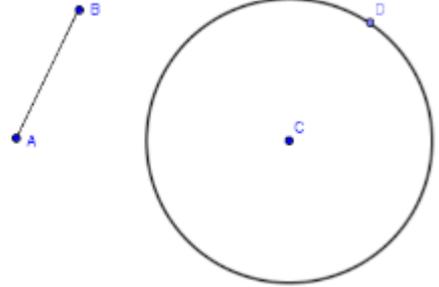
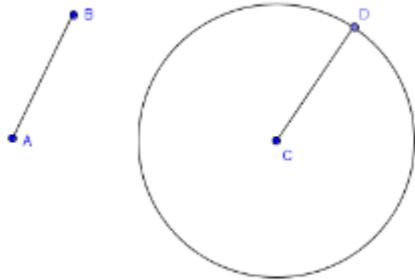
	dengan titik pusat C)	yang sama.
	Aktifkan Select Tool dan kemudian klik pada titik yang ada pada keliling lingkaran pertama dan ubahlah ukuran jari-jari lingkaran pertama dengan menggeser titik tersebut. Perhatikan bahwa ukuran jari-jari lingkaran kedua akan otomatis mengikuti jari-jari lingkaran pertama	Pada konstruksi dengan menggunakan pensil, penggaris dan jangka secara fisik tidak dapat melakukan eksplorasi dengan mengubah lingkaran awal. Untuk melakukan eksplorasi dengan ukuran lain harus dengan menggambar ulang.

2. Menyalin Ruas Garis

Bagian ini akan dijelaskan bagaimana menyalin ruas garis dengan GeoGebra dengan contoh menyalin ruas garis AB ke CD.



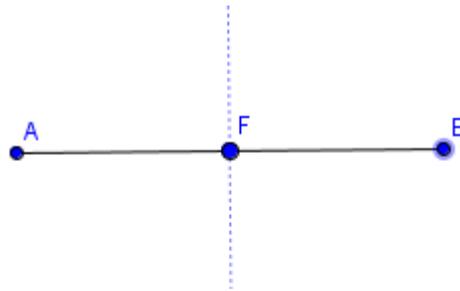
Tool	Langkah/Penjelasan	Ilustrasi
	Buat sebuah ruas garis antara dua titik (dalam hal ini dari titik A ke B)	
	Aktifkan tool Compass kemudian klik pada titik A dan kemudian klik titik B. Akan muncul gambar lingkaran dengan panjang jari-jarinya adalah sama dengan panjang ruas garis AB.	

	<p>Arahkan kursor ke tempat lain dan klik pada sembarang tempat untuk menggambar lingkaran tersebut sehingga akan terbentuk lingkaran dengan titik pusat C.</p>	
	<p>Buat titik baru yang menempel pada keliling lingkaran (sehingga akan terbentuk titik D).</p>	
	<p>Buat ruas garis yang menghubungkan titik pusat lingkaran (titik C) ke titik pada keliling lingkaran (titik D).</p>	
	<p>Sembunyikan objek lingkaran sehingga hanya terlihat ruas garis AB dan CD yang mana keduanya memiliki panjang yang selalu sama.</p>	
	<p>Untuk pengujian, aktifkan tool Select dan klik serta geserlah titik pada ruas garis pertama (titik A atau B) sehingga panjangnya berubah. Perhatikan bahwa ruas garis kedua (CD), meski posisinya dapat berbeda, tapi panjang</p>	

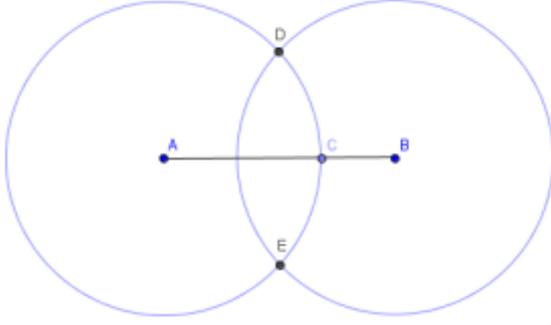
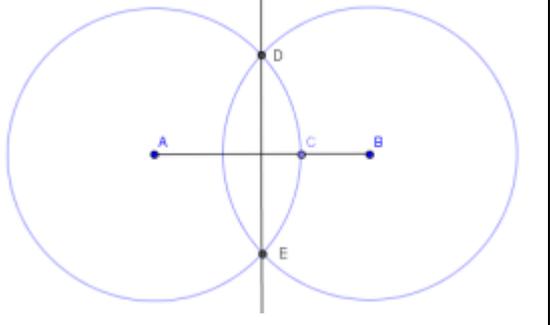
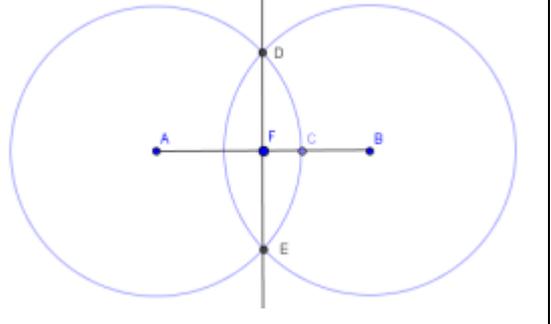
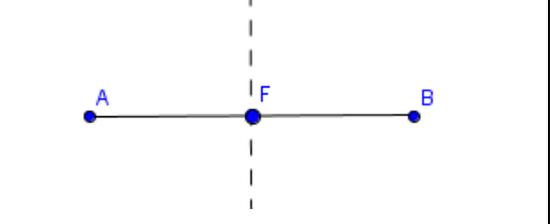
Kegiatan Pembelajaran 6

	ruas garisnya akan mengikuti ruas garis pertama (AB).	
--	---	--

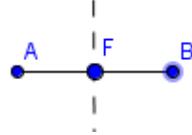
3. Membagi Ruas Garis (Mencari Titik Tengah)



Tool	Langkah/Penjelasan	Ilustrasi
	Gambarlah sebuah ruas garis (AB).	
	Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat pada salah satu titik pada ruas garis di atas (misalnya titik A) dengan panjang jari-jari dikira-kirakan lebih dari titik tengah ruas garis.	
	Dengan menggunakan tool Compass , buatlah salinan dari lingkaran yang sudah dibuat (pada langkah 2) dan letakkan salinan lingkaran tersebut pada posisi titik di ujung ruas garis kedua (titik B).	

	<p>Tandailah titik perpotongan antara dua lingkaran tersebut (titik D dan E).</p>	
	<p>Gambarlah sebuah garis yang memotong dua titik perpotongan dua lingkaran tadi (titik D dan E)</p>	
	<p>Buatlah titik perpotongan antara ruas garis yang akan kita cari titik tengahnya (ruas garis AB) dan garis yang memotong titik perpotongan dua lingkaran (titik DE). Dalam hal ini akan terbentuk titik F. Titik inilah yang membagi ruas garis menjadi sama besar.</p>	
	<p>Sembunyikan objek bantu yang tidak diperlukan</p>	
	<p>Sebagai pengujian, geserlah titik pada</p>	

Kegiatan Pembelajaran 6

ujung ruas garis (titik A atau B) sehingga ukuran maupun posisi ruas garis menjadi berubah. Perhatikan apa yang terjadi pada titik tengah (titik F)	
---	--

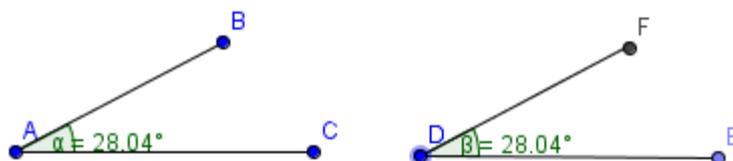
Silahkan bereksperimen untuk mengembangkan konstruksi ini untuk membuat konstruksi lainnya, misalnya menjadi konstruksi garis/ruas garis tegak lurus, konstruksi sudut 90, konstruksi segitiga siku-siku.

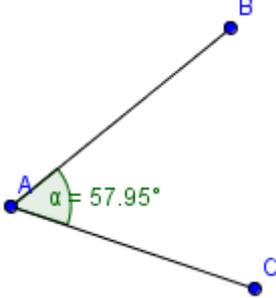
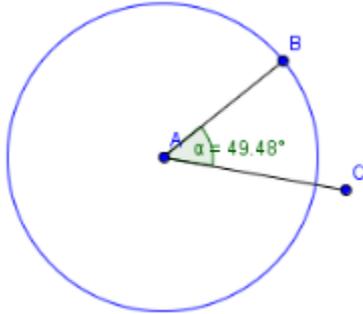
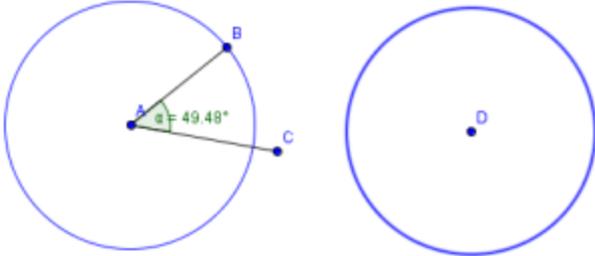
Perlu diketahui bahwa untuk mencari titik tengah di antara dua titik dalam



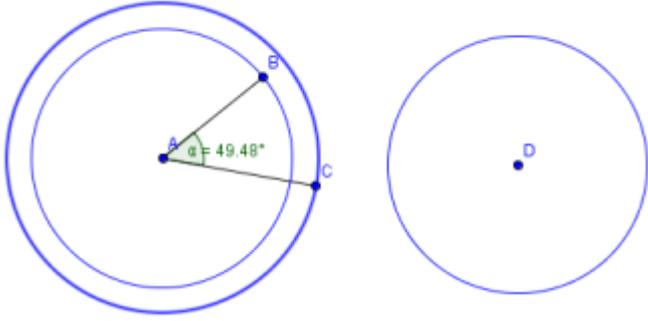
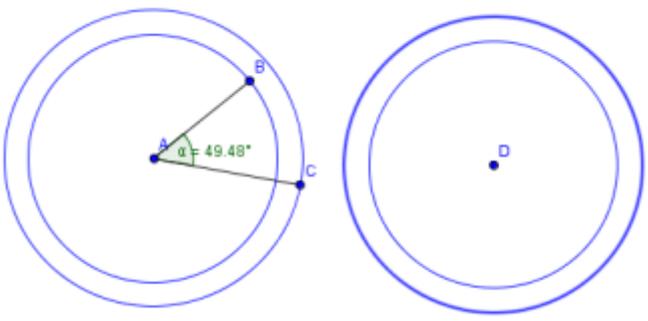
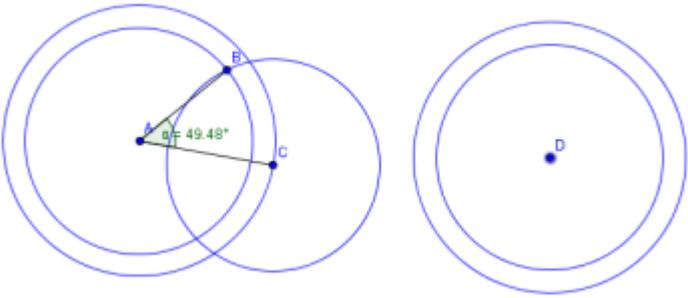
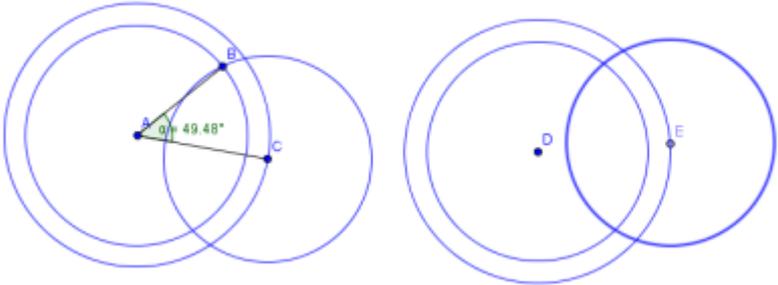
Geogebra dapat dilakukan dengan tool **Midpoint or Center** (). Namun dalam konteks ini kita abaikan dulu tool ini mengingat untuk konstruksi dasar kita harus memahami dulu bahwa perangkat yang digunakan hanya emulasi pensil, penggaris dan jangka sehingga hanya padanan dari ketiga alat tersebut yang dipakai untuk membuat konstruksi dasar. Untuk pembuatan konstruksi yang lebih kompleks barangkali kita akan gunakan tool yang lebih praktis dari Geogebra asalkan yang penting kita sudah memahami konsep konstruksinya.

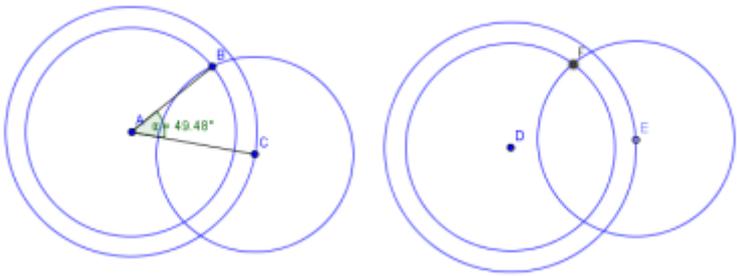
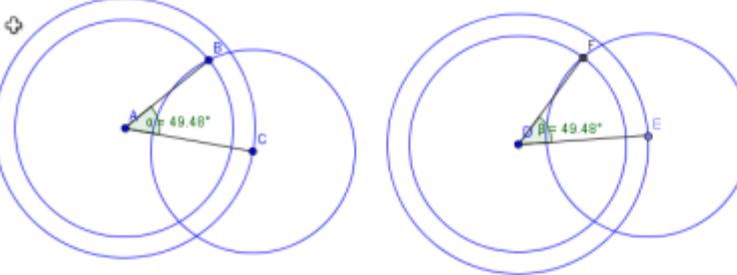
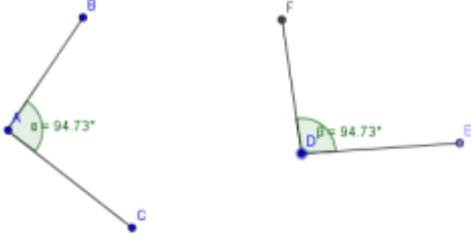
4. Menyalin Sudut



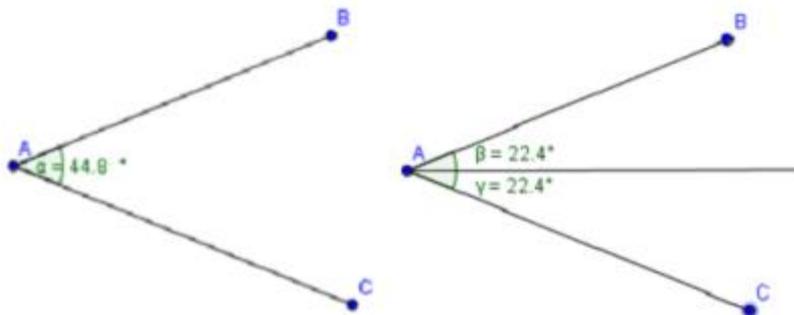
Tool	Langkah/ Penjelasan	Ilustrasi
	<p>Gambarlah dua buah ruas garis yang salah satu dari ujungnya bertemu dan membentuk sudut ($\angle BAC$)</p>	
	<p>Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat pada titik A dengan panjang jari-jari AC (sebut saja lingkaran a)</p>	
	<p>Dengan menggunakan tool Compass, buatlah salinan dari lingkaran a dan letakkan salinan lingkaran tersebut (sebut saja lingkaran a') dengan titik pusat di posisi tertentu/bersebelahan dengan lingkaran a (dalam contoh ini berpusat di titik D)</p>	

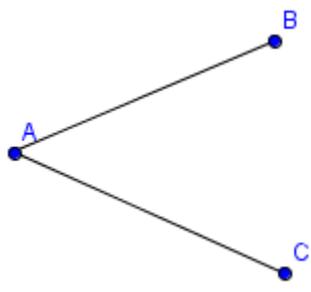
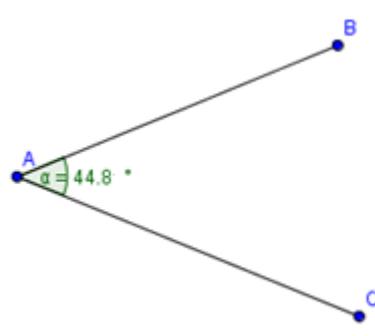
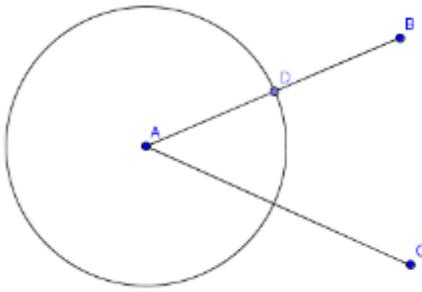
Kegiatan Pembelajaran 6

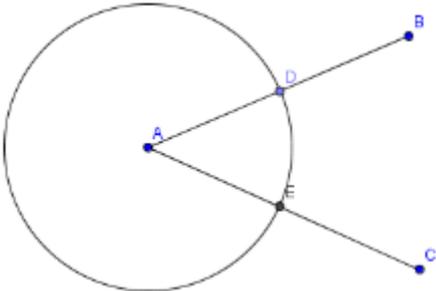
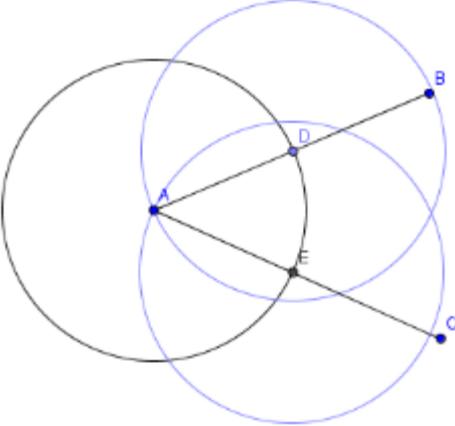
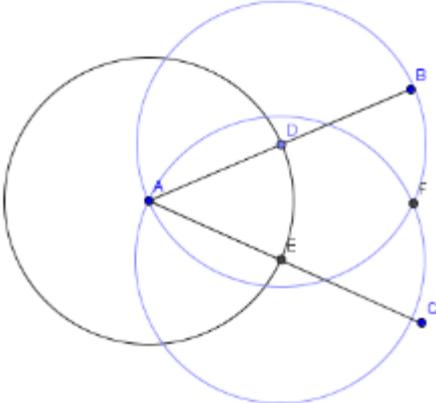
	<p>Gambarlah lingkaran kedua (sebut saja lingkaran b) dengan titik pusat A dan jari-jari AC.</p>	
	<p>Salinlah lingkaran b ke tempat salinan lingkaran a' dengan titik pusatnya juga di titik D (kita sebut lingkaran b')</p>	
	<p>Buatlah lingkaran dengan titik pusat di C dan jari-jari CB (kita sebut lingkaran c).</p>	
 	<p>Gambarlah sebuah titik pada keliling lingkaran b' (titik E). Salinlah lingkaran c ke lokasi dengan titik pusatnya berada pada titik E tersebut. Lingkaran ini kita sebut</p>	

	<p>lingkaran c'</p> <p>Tandai perpotongan antara lingkaran c' dan lingkaran a' dengan menggunakan tool Intersect Two Objects</p>	
	<p>Gambarlah ruas garis DF dan DE serta berilah label pada sudut $\angle FDE$</p>	
	<p>Sembunyikan semua objek bantu. Untuk pengujian, geserlah titik pada ujung ruas garis (titik b atau C) sehingga ukuran dan posisi ruas garis serta sudut menjadi berubah. Perhatikan apa yang terjadi pada objek kedua.</p>	

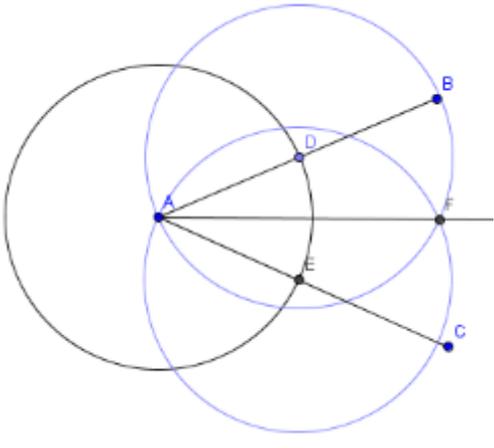
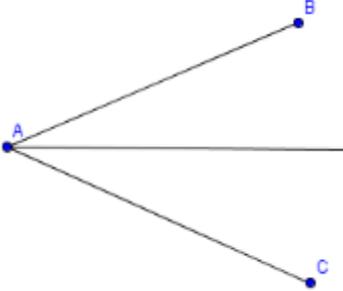
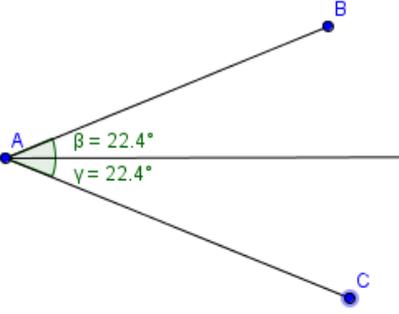
5. Membagi Sudut



Tool	Langkah/Penjelasan	Ilustrasi
	<p>Buatlah dua buah ruas garis yang membentuk sebuah sudut (sudut BAC)</p> <p>(catatan: langkah ini juga dapat digunakan untuk membagi sudut yang sudah ada/tidak menggambar baru)</p>	
	<p>Tandai sudut tersebut sehingga terlihat besar sudutnya.</p> <p>Sembunyikan label tersebut.</p>	
	<p>Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat pada titik perpotongan dua ruas garis yang membentuk sudut (titik A) dan dengan panjang jari-jari yang memotong kedua ruas garis.</p>	

	<p>Tandai titik perpotongan keliling lingkaran dengan kedua ruas garis (titik D dan E)</p>	
	<p>Salinlah lingkaran tadi menggunakan tool Compass sehingga membentuk dua lingkaran baru dengan titik pusat masing-masing berada pada perpotongan dua ruas garis dan keliling lingkaran pertama (titik D dan E)</p>	
	<p>Tandai perpotongan keliling lingkaran kedua dan ketiga (salinan dari lingkaran pertama) (titik F)</p>	

Kegiatan Pembelajaran 6

	<p>Buatlah sinar garis (atau garis/ruas garis) yang memotong titik pusat lingkaran pertama (titik A) dan titik perpotongan lingkaran kedua dan ketiga (titik F). Sinar garis inilah yang membagi sudut menjadi dua sudut sama besar.</p>	
	<p>Sembunyikan objek yang tidak perlu ditampilkan.</p>	
	<p>Tandai kedua sudut sehingga akan terlihat bahwa kedua sudut ini sama besar.</p>	
	<p>Geser posisi titik B dan C dan amati apa yang terjadi dengan sinar garis yang membagi sudut tersebut.</p>	

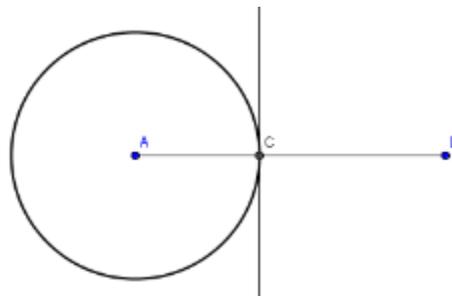
Dalam Geogebra, untuk membagi sudut menjadi dua sama besar dapat menggunakan tool yang telah disederhanakan penggunaannya yaitu dengan

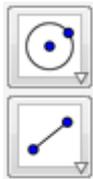
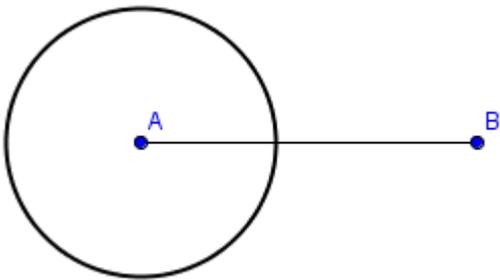


tool **Angle Bisector** ().

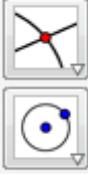
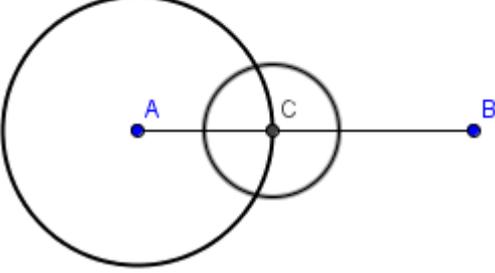
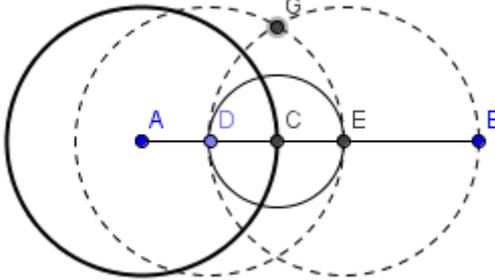
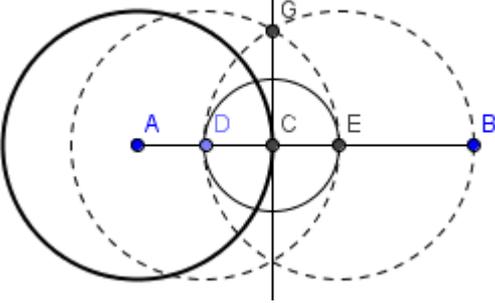
Anda dapat menggunakan tool ini sebagai ganti langkah konstruksi membagi sudut namun perlu diperhatikan bahwa sebelum menggunakan tool ini konsep pembagian sudut harus dipahami terlebih dahulu.

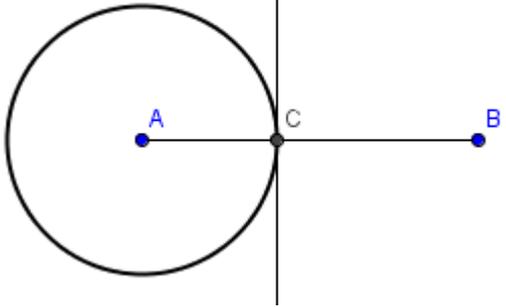
6. Konstruksi Garis Singgung Lingkaran Yang Melalui Sebuah Titik Pada Lingkaran



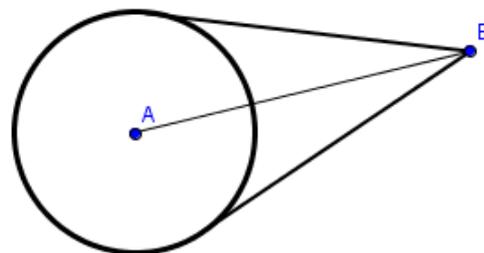
Tool	Langkah/ Penjelasan	Ilustrasi
	Buat sebuah lingkaran. Buat sebuah titik di luar lingkaran (titik B). Kemudian hubungkan titik pusat lingkaran (titik A) dengan titik di luar lingkaran tersebut (AB)	

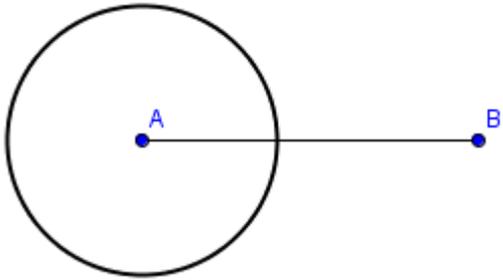
Kegiatan Pembelajaran 6

	<p>Tandai titik perpotongan antara ruas garis dan lingkaran (titik C). Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat di C</p>	
	<p>Tandai titik perpotongan lingkaran kedua (yang titik pusatnya C) dengan ruas garis AB, yaitu titik D dan E. Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pusat D. Salinlah lingkaran ini ke titik E sebagai titik pusatnya Tandai perpotongan kedua lingkaran terakhir ini (titik G)</p>	
	<p>Buat sebuah garis lurus yang memotong titik G dan C Garis inilah yang disebut sebagai garis singgung lingkaran yang melalui titik C pada lingkaran yang berpusat di titik A dan</p>	

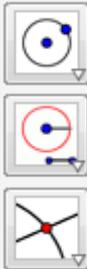
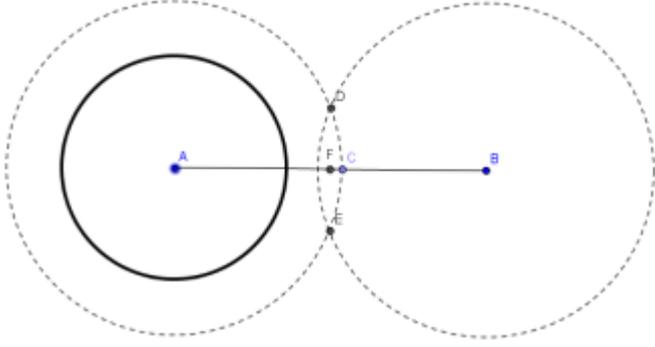
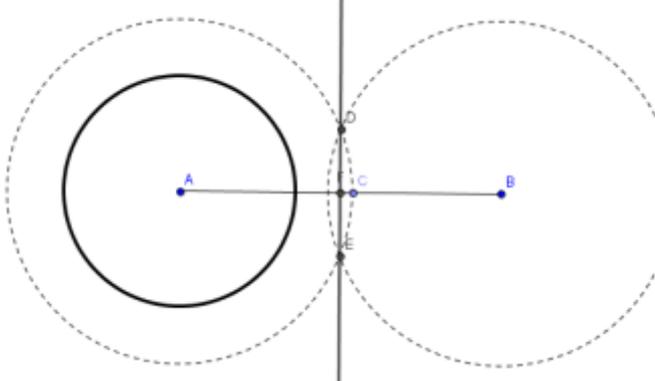
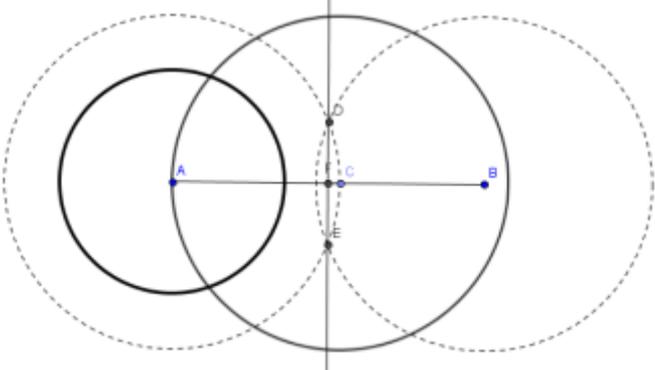
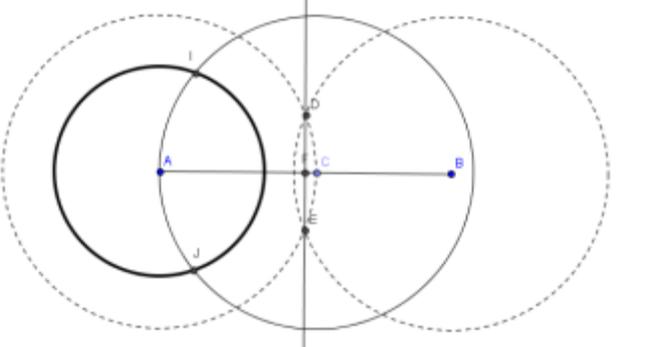
	<p>Untuk memperjelas gambar, sembunyikan objek-objek bantu.</p> <p>Untuk menguji konstruksi, geserlah titik-titik yang ada (titik A atau B) dan perhatikan apakah konstruksi sudah benar atau belum</p>	
---	---	--

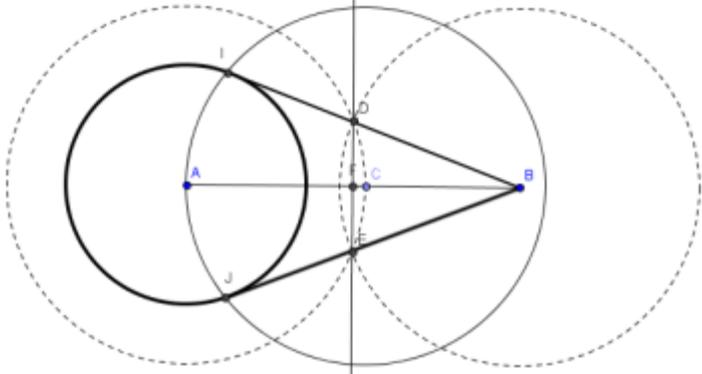
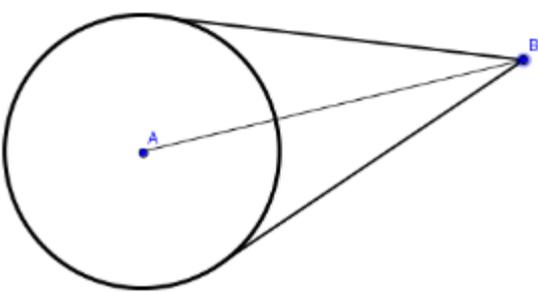
7. Konstruksi Garis Singgung Lingkaran Yang Melalui Sebuah Titik di Luar Lingkaran



Tool	Langkah/ Penjelasan	Ilustrasi
 	<p>Buat sebuah lingkaran.</p> <p>Buat sebuah titik di luar lingkaran (titik B).</p> <p>Kemudian hubungkan titik pusat lingkaran (titik A) dengan titik di luar lingkaran tersebut (AB)</p>	

Kegiatan Pembelajaran 6

	<p>Tentukan titik tengah antara A dan B. Gunakan teknik konstruksi yang telah dipelajari sebelumnya (lihat pada topik <i>membagi ruas garis</i>)</p>	
	<p>Buat garis yang tegak lurus terhadap ruas garis AB dan memotong titik tengah ruas garis AB (titik F) (dalam hal ini memotong titik D, F dan E)</p>	
	<p>Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat di F dan panjang jari-jarinya adalah sama dengan FA.</p>	
	<p>Tandai titik perpotongan antara lingkaran ini dengan lingkaran yang berpusat di titik A (titik I dan J).</p>	

	<p>Buat dua ruas garis yang masing-masing menghubungkan titik I dan J ke titik B</p>	
	<p>Untuk memperjelas gambar, sembunyikan objek-objek bantu.</p> <p>Untuk menguji konstruksi, geserlah titik-titik yang ada (titik A atau B) dan perhatikan apakah konstruksi sudah benar atau belum</p>	

Dalam Geogebra, untuk melukis garis singgung dapat menggunakan tool yang

telah disederhanakan penggunaannya yaitu dengan tool **Tangents**



8. Konstruksi Geometri Untuk Beberapa Bangun Datar

Pada bagian ini akan dijelaskan tentang konstruksi beberapa bangun datar. Perlu diperhatikan bahwa dalam membuat konstruksi bangun datar ini kita harus mengetahui terlebih dahulu sifat-sifat dari bangun datar tersebut. Pada saat konstruksi selesai juga perlu dilakukan pengujian untuk memastikan bahwa setiap bangun geometri yang dibuat sudah sesuai dengan sifat-sifat atau karakteristiknya. Untuk lebih mempersingkat dan mempermudah langkah konstruksi maka khusus pada bagian ini kita juga akan menggunakan tool-tool GeoGebra yang lain selain dari tool dasar berikut.



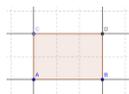
Sebagai contoh, untuk membuat garis sejajar atau tegak lurus kita dapat

menggunakan tool **Parallel line**() dan **Perpendicular line**() atau

contoh lain adalah **Midpoint**() untuk membuat titik tengah.

Namun perlu diingat bahwa tool-tool tersebut hanya dipakai untuk mempermudah, sedangkan konsep emulasi penggaris dan jangka menggunakan GeoGebra ini harus sudah difahami terlebih dahulu. Perlu diketahui juga bahwa dalam membuat konstruksi geometri tidak harus sama persis seperti yang disampaikan disini, artinya bahwa langkah-langkah konstruksi dapat berbeda-beda tergantung dari situasi/kondisi yang ada. Misalnya dalam contoh konstruksi segitiga samakaki akan ada situasi dimana hanya panjang kaki, atau hanya panjang alas yang diketahui sehingga langkah konstruksinya akan berbeda meskipun sama-sama untuk mengkonstruksi segitiga samakaki.

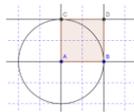
9. Konstruksi Persegi Panjang



- Buatlah sebuah garis lurus yang memotong titik AB
- Setelah itu buatlah dua garis tegak lurus dengan garis AB dan masing-masing memotong titik A dan titik B.
- Buatlah garis lurus yang sejajar garis AB dan memotong dua garis yang tegak lurus garis AB

- d. Tandai titik perpotongan garis tersebut (tanda sebagai titik C dan D)
- e. Buat poligon (yang dalam hal ini akan berbentuk persegi panjang) menggunakan tool Polygon dari titik A, B, D, C dan kembali ke A.
- f. Sembunyikan semua garis bantu sehingga yang tampil hanya gambar persegi panjang.
- g. Lakukan pengujian dengan melakukan *drag test* dan pastikan konstruksi dari bangun persegi panjang ini sudah benar.

10. Konstruksi Persegi



- a. Buat sebuah lingkaran dengan titik pusat A dan jari-jari AB (titik B berada pada lingkaran).
- b. Buat garis lurus AB yaitu dari titik pusat (titik A) ke titik yang berada pada lingkaran (titik B).
- c. Dengan menggunakan tool garis tegak lurus buatlah dua garis yang tegak lurus terhadap garis AB dan masing masing memotong pada titik A dan titik B.
- d. Tandai titik perpotongan garis dan lingkaran (tanda sebagai titik C).
- e. Buat garis yang sejajar garis AB dan memotong titik C setelah itu tandai perpotongan garis ini dengan garis yang tegak lurus dengan garis AB yang memotong titik B. Tanda sebagai titik D
- f. Dengan tool **Polygon**, buatlah sebuah poligon yang dalam hal ini akan membentuk sebuah persegi ABDC.

- g. Lakukan pengujian dengan melakukan *drag test* dan pastikan konstruksi dari bangun persegi panjang ini sudah benar.

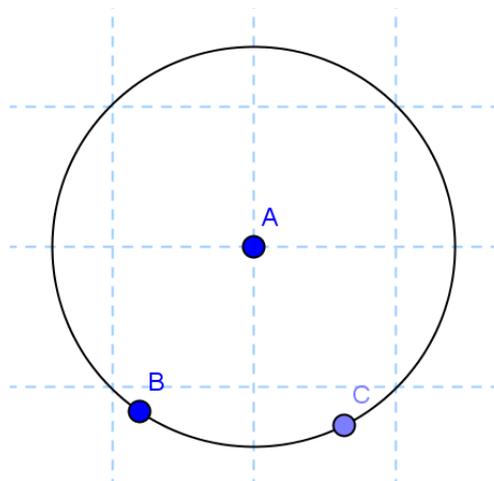
11. Konstruksi Segitiga Samakaki Yang Diketahui Panjang Dua Kakinya

Untuk mengkonstruksi sebuah bangun geometri bisa dilakukan dengan lebih dari satu cara. Selain itu cara mengkonstruksi juga tergantung dari data awal yang diketahui. Sebagai contoh, berikut ini langkah konstruksi segitiga sama kaki dengan data yang diketahui adalah panjang dua kakinya. Sebagai contoh, berikut langkah mengkonstruksi segitiga sama kaki dengan panjang dua kakinya masing-masing adalah 3 satuan. Langkahnya adalah sebagai berikut:

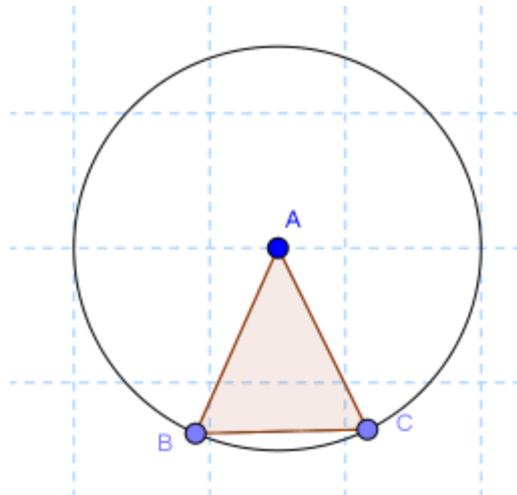
- a. Gambarlah sebuah lingkaran dengan jari-jari 3 satuan menggunakan tool

Circle with center and radius ().

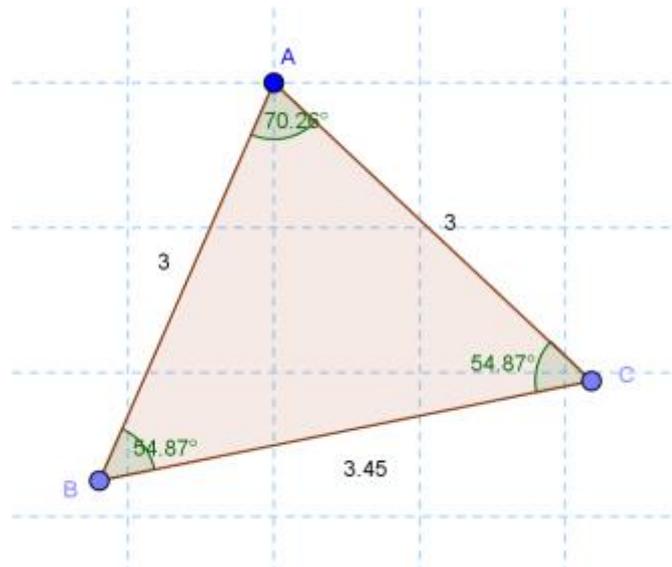
- b. Buatlah dua buah titik pada lingkaran (namai titik B dan C).
c. Buat dua buah titik berbeda yang diletakkan pada lingkaran dengan posisi berbeda (titik A dan B).



- d. Buatlah bangun segitiga ABC menggunakan tool **Polygon** dengan menghubungkan titik-titik A, B, C dan kembali ke A.



- e. Sembunyikan lingkaran sehingga yang tampak hanya gambar segitiga.
- f. Tambahkan sudut dalam segitiga dan panjang sisi-sisinya. Untuk menambahkan panjang sisi segitiga gunakan tool **Distance or length**(



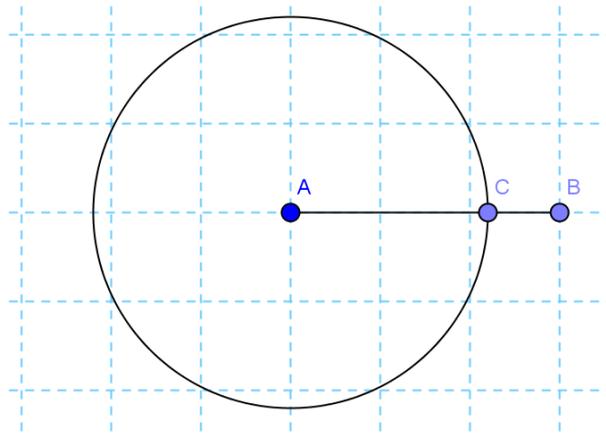
- g. Lakukan pengujian dengan melakukan *drag test* dan pastikan konstruksi dari bangun segitiga samakaki ini sudah benar.

12. Konstruksi Segitiga Samakaki Yang Diketahui Panjang Alasnya

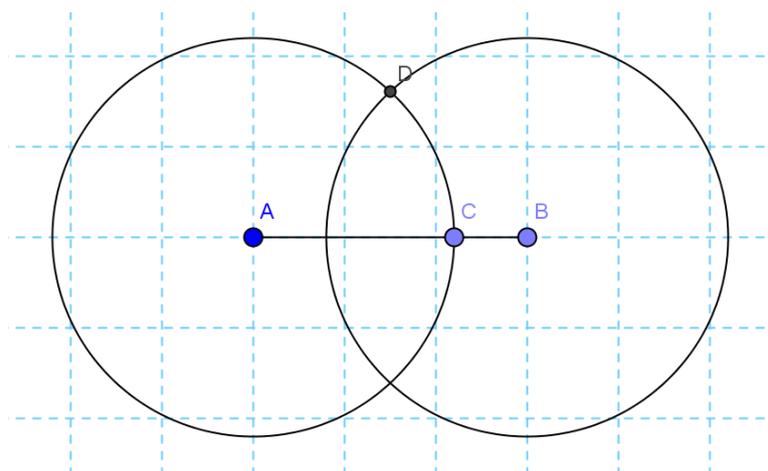
Konstruksi segitiga samakaki jika yang diketahui adalah alas dari segitiga tersebut langkahnya adalah sebagai berikut:

Kegiatan Pembelajaran 6

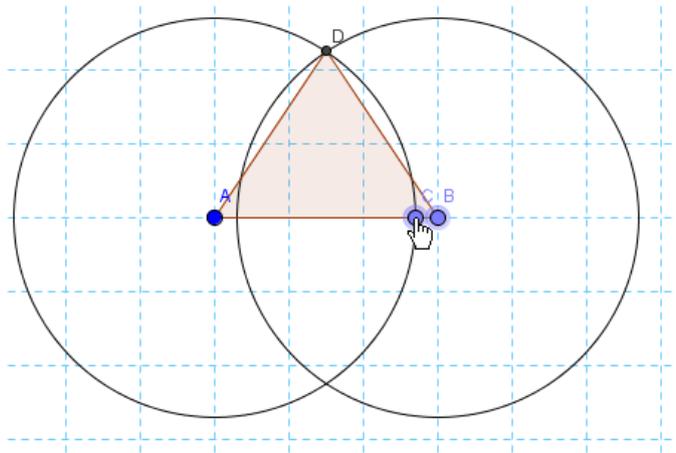
- Buatlah ruas garis (dalam hal ini ruas garis AB) dengan menggunakan tool **Segment with given length** (ruas garis dengan panjang tertentu).
- Buatlah lingkaran dengan titik pusat di salah satu titik dari ujung ruas garis (titik A). Buatlah jari-jari lingkaran ini lebih besar dari panjang ruas garis dibagi dua. Akan muncul titik C yang dapat digunakan untuk mengubah panjang jari-jari lingkaran.



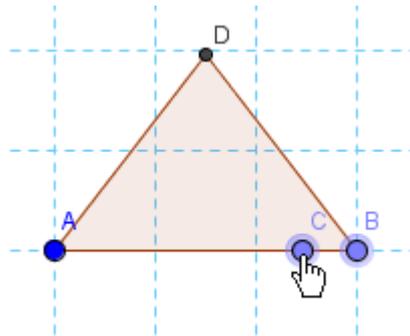
- Salinlah lingkaran tersebut ke posisi titik pusat di titik di ujung lain (titik B) dari ruas garis dengan menggunakan tool **Compass**. Caranya aktifkan tool Compass kemudian klik pada lingkaran dengan titik pusat A kemudian klik di titik B sehingga terbentuk lingkaran kedua. Tandai titik perpotongan dua lingkaran ini.



- Gambarlah poligon dari titik A, B, D dan kembali ke A sehingga terbentuk segitiga samakaki. Geserlah titik C dan pastikan konstruksi segitiga sama kaki ini sudah benar.

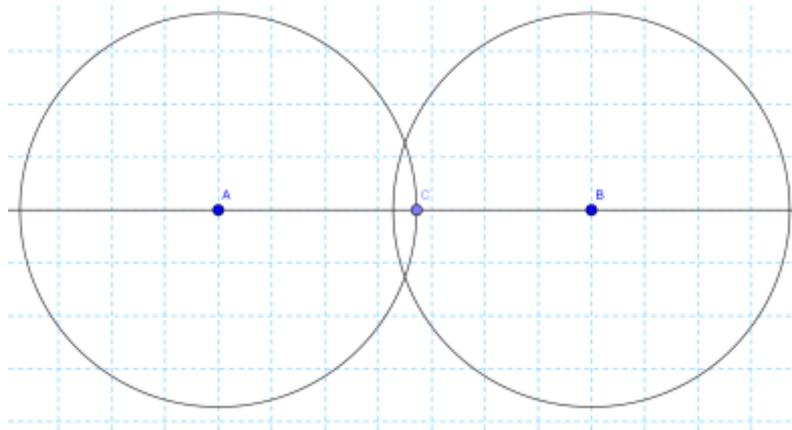


- e. Agar tampilan lebih rapi, sembunyikanlah gambar lingkaran sehingga hanya tertampil segitiga dan beberapa titik yang diperlukan.

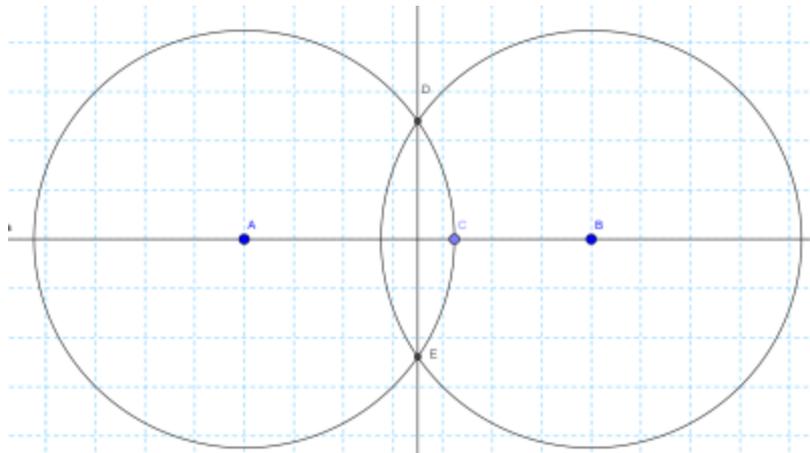


13. Konstruksi Segitiga Siku-siku

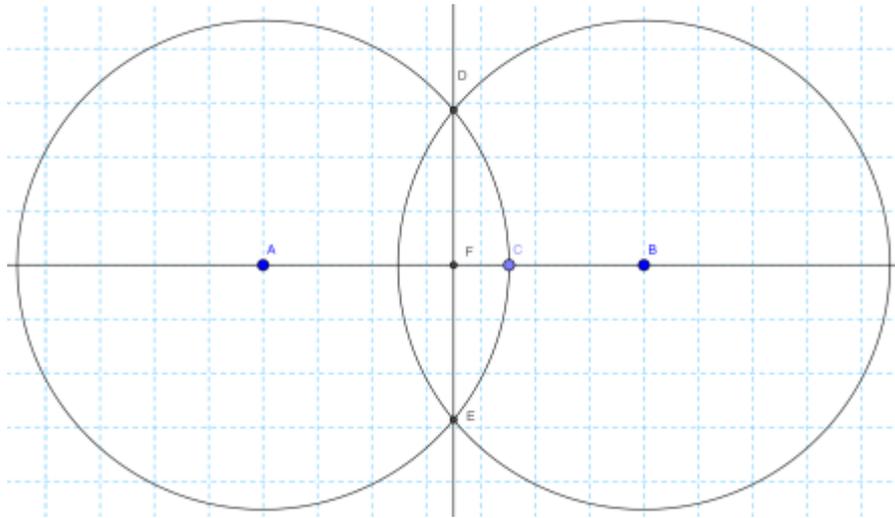
- Konstruksi segitiga siku-siku dapat dibuat dengan pertama kali dibuat garis lurus (garis AB).
- Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pusat di titik A. Salin lingkaran tersebut ke posisi titik pusat di titik B.



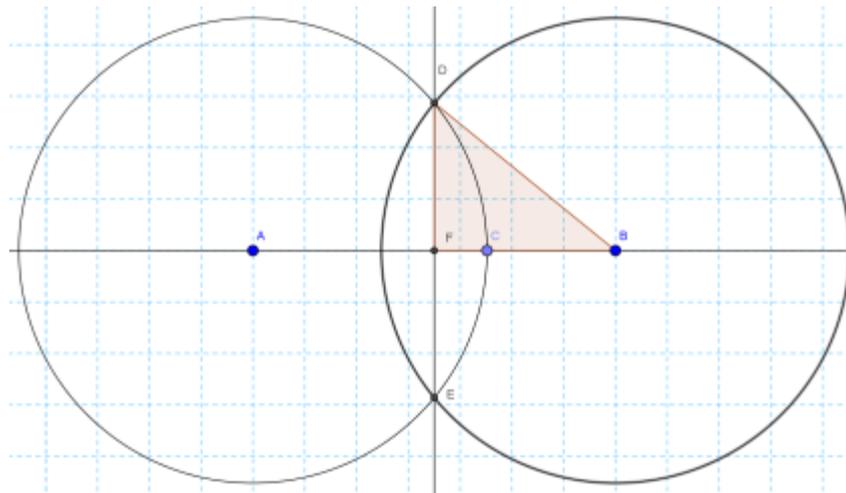
- 1) Tandai titik potong dari lingkaran tersebut (lingkaran akan berpotongan di dua titik, tandailah kedua titik ini (titik D dan E)).



- 2) Sampai di langkah ini kita akan melihat dua garis yang berpotongan tegak lurus. Tandailah perpotongan kedua garis ini (tandai sebagai titik F).

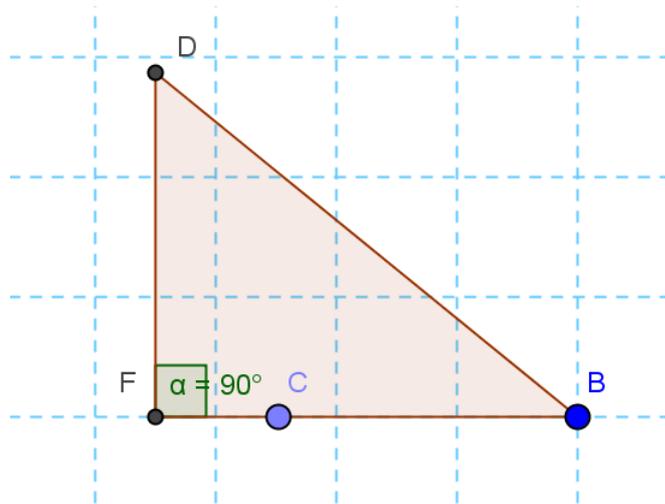


- 3) Dengan tool Polygon buatlah segitiga DFB. Pastikan konstruksi sudah benar dengan melakukan drag test.

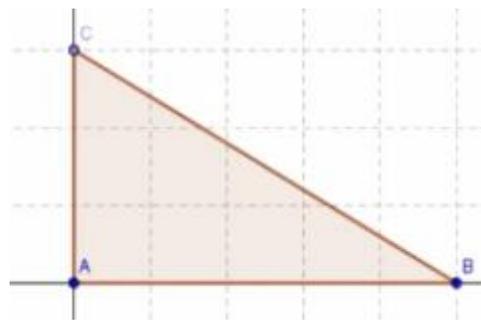


- 4) Tampilkan sudut siku-siku pada segitiga yang terbentuk.

Kegiatan Pembelajaran 6



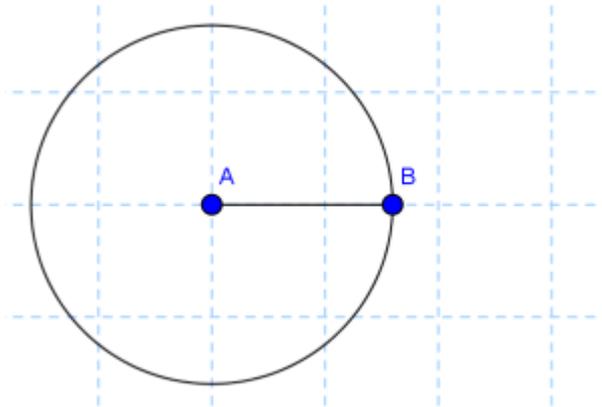
5) Setelah itu sembunyikan garis, titik dan lingkaran agar gambar lebih jelas.



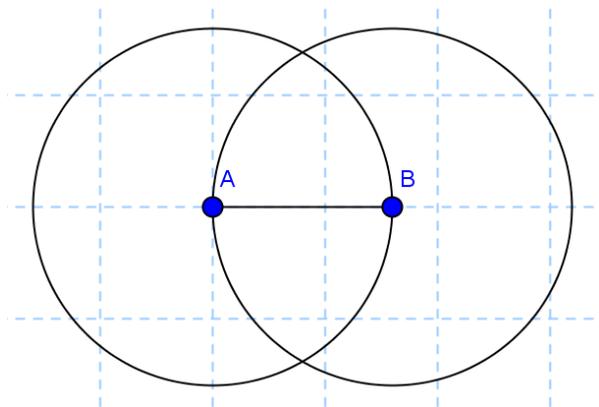
14. Konstruksi Segitiga Samasisi

Untuk konstruksi segitiga sama sisi, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

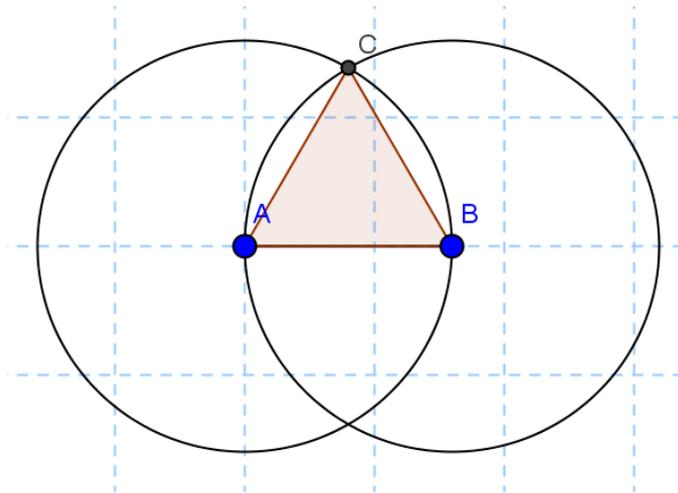
- Buatlah ruas garis AB.
- Buat lingkaran dengan titik pusat A dan jari-jari AB



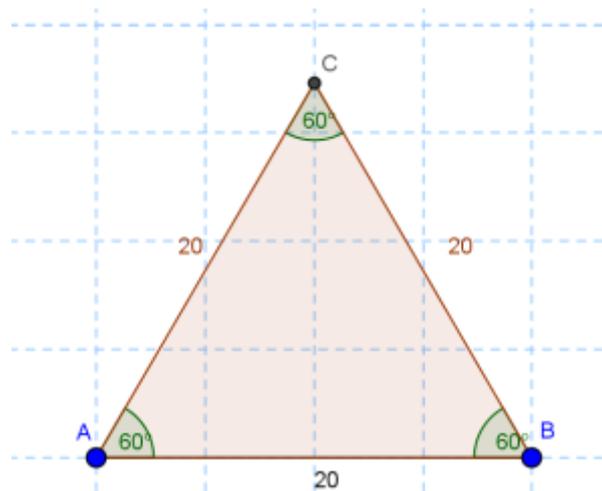
- 1) Salin lingkaran tersebut menggunakan (tool **Compass**) dan tempatkan salinannya dengan titik pusat lingkaran diletakkan di titik B.



- 2) Tandai titik perpotongan dua lingkaran tersebut sebagai titik C
- 3) Buatlah segitiga menggunakan **Polygon** dari titik A, B, C dan kembali ke A.



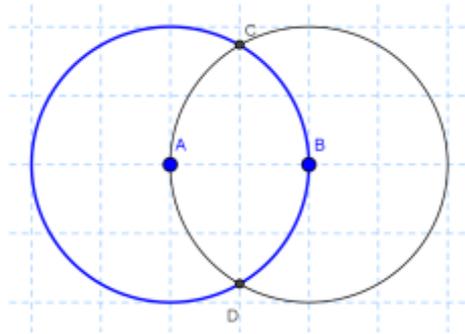
- 4) Sembunyikan objek-objek bantu dan tambahkan nilai sudut dan panjang sisi segitiga. Setelah itu, lakukan pengujian dengan *drag test*.



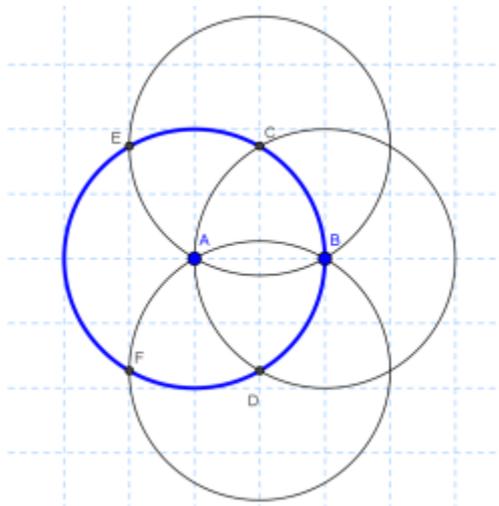
15. Konstruksi Segi Enam Beraturan

Pada GeoGebra kita dapat membuat segi beraturan menggunakan **Regular Polygon**. Tool ini dapat digunakan untuk membuat segi banyak beraturan dengan jumlah sisi dari 3 sampai sebanyak-banyaknya(tak hingga). Namun, untuk konstruksi geometri, kita akan mempraktikkan membuat segi enam beraturan dengan menggunakan emulasi jangka dan penggaris dan untuk sementara ini kita abaikan tool **Regular Polygon**. Dengan GeoGebra segienam beraturan dapat dikonstruksi dengan langkah berikut:

- a. Buat sebuah lingkaran, kita sebut lingkaran ini sebagai lingkaran pertama.
- b. Salin lingkaran tersebut ke lingkaran baru dengan titik pusat berada di sebuah titik pada lingkaran pertama.
- c. Tandai titik perpotongan lingkaran yang baru tersebut dengan lingkaran pertama.

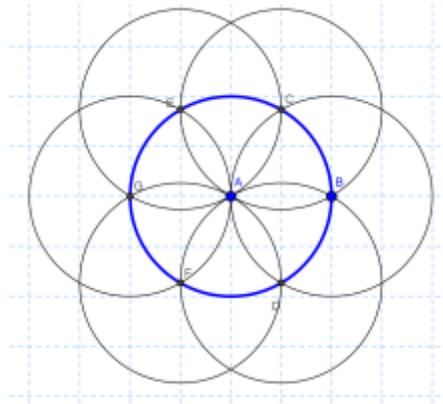


- d. Salin lingkaran pertama ke titik titik perpotongan antara lingkaran pertama dan lingkaran kedua (titik C dan D). Kemudian tandai perpotongan kedua lingkaran tadi dengan lingkaran pertama.

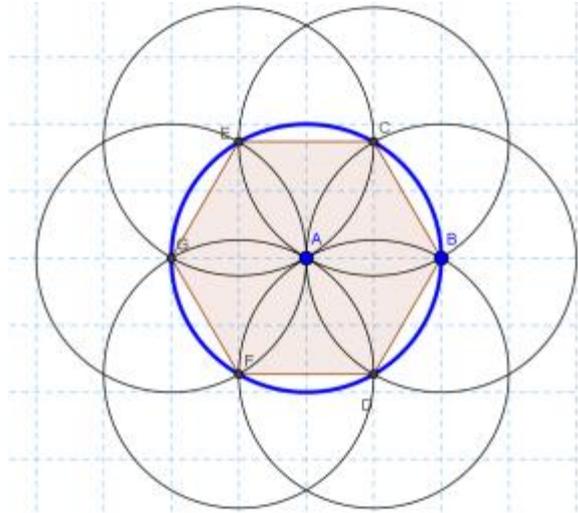


- e. Ulangi langkah 3 dan 4 berulang-ulang sehingga terbentuk 6 salinan lingkaran yang saling memotong sehingga menjadi seperti gambar berikut.

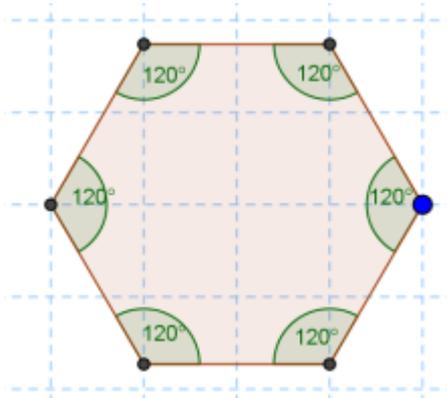
Kegiatan Pembelajaran 6



- f. Gambarlah poligon segi enam pada titik-titik perpotongan tersebut.



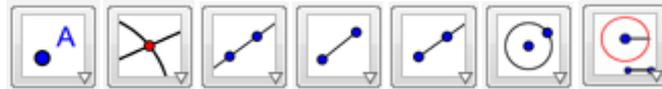
- g. Ujilah konstruksi dengan *drag test* dan kemudian sembunyikan objek bantu. Tambahkan sudut dan panjang sisi jika diperlukan.



E. Latihan

Latihan 1: Menyalin Segitiga

Salinlah sebuah segitiga ke segitiga yang lain dengan konstruksi geometri berbantuan GeoGebra. Tool yang boleh digunakan adalah:

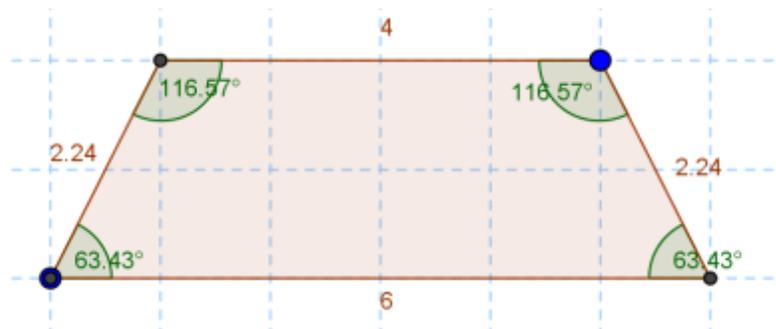


(Petunjuk: Gunakan teknik yang serupa dengan menyalin sudut)

Latihan 2: Latihan Konstruksi Jajar Genjang

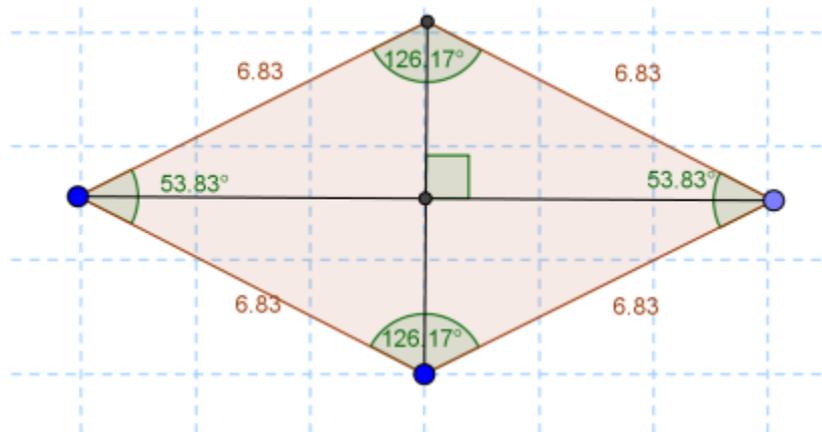


Latihan 3: Konstruksi Trapesium Samakaki



Latihan 4: Konstruksi Belah Ketupat

Kegiatan Pembelajaran 6



Latihan 5

Unduhlah file GeoGebra dari link berikut <http://geocities.ws/geogebra/lingkaran.ggb>. Dengan menggunakan GeoGebra, tentukan titik tengah dari bangun lingkaran (roda kayu) yang ada dalam file tersebut. Tool GeoGebra yang boleh digunakan adalah:



Latihan 6

Sebuah perusahaan ingin membuat gudang yang menyediakan stok barang untuk tiga buah kota yang berdekatan (ditunjukkan oleh gambar peta berikut). Agar efisien perusahaan itu bermaksud mencari lokasi di sebuah titik yang memiliki jarak yang sama di antara tiga buah kota yang ada. Download file GeoGebra yang menggambarkan peta dengan masing-masing posisi kota dari link berikut

<http://geocities.ws/geogebra/peta.ggb>.

Dengan menggunakan GeoGebra, tentukan lokasi titik tersebut!



Tool GeoGebra yang boleh digunakan pada soal ini dibatasi pada beberapa tool berikut:



Latihan 7

Masih melanjutkan dari Latihan 5, jika di antara kota-kota ini dihubungkan jalan raya yang lurus membentuk segitiga (Astina-Alengka-Bindarata-Astina), tentukanlah titik yang memiliki jarak yang sama dengan jalan raya tersebut. Tidak ada pembatasan tool GeoGebra yang digunakan dalam penyelesaian latihan ini.

F. Rangkuman

Konstruksi geometri merupakan salah satu topik penting dalam matematika dan membutuhkan keterampilan khusus. Pada pembelajaran konvensional konstruksi geometri biasanya hanya menggunakan alat fisik seperti penggaris dan jangka. GeoGebra memiliki beberapa fitur yang dapat digunakan untuk pembelajaran konstruksi geometri dan melakukan emulasi penggunaan peralatan fisik. Konstruksi geometri menggunakan GeoGebra juga memiliki kelebihan-kelebihan diantaranya memungkinkan eksplorasi yang lebih banyak. Namun demikian pembelajaran menggunakan alat fisik

seperti jangka dan penggaris tetap tidak boleh dikesampingkan mengingat penggunaan alat fisik juga menjadi fondasi penting dalam memahami konsep. Pada kegiatan belajar ini dipelajari bagaimana jembatan antara penggunaan alat fisik dan GeoGebra serta ditunjukkan beberapa fitur GeoGebra dalam pemanfaatannya terkait konstruksi geometri.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Setelah Anda mengerjakan aktivitas dan mencoba menjawab latihan. Cocokkan Jawaban Anda pada kunci jawaban atau petunjuk di bawah ini. Jika Anda masih kesulitan dalam mengerjakan aktivitas pembelajaran atau masih belum menemukan jawaban yang benar silahkan membaca kembali uraian materi di kegiatan pembelajaran ini. Jika Anda telah menguasai materi yang ada di bagian modul ini dan silahkan melanjutkan mempelajari kegiatan pembelajaran berikutnya.

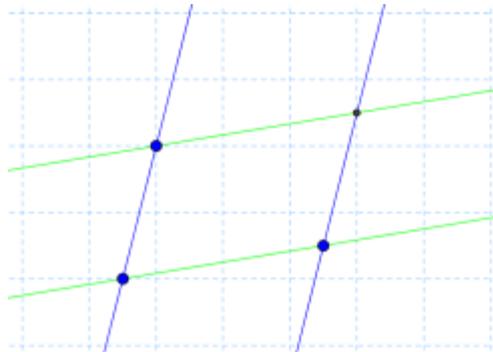
H. Kunci Jawaban

Latihan 1

Untuk menyalin segitiga, gunakan teknik menyalin sudut. Dari sudut-sudut yang disalin ini kemudian hubungkan menggunakan poligon untuk membentuk segitiga yang sama dan sebangun.

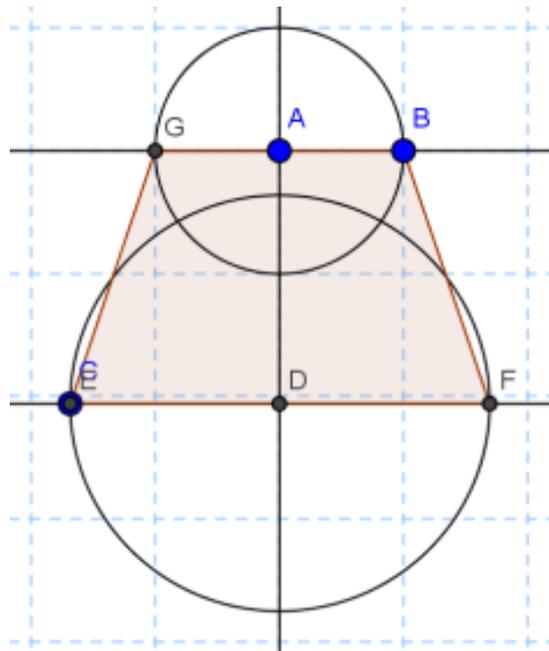
Latihan 2

Dalam membuat jajar genjang kita perlu membuat dua garis terlebih dahulu dimana garis tersebut saling memotong dan usahakan membentuk sudut kira-kira diantara 30° - 60° . Buat garis yang sejajar yang berpasangan dengan masing-masing garis tersebut. Tandai perpotongan empat garis ini dan gambarlah poligon melalui 4 titik ini.



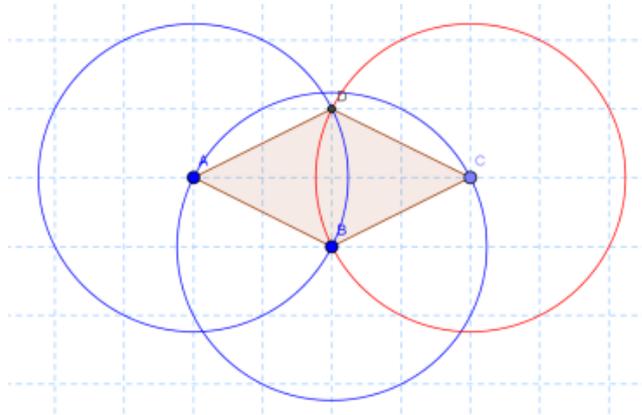
Latihan 3

Untuk konstruksi trapesium sama kaki dapat dibuat menggunakan panduan ilustrasi berikut.



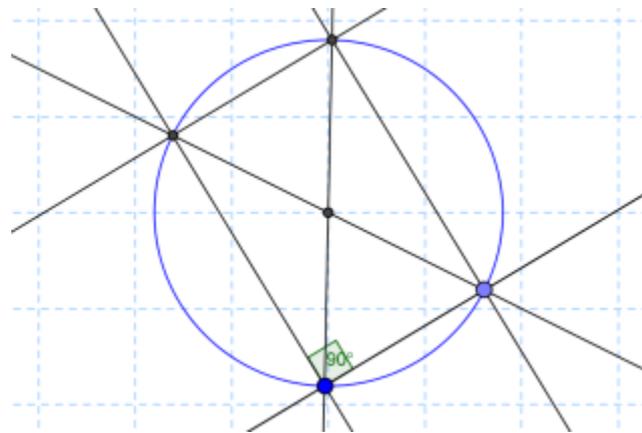
Latihan 4

Untuk konstruksi belah ketupat dapat dibuat dengan ilustrasi berikut.



Latihan 5

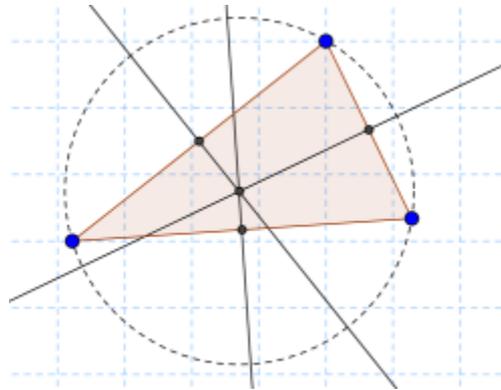
Untuk menemukan titik tengah lingkaran dapat dilakukan dengan berbagai cara salah satunya adalah dengan membuat persegi panjang dalam lingkaran dengan sisi-sisi persegi panjang ini adalah tali busur lingkaran. Setelah itu tandai perpotongan garis diagonalnya. Perpotongan dua garis diagonal ini akan tepat berada di pusat lingkaran.



Latihan 6

Buatlah sebuah segitiga dari titik-titik lokasi 3 kota tersebut. Untuk mencari titik yang berjarak sama dari ketiga titik tersebut dapat dilakukan dengan mencari titik perpotongan dari garis sumbu masing-masing sisi segitiga. Perhatikan bahwa untuk soal ini hanya diperbolehkan menggunakan tool-tool tertentu sehingga untuk mencari titik tengah tidak boleh menggunakan **Midpoint** dan harus menggunakan konstruksi. Demikian pula untuk

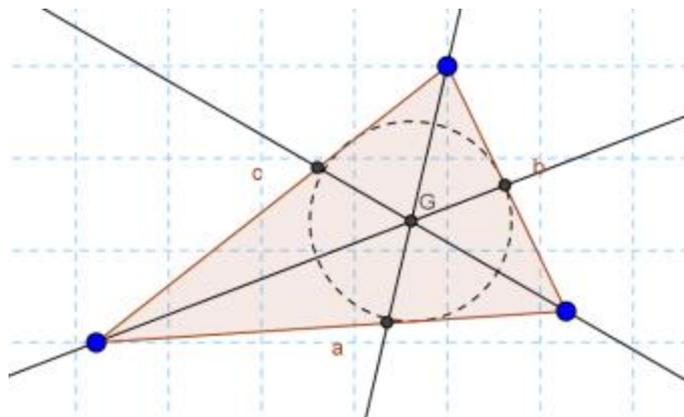
membuat garis tegak lurus tidak boleh menggunakan tool **Perpendicular Line**.



Latihan 7

Untuk mencari titik yang berjarak sama dari sisi-sisi segitiga dapat dilakukan dengan mencari perpotongan dari masing-masing garis bagi. Karena tidak ada batasan dalam penggunaan tool, kita dapat memanfaatkan tool **Angle**

bisector () untuk membagi sudut menjadi dua bagian sama besar. Lakukan untuk ketiga sudut dan tandai perpotongannya.



Kegiatan Pembelajaran 6

Kegiatan Pembelajaran 7

Bangun Ruang

A. Tujuan

Tujuan pembelajaran dari Kegiatan Belajar VI ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Mengenali tool-tool pada GeoGebra 3D terkait bangun ruang, yaitu titik, garis, bidang, prisma, limas, kubus, tabung, kerucut dan bola.
2. Menggunakan tool-tool pada GeoGebra 3D terkait bangun ruang yaitu titik, garis, bidang, prisma, limas, kubus, tabung, kerucut dan bola.
3. Mengembangkan media pembelajaran untuk simulasi konsep – konsep geometri 3D dengan berbantuan tool-tool geogebra 3D.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi dari Kegiatan belajar ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Menerangkan tool-tool pada GeoGebra 3D terkait bangun ruang, yakni titik, garis, bidang, prisma, limas, kubus, tabung, kerucut dan bola.
2. Menerapkan penggunaan tool-tool pada GeoGebra 3D terkait bangun ruang titik, garis, bidang, prisma, limas, kubus, tabung, kerucut dan bola.
3. Membuat media pembelajaran geometri 3D dengan berbantuan tool-tool geogebra 3D.

C. Uraian Materi

Salah satu materi yang cukup menantang dan sulit bagi guru dalam melakukan pembelajaran di kelas adalah bangun ruang, salah satu kendalanya adalah keterbatasan alat dan media untuk mengkomunikasikan

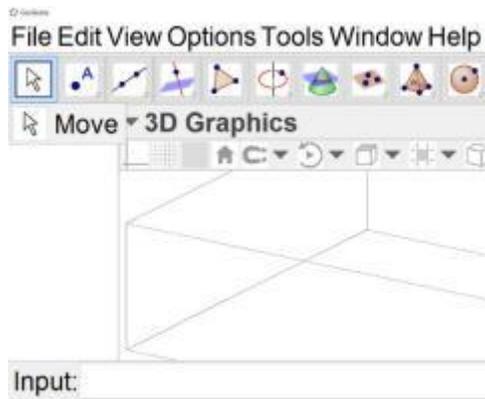
konsep-konsep geometri tiga dimensi kepada murid, di samping kemampuan abstraksi sebagian murid yang belum cukup matang. Menjelaskan konsep-konsep dasar geometri seperti jarak antara dua titik, jarak antara titik dengan garis mungkin tidak sesulit ketika menyampaikan konsep jarak antara titik dengan bidang, begitu pula dengan konsep sudut antara garis dengan bidang dan sudut antara bidang dengan bidang. Konsep – konsep geometri lain yang dapat kita eksplorasi dengan geogebra 3D adalah bagaimana menentukan jaring – jaring kubus, prisma, dan limas; irisan bidang dengan kerucut yang akan membentuk kurva-kurva parabola, ellipsis dan hiperbola; juga bagaimana memvisualkan penyelesaian dari sistem persamaan linier tiga variabel.

Sebuah perangkat lunak (software) seperti geogebra dengan tampilan 3D graphics tentu akan sangat membantu guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran di kelas, dengan syarat guru menguasai dengan baik perangkat lunak tersebut. Untuk memahami dan menggunakan sebuah perangkat lunak tentunya kita harus mengenali tool-tool yang ada, sehingga kita dapat dengan tepat memvisualkan konsep-konsep yang sulit dipahami oleh kebanyakan murid.

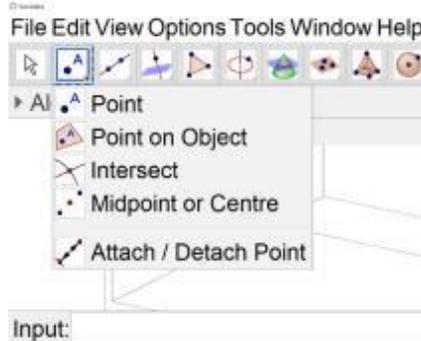
Pada bagian ini akan dipaparkan semua fungsi dari tombol-tombol geogebra 3D yang diperlukan untuk mengkonstruksi bangun-bangun yang kita inginkan. Setelah mengenali semua fungsi tombol yang ada, Anda dapat mencobanya dengan mengikuti aktivitas pembelajaran yang ada pada modul ini.

Pada tampilan default geogebra 3D, terdapat 14 kelompok tombol yang akan dipaparkan berikut ini.

1. Tombol **Move** 



2. Kelompok tombol Point 

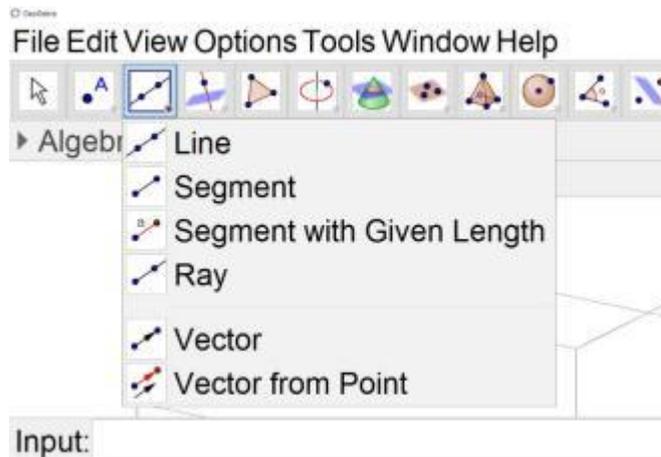


Pada menu tombol ini terdapat 5 buah tombol yaitu

	Point , klik pada tampilan grafik atau garis, fungsi atau kurva
	Point on object , klik pada bagian dalam suatu obyek atau pada kelilingnya untuk membuat sebuah titik baru.
	Intersect , pilih dua obyek atau klik langsung pada perpotongannya
	Midpoint or Center , pilih dua titik, satu ruas garis, lingkaran atau konik
	Attach/Detach Point , klik suatu titik (dan sebuah obyek untuk digunakan)

3. Kelompok tombol Line 

Kegiatan Pembelajaran 7

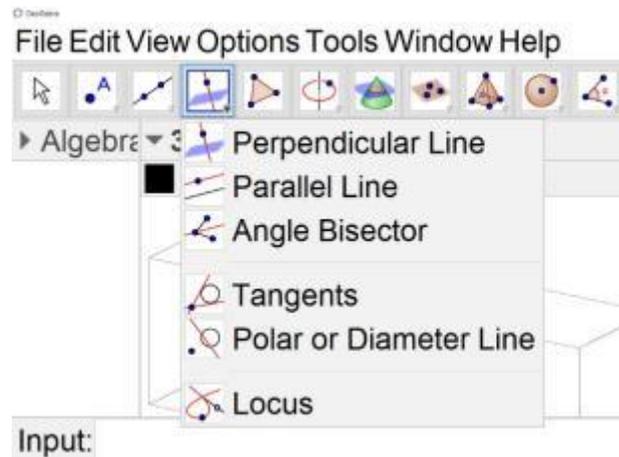


Pada menu tombol line terdapat 6 buah tombol

	Line , pilih dua titik
	Segment , pilih dua titik
	Segment with Given Length , pilih titik dan masukkan panjang ruas garis
	Ray , pilih titik awal, kemudian titik pada sinar
	Vector , pilih titik awal, kemudian titik akhir
	Vector from Point , pilih titik awal dan vektor

4. Kelompok tombol perpendicular line





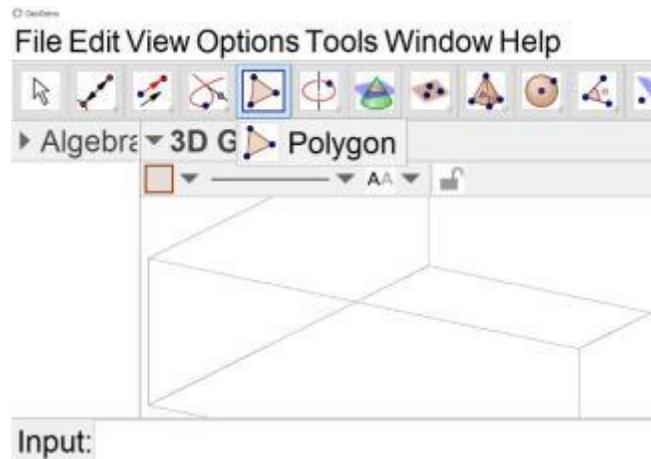
Pada menu tombol perpendicular line terdapat 6 buah tombol

	Perpendicular line , pilih titik dan garis atau bidang yang tegak lurus
	Parallel line , pilih titik dan garis sejajar
	Angle Bisector , pilih tiga titik atau dua garis
	Tangents , pilih titik kemudian lingkaran, konik atau fungsi
	Polar or Diameter Line , pilih titik atau garis, kemudian lingkaran atau konik
	Locus , pilih titik lokus, kemudian titik pada obyek

5. Tombol polygon



Kegiatan Pembelajaran 7

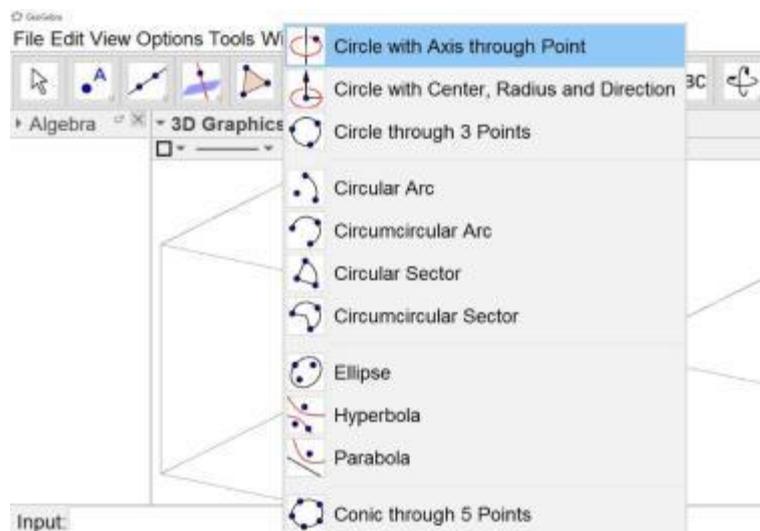


Pada menu tombol polygon terdapat 1 buah tombol



Polygon, pilih semua titik sudut kemudian klik lagi pada titik awal

6. Kelompok tombol circle with axis through point



Pada menu tombol circle with axis through point terdapat 10 buah tombol

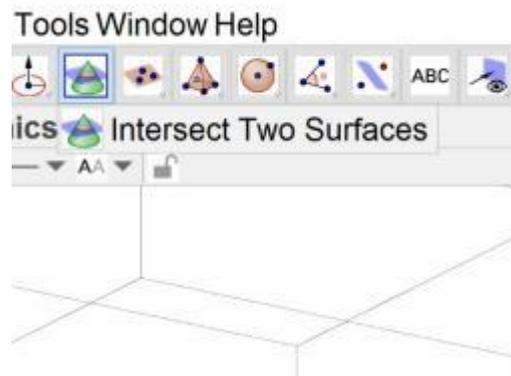


Circle with axis through point, pilih garis sumbu kemudian titik pada lingkaran

	Circle with Center, Radius and Direction , pilih titik tengah, arah dan masukkan jari-jari
	Circle through 3 Points , pilih tiga titik pada lingkaran
	Circular Arc , pilih titik pusat, titik pada busur, dan titik lainnya
	Circumcircular Arc , pilih tiga titik pada busur
	Circular Sector , titik pusat, titik pada sektor dan titik lainnya
	Circumcircular Sector , pilih tiga titik pada sektor
	Ellipse , pilih dua fokus dan suatu titik pada ellips
	Hyperbola , pilih dua titik fokus dan satu titik pada hiperbola
	Parabola , pilih titik dan garis arah
	Conic through 5 points , pilih lima titik pada konik

7. Tombol intersect two surfaces

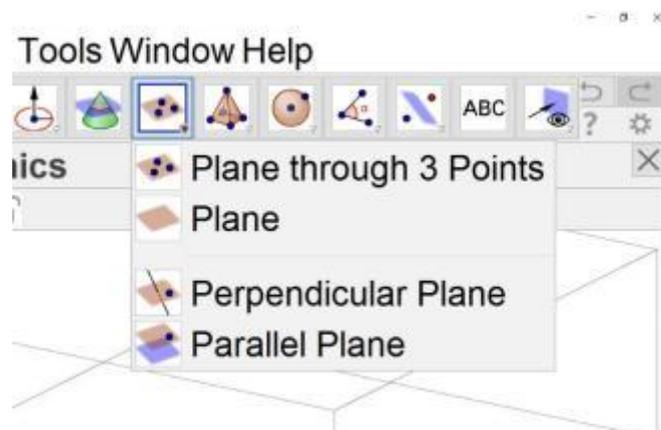




Pada menu tombol intersect two surfaces terdapat 1 buah tombol

	<p>Intersect two surfaces, buat suatu kurva dengan perpotongan dua permukaan</p>
--	---

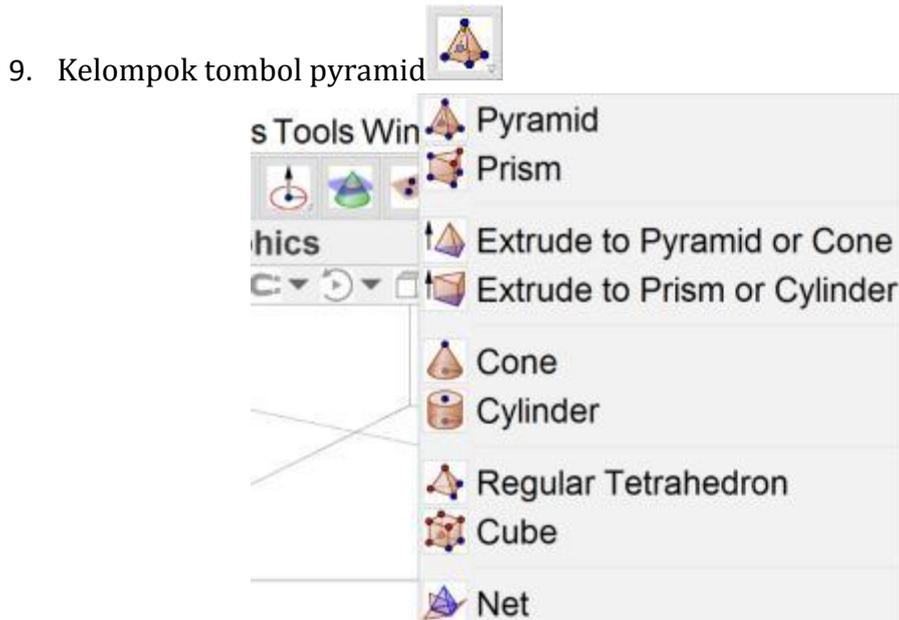
8. Kelompok tombol plane through 3 points 



Pada menu tombol plane through 3 points terdapat 4 buah tombol

	<p>Plane through 3 points, pilih tiga titik</p>
	<p>Plane, pilih tiga titik, atau titik dan garis, atau dua garis atau sebuah polygon</p>
	<p>Perpendicular plane, pilih titik dan garis tegak lurus</p>

	<p>Parallel plane, pilih titik dan bidang sejajar</p>
---	--



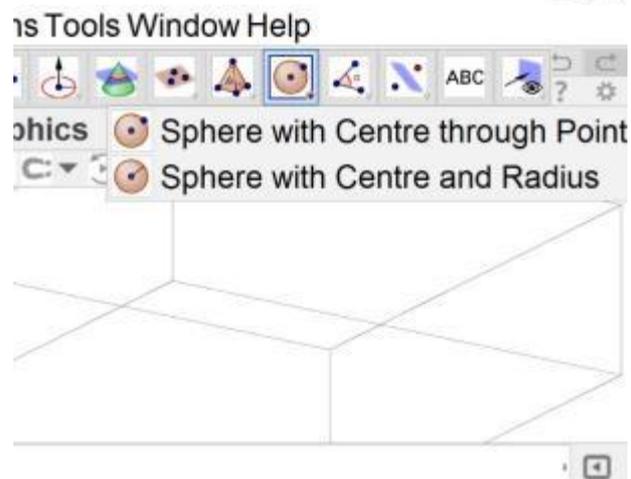
Pada menu tombol piramid terdapat 9 buah tombol

	<p>Pyramid, pilih atau buat suatu polygon untuk alas, kemudian pilih atau buat titik atas</p>
	<p>Prism, pilih atau buat suatu polygon untuk alas, kemudian pilih atau buat titik atas yang pertama</p>
	<p>Extrude to Pyramid or Cone, drag polygon/lingkaran atau pilih polygon/lingkaran dan masukan ketinggian untuk membuat piramid atau kerucut</p>
	<p>Extrude to Prism or Cylinder, drag polygon/lingkaran atau pilih polygon/lingkaran dan masukan ketinggian untuk membuat prisma atau tabung</p>

Kegiatan Pembelajaran 7

	Cone , pilih dua titik (sebagai titik puncak dan titik pusat lingkaran alas) kemudian masukan panjang jari-jari lingkaran alas
	Cylinder , pilih dua titik, kemudian masukan jari-jari lingkaran alas
	Regular tetrahedron , klik pada sebuah bidang (optional) dan kemudian 2 titik
	Cube , klik pada sebuah bidang (optional) dan kemudian 2 titik
	Net , pilih sebuah polyhedron

10. Kelompok tombol sphere with centre through point

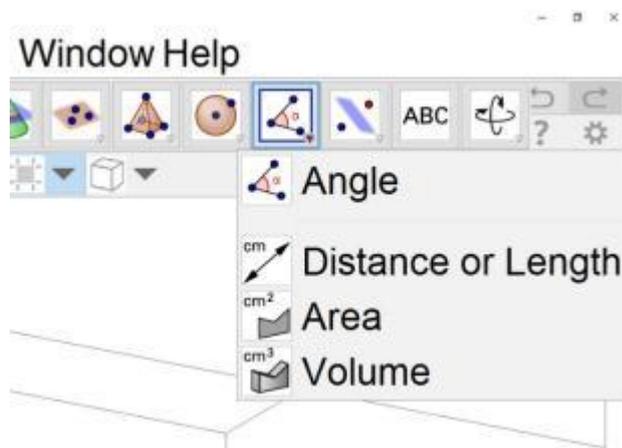


Pada menu tombol sphere with centre through point terdapat 2 buah

	Sphere with Centre through Point , pilih titik pusat, kemudian titik pada bola
---	---

	<p>Sphere with Centre and Radius, pilih titik pusat bola dan masukan jari-jari</p>
---	---

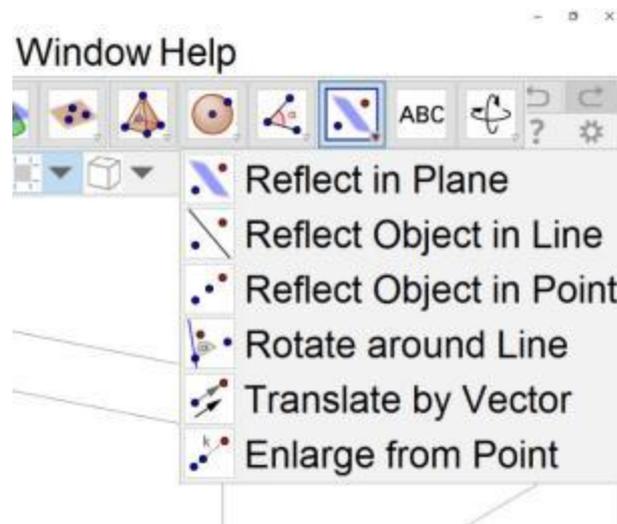
11. Kelompok tombol angle 



Pada menu tombol angle terdapat 4 buah tombol

	<p>Angle, pilih tiga titik atau dua garis</p>
	<p>Distance or Length, pilih dua titik, ruas garis, polygon atau lingkaran</p>
	<p>Area, pilih polygon, lingkaran atau irisan kerucut</p>
	<p>Volume, pilih pyramid (limas), prisma, bola, kerucut, tabung, dan lain-lain</p>

12. Kelompok tombol reflect in plane 



Pada menu tombol reflect in plane terdapat 6 buah tombol

	Reflect in Plane , pilih obyek yang akan dicerminkan, kemudian bidang cerminnya
	Reflect Object in Line , pilih obyek yang akan dicerminkan, kemudian garis cerminnya
	Reflect Object in Point , pilih obyek yang akan dicerminkan, kemudian titik pusat
	Rotate around Line , pilih obyek yang akan dirotasikan, kemudian garis dan masukan sudut rotasinya
	Translate by Vector , pilih obyek yang akan ditranslasikan, kemudian vektor
	Enlarge from Point , pilih obyek yang akan dilatasi, kemudian titik pusat, dan masukan faktor skala

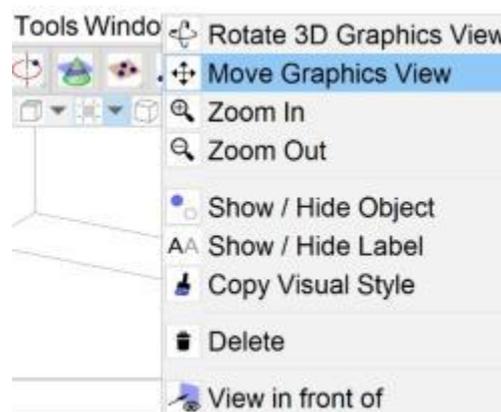
13. Tombol Text 



Pada menu tombol text terdapat satu buah tombol

	Text , klik pada tampilan grafik atau titik untuk menentukan posisinya
---	---

14. Kelompok tombol view 



Pada menu tombol view terdapat satu buah tombol

	Rotate 3D Graphics View , drag tampilan grafik 3D
	Move Graphics View , drag tampilan grafi atau salah sumbu (Shift + Drag)
	Zoom In , klik pada tampilan grafik untuk memperbesar (Mouse Wheel)
	Zoom Out , klik pada tampilan grafik untuk memperkecil (Mouse Wheel)

	Show/Hide Object , pilih obyek untuk disembunyikan, kemudian switch alat (tombol) lain
	Show/Hide Label , pilih obyek
	Copy Visual Style , pertama pilih obyek, lalu klik pada obyek lain
	Delete , pilih obyek
	View in front of , ubah tampilan menjadi di depan obyek terklik

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1 – 5 merupakan Aktivitas pendahuluan, sebagai upaya untuk mengaitkan konsep-konsep dasar geometri ruang yang telah kita ketahui dengan tool-tool yang ada pada geogebra 3D. Setelah memahami dasar-dasar pengoperasian tool-tool pada geogebra 3D, anda bisa mengembangkan diri dengan mencoba ide-ide visualisasi dan simulasi dengan tingkat kesulitan lebih tinggi.

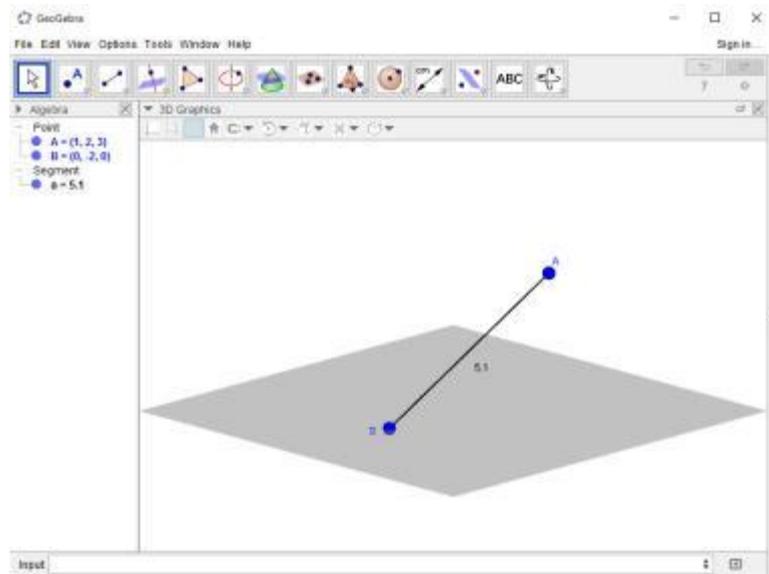
Aktivitas 1 : Jarak antara dua titik

Jarak antara dua titik pada geometri ruang dapat kita hitung sebagai berikut.

Misalkan koordinat titik $A(x_1, y_1, z_1)$ dan titik $B(x_2, y_2, z_2)$. Jarak antara titik

A dan B dapat kita hitung dengan rumus

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



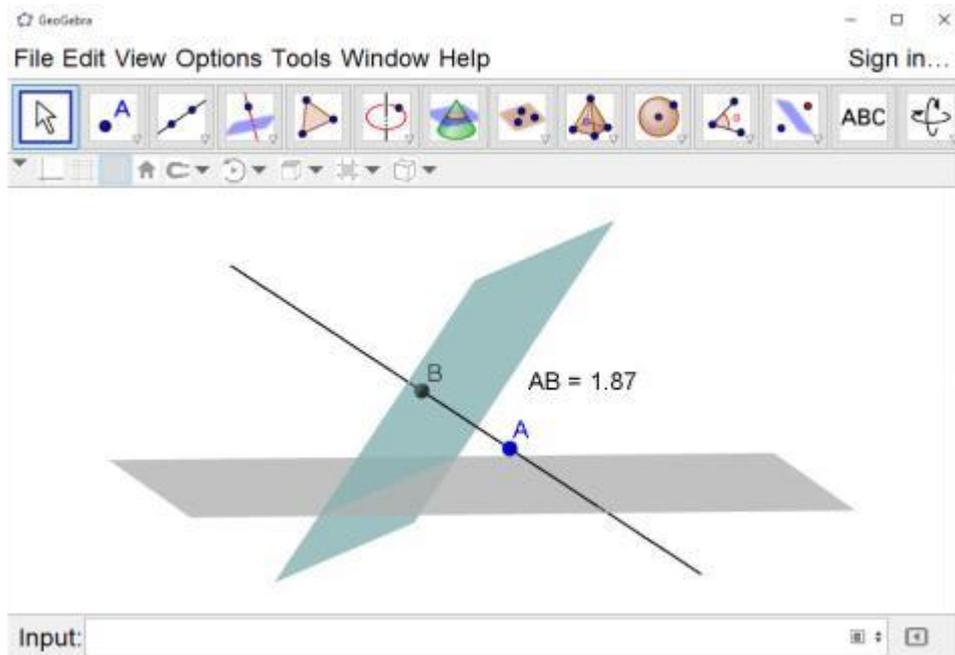
langkah – langkah konstruksi

1		titik A(1, 2, 3), langkah ini dapat dilakukan dengan mengetikkan pada input bar A = (1, 2, 3)
2		titik B(0, -2, 0)
3		hubungkan titik A dan B sehingga terbentuk ruas garis (segment)
4		Menghitung jarak titik A dengan titik B, atau panjang ruas garis AB

Jarak antara titik dengan bidang pada geometri ruang, dapat kita tentukan sebagai berikut. Misalkan koordinat titik $A(x_1, y_1, z_1)$ dan bidang $a : a_1x + a_2y + a_3z = b$. Jarak antara titik A dengan bidang a adalah

$$d(A, a) = \frac{a_1x_1 + a_2y_1 + a_3z_1 - b}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$

Kegiatan Pembelajaran 7



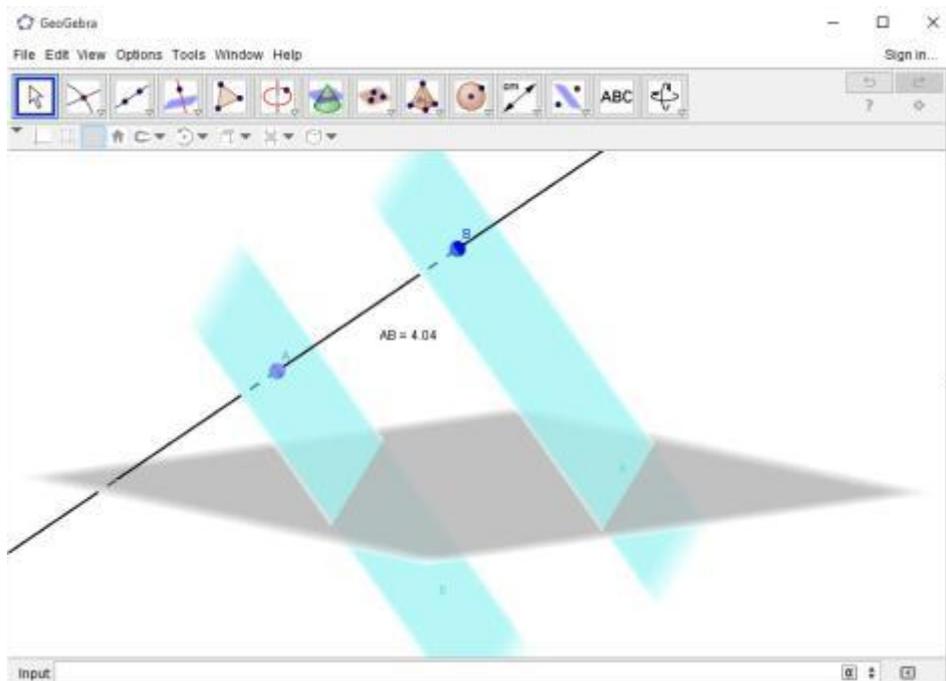
Langkah – langkah konstruksi

1	Input : $A=(0, 4, 1)$	titik A (0, 4, 1)
2	Input : $3x - y + 2z = 5$	persamaan bidang a : $3x - y + 2z = 5$
3		klik titik A dan bidang a, untuk mengkonstruksi garis yang tegak dengan bidang a melalui titik A (garis b)
4		klik bidang a dan garis b untuk menentukan titik potongnya (titik B)
5		klik titik A dan B untuk menghitung jarak titik A dengan bidang a

Aktivitas 3 : menentukan jarak antara dua bidang yang sejajar

Jarak antara dua bidang sejajar (misalkan bidang a dan bidang b), kita peroleh dengan langkah – langkah sebagai berikut.

- a. tentukan titik sembarang pada salah satu bidang (sebut titiknya A dan bidangnya a)
 - b. buat garis yang tegak lurus (sebut sebagai garis c) dengan bidang a melalui titik A dan memotong bidang b di titik B.
1. karena garis $c \perp$ bidang a dan bidang a $//$ bidang b, maka garis $c \perp$ bidang b.
Jadi jarak antara bidang a dan bidang b sama dengan jarak titik A dan titik B.



Langkah – langkah konstruksi

1	Input : $x + y + z = 2$	persamaan bidang a : $x + y + z = 2$
2	Input : $x + y + z = -5$	persamaan bidang b : $x + y + z = -5$
3		klik sebarang titik (sebut titik A) pada bidang a
4		klik pada titik A dan bidang a untuk membuat garis

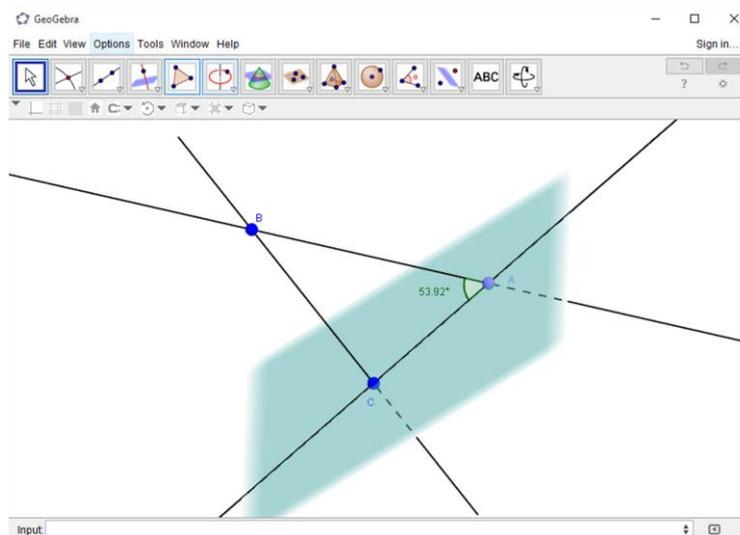
Kegiatan Pembelajaran 7

		c
5		klik garis c dan bidang B untuk membuat titik potong B

Aktivitas 4 : menentukan sudut antara garis dengan bidang

Sudut antara garis b dengan bidang a dapat ditentukan sebagai berikut :

1. tentukan titik potong garis b dan bidang a (sebut titik A)
2. tentukan sebarang titik B pada garis b, kemudian proyeksikan (tegak lurus) titik B pada bidang a, namai titik proyeksinya titik C .
3. buat garis c yang melalui titik B dan titik C, buat garis d yang melalui titik A dan titik c
4. sudut antara garis b dan bidang a adalah sudut yang terbentuk antara garis b dan garis d atau sudut BAC.



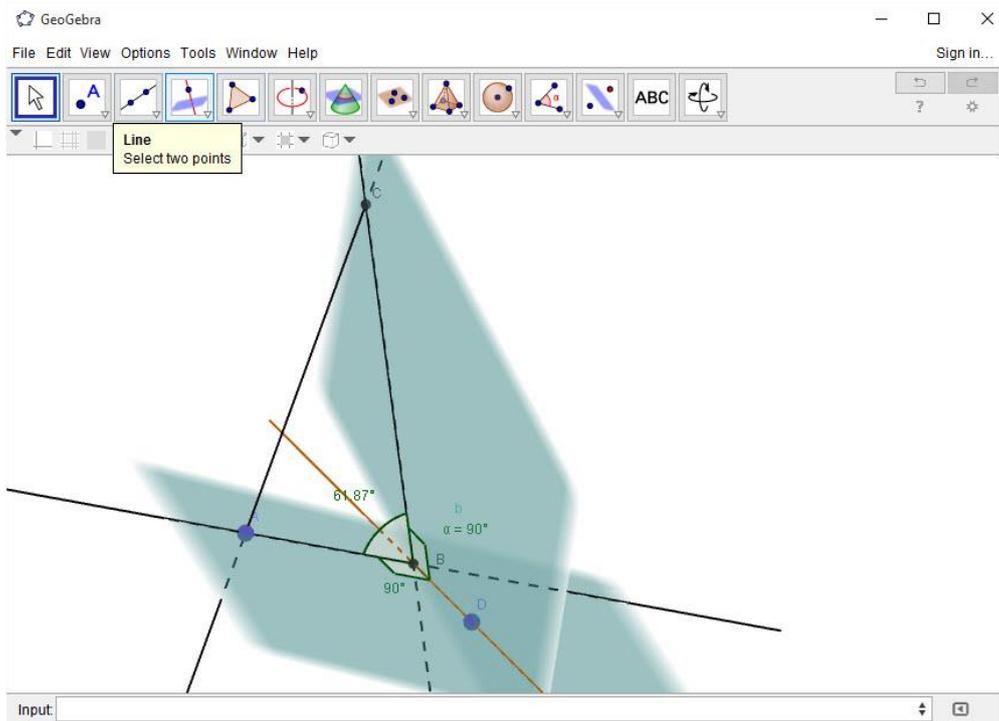
Langkah – langkah konstruksi

1	Input : $x + y - 2z = -2$	persamaan bidang a : $x + y - 2z = -2$
2		klik pada bidang a untuk membuat titik A
3	Input : $B = (-3, -3, 4)$	buat titik B dengan koordinat $(-3, -3, 4)$
4		buat garis b melalui titik A dan B
5		buat garis c melalui titik B dan tegak lurus bidang a
6		klik garis c dan bidang a untuk membuat titik potong C
7		buat garis d melalui titik A dan titik C
8		klik titik B, titik A dan titik C untuk membuat sudut α

Aktivitas 5 : menentukan sudut antara dua bidang

Secara prinsip, untuk menentukan sudut antara dua bidang kita harus menyederhanakan menjadi sudut antara dua garis

Kegiatan Pembelajaran 7



Langkah - langkah konstruksi

1	Input : $x + y - z = 5$	persamaan bidang a : $x + y - z = 5$
2	Input : $-x + 2y - z = -4$	persamaan bidang b : $-x + 2y - z = -4$
3		garis perpotongan bidang a dan b (namai garis c)
4		buat sebarang titik A yang terletak pada bidang a
5		buat garis tegak lurus dengan garis c melalui titik A (garis d)
6		tentukan titik potong garis c dan garis d (titik B)
7		buat garis tegak lurus bidang a melalui titik A (garis e)

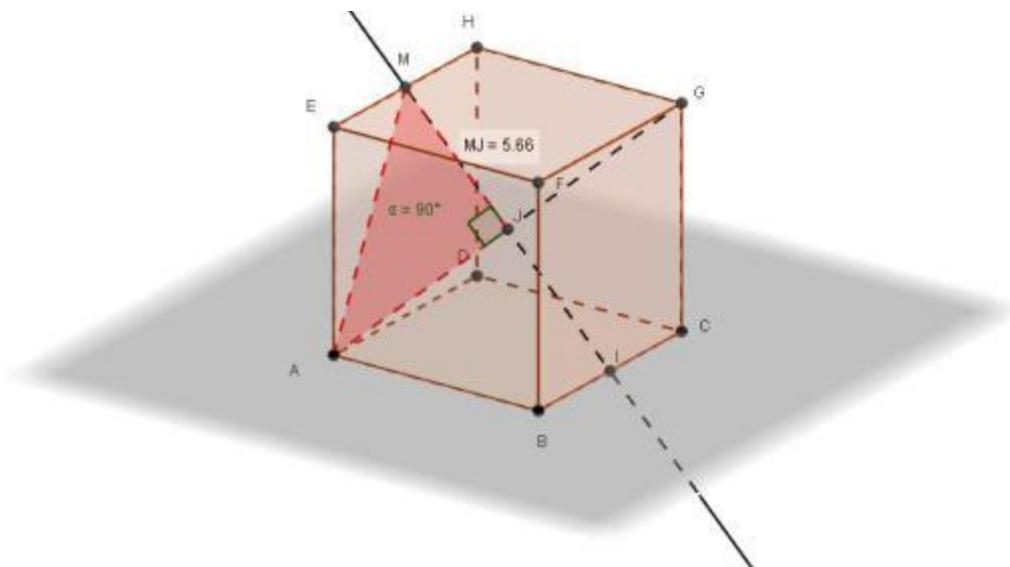
8		tentukan titik potong garis e dengan bidang b (titik C)
9		sudut antara bidang a dan b adalah sudut ABC (klik titik A, B dan C)

Untuk Aktivitas 6 – 10, kita akan mencoba mengaplikasikan pengetahuan dan keterampilan tentang geogebra 3D yang kita peroleh dari Aktivitas 1 – 5 pada beberapa bangun ruang.

Aktivitas 6.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. M adalah titik tengah EH. Tentukan jarak titik M ke AG !

Jawab :

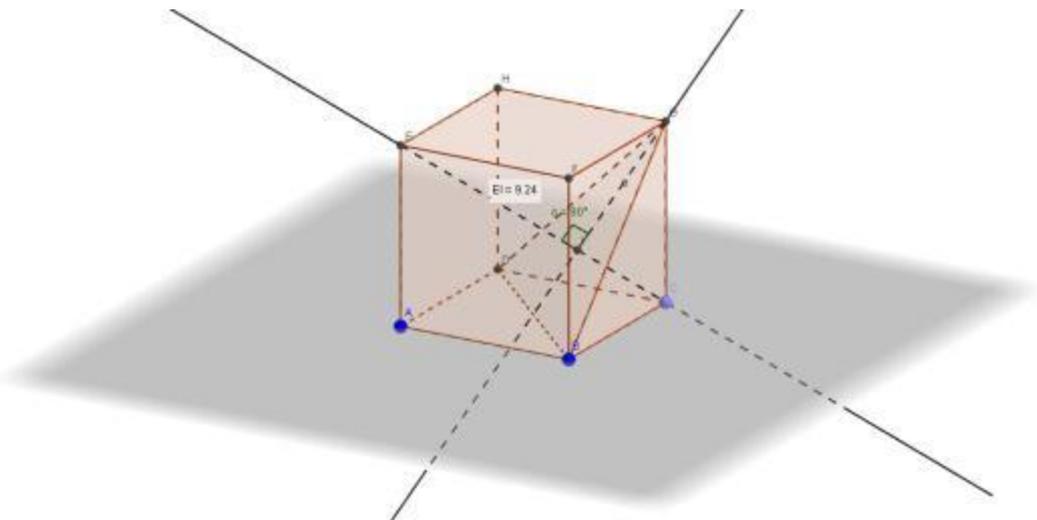


1	Input : $A = (-4, -4, 0)$	buat titik A $(-4, -4, 0)$
2	Input : $B = (4, -4, 0)$	buat titik B $(4, -4, 0)$

Kegiatan Pembelajaran 7

3		klik titik A dan B untuk membuat kubus a
4	Input : M = Midpoint[edgeEH]	buat titik tengah rusuk EH (Titik M)
5		klik titik A dan G (diagonal ruang)
6		klik titik M dan diagonal ruang AG untuk membuat garis tegak lurus AG (garis c)
7		klik garis c dan diagonal ruang AG untuk menentukan titik potong J
8		klik titik M, J dan A untuk memastikan sudutnya 90°
9		klik titik M, J dan A untuk menggambar segitiga

Jawab :



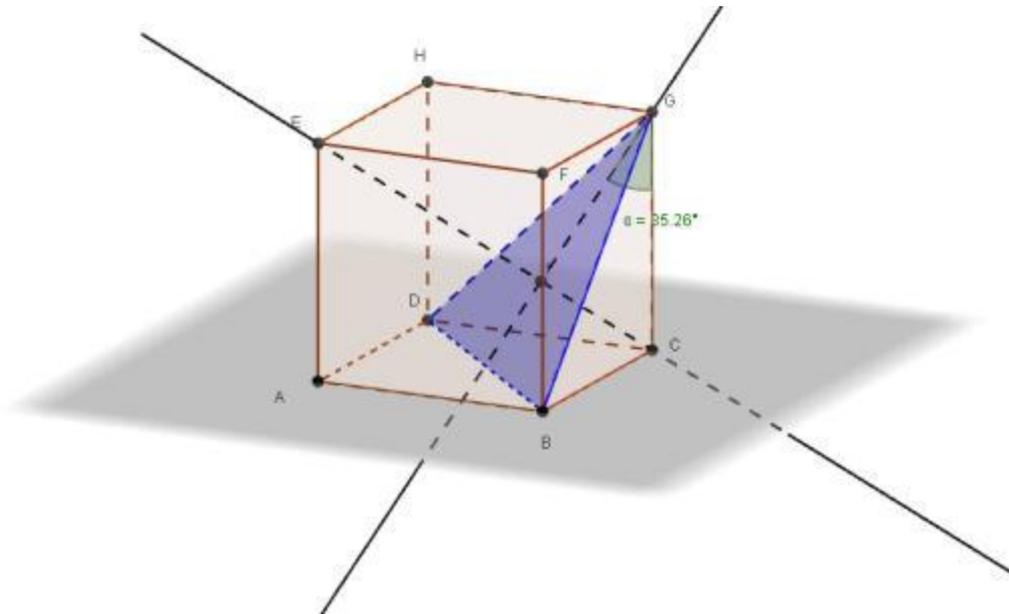
Langkah - langkah konstruksi

1	Input $A = (-4, -4, 0)$:	buat titik A $(-4, -4, 0)$
2	Input : $B = (4, -4, 0)$		buat titik B $(4, -4, 0)$
3			klik titik A dan B untuk membuat kubus a
4			klik titik B, D dan G untuk membuat bidang BDG (segitiga)
5			klik titik E dan bidang BDG (poly1) untuk membuat garis tegak lurus BDG (garis c)
6			klik garis c dan bidang BDG (poly1) untuk membuat titik potong (titik I)
7			klik titik G dan I untuk membuat garis e
8			klik titik E, I dan G untuk membuat sudut ($EIG = 90^\circ$)
9			klik titik E dan I (jarak antara titik E dan bidang BDG)

sudut antara garis GC dan bidang BDG!

Jawab :

Kegiatan Pembelajaran 7



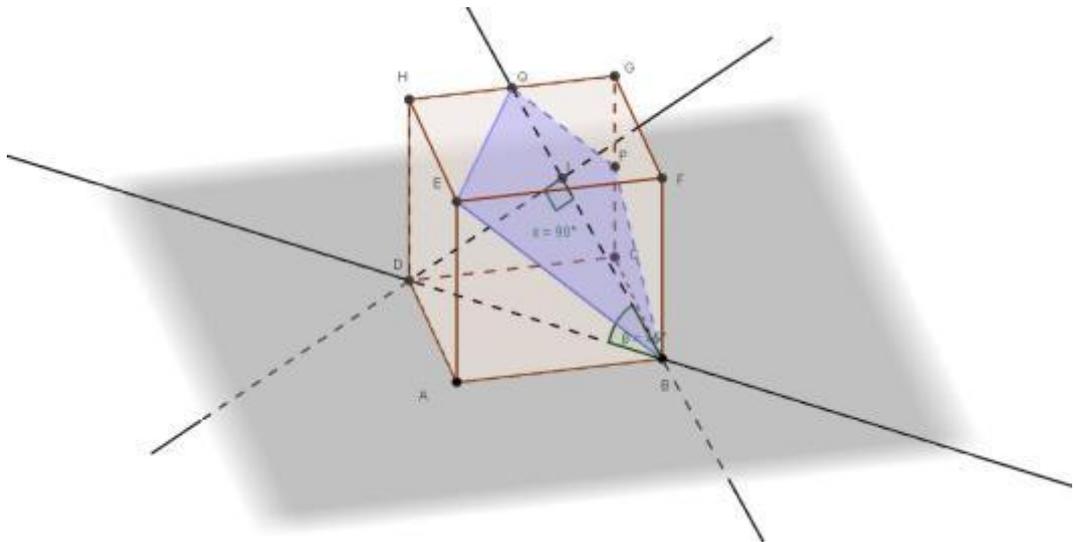
Langkah - langkah konstruksi :

1	Input $A = (-4, -4, 0)$: buat titik A $(-4, -4, 0)$
2	Input : $B = (4, -4, 0)$	buat titik B $(4, -4, 0)$
3		klik titik A dan B untuk membuat kubus a
4		klik titik B, D dan G untuk membuat bidang BDG (segitiga)
5		klik titik E dan bidang BDG (poly1) untuk membuat garis tegak lurus BDG (garis c)
6		klik garis c dan bidang BDG (poly1) untuk membuat titik potong (titik I)
7		klik titik G dan I untuk membuat garis e

8		Klik titik I, G dan C untuk membuat sudut antara garis GC dan bidang BDG
---	---	--

BPQE adalah α . Tentukan nilai $\tan \alpha$!

Jawab :

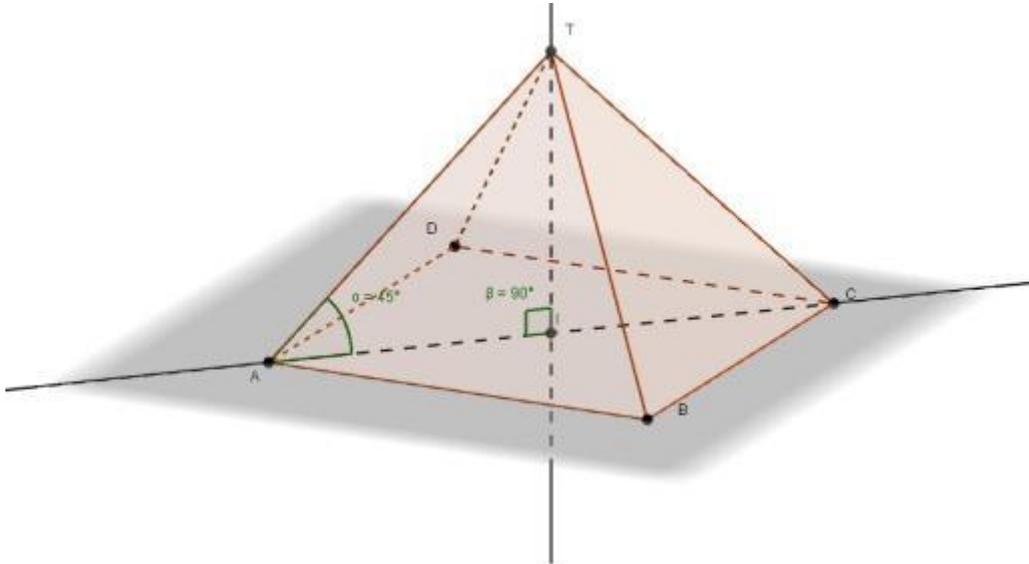


Langkah – langkah konstruksi :

1	Input : $A = (-4, -4, 0)$	buat titik A $(-4, -4, 0)$
2	Input : $B = (4, -4, 0)$	buat titik B $(4, -4, 0)$
3		klik titik A dan B untuk membuat kubus a
4	Input : P = Midpoint[edgeCG]	P titik tengah CG
5	Input : Q = Midpoint[edgeGH]	Q titik tengah GH

Kegiatan Pembelajaran 7

6		klik titik B, P, Q dan E
7		klik titik B dan D (garis c)
8		klik titik D dan bidang BPQE (poly1) terbentuk garis d
9		klik garis d dan bidang BPQE, untuk menentukan titik potong I
		klik titik I, B dan D untuk menentukan sudut yang terbentuk antara garis BD dan bidang BPQE



Langkah - langkah konstruksi

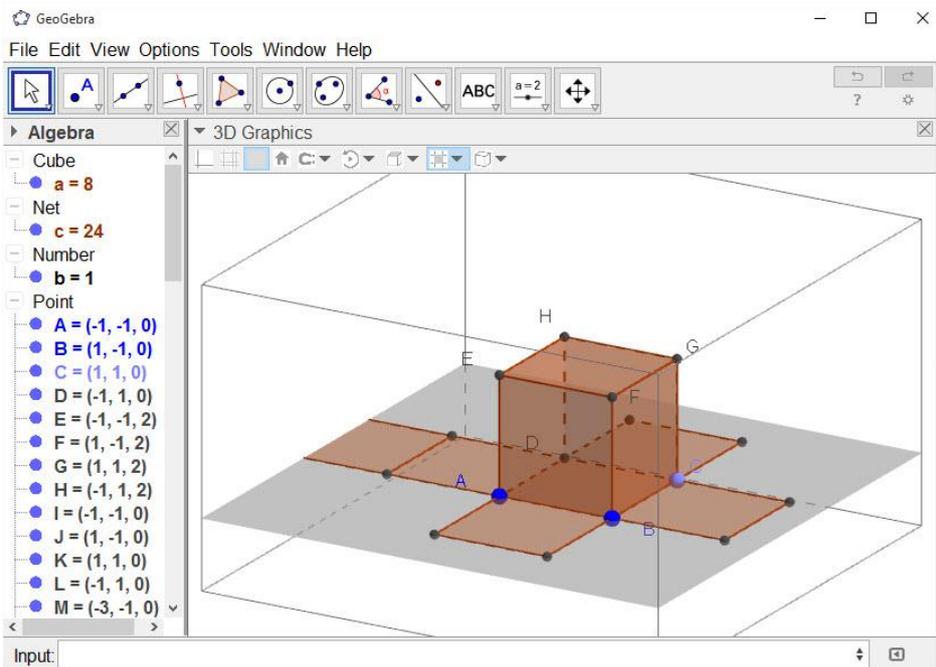
1	Input $A = (-4, -4, 0)$:	buat titik A $(-4, -4, 0)$
---	-----------------------------------	---	----------------------------

2	Input : $B=(4,-4,0)$	buat titik B (4, -4, 0)
3	Input : $C=(4,4,0)$	buat titik C (4, 4, 0)
4	Input : $D=(-4,4,0)$	buat titik D (-4, 4, 0)
5		klik titik A dan C (garis a)
6		klik titik A dan C (titik tengah E)
7		klik titik B dan garis a, masukan radius = 8 (lingkaran c)
8		klik titik D dan garis a, masukan radius = 8 (lingkaran d)
9		Klik lingkaran c dan lingkaran d untuk menentukan titik G titik puncak limas
10		Klik titik E dan titik G untuk membuat garis tinggi (garis e)
11		Klik titik A, E dan G untuk memastikan sudutnya 90°
12		Klik titik G, A dan E untuk menentukan sudut TA dan bidang ABCD

Aktivitas 11. (Jaring – jaring kubus 1)

Pada Aktivitas ini, kita akan mempelajari tool atau perintah pada geogebra 3d untuk membuat jaring – jaring kubus

Kegiatan Pembelajaran 7



Langkah - langkah konstruksi

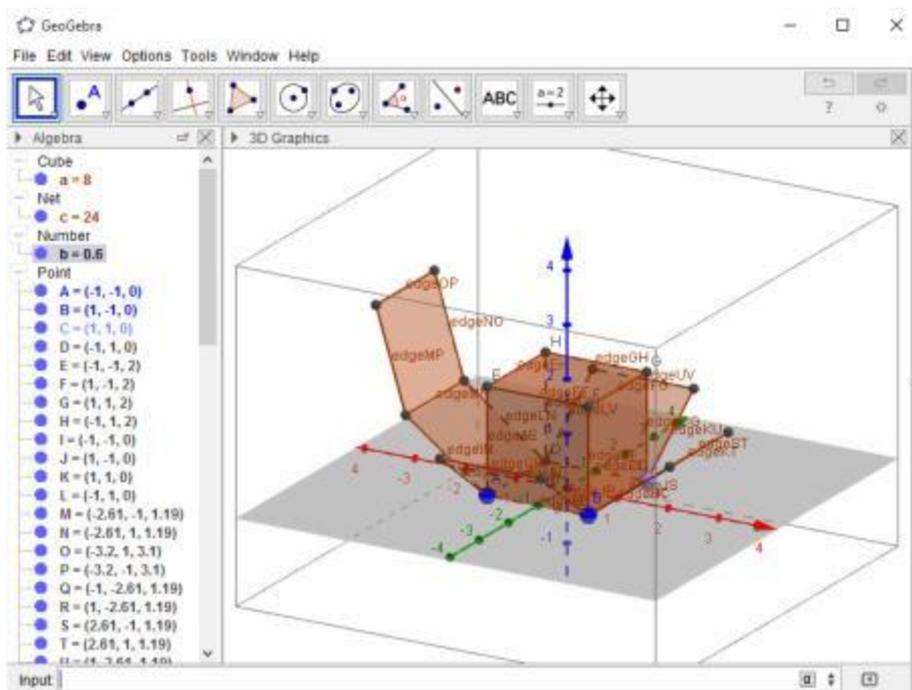
1	Input $A = (-1, -1, 0)$:	buat titik A dengan koordinat $(-1, -1, 0)$
2	Input : $B = (1, -1, 0)$		buat titik B dengan koordinat $(1, -1, 0)$
3			klik titik A dan B untuk membuat sebuah kubus
4			klik pada kubus a untuk membuat jaring-jaring kubus

Langkah - langkah diatas jika kita gunakan perintah geogebra 3D adalah

1	Input $A = (-1, -1, 0)$:	buat titik A dengan koordinat $(-1, -1, 0)$
---	-----------------------------------	---	---

2	Input : $B=(1,-1,0)$	buat titik B dengan koordinat $(1,-1,0)$
3	Input : Cube[A,B]	buat kubus a dengan salah satu rusuknya AB
4	Input : Slider[0,1]	buat slider b dengan nilai minimum 0 dan nilai maksimum 1
5	Input : Net[a,b]	buat jaring-jaring kubus

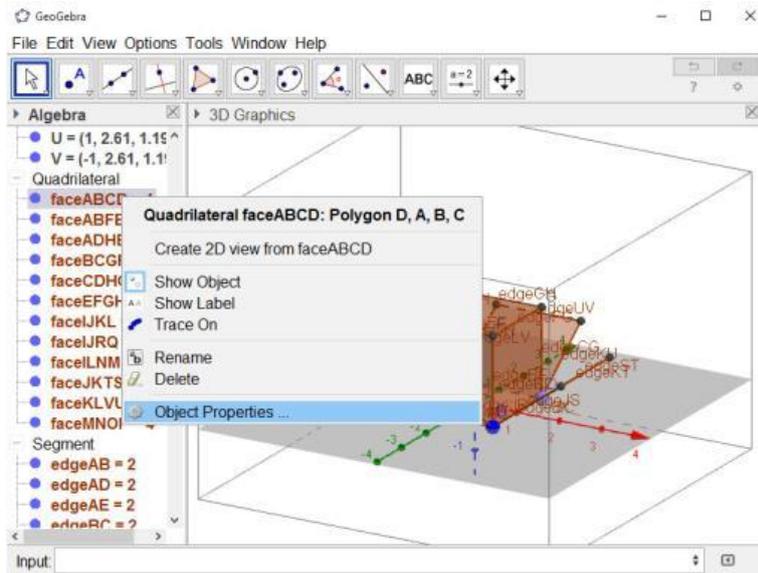
perintah Cube[A,B] dan Net [a,b] maka label dari rusuk-rusuk kubus akan otomatis terlihat.



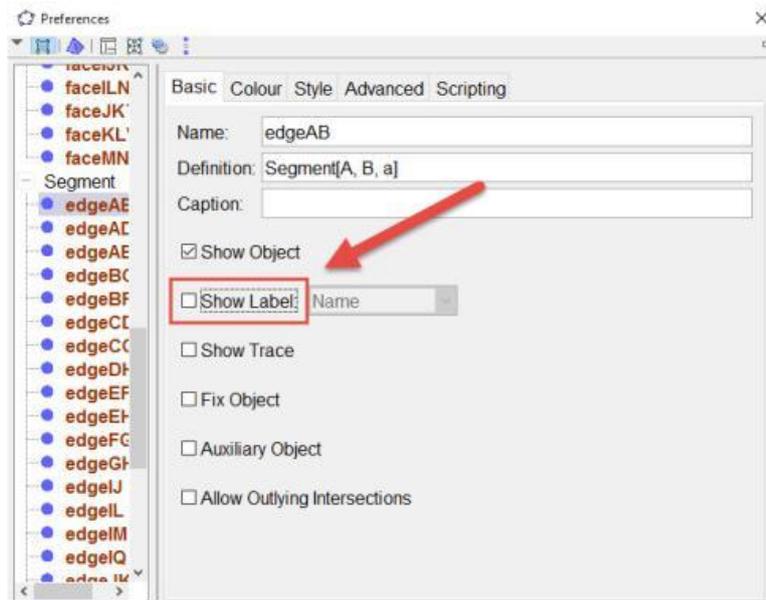
Untuk menyembunyikan label dari rusuk-rusuk kubus lakukan langkah berikut

1. pada kelompok quadrilateral, klik kanan salah satu sisi kubus, misalkan faceABCD, maka akan tampil pop up menu berikut, pilih Object properties

Kegiatan Pembelajaran 7



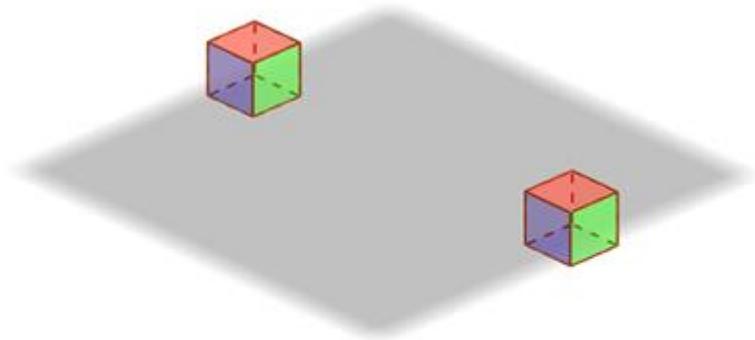
2. Pada menu Basic, kotak centang Show Label dikosongkan (lakukan langkah ini untuk semua rusuk – edge)



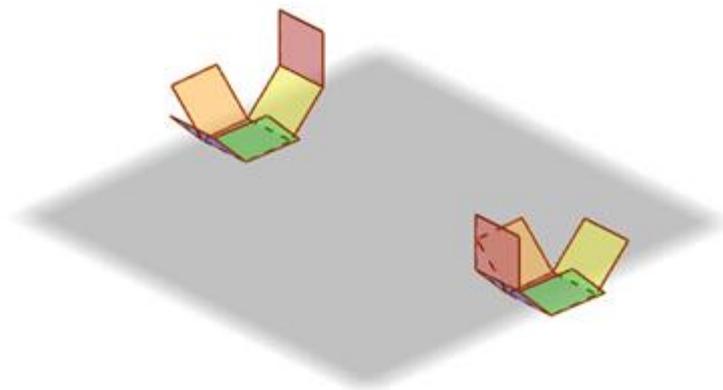
Aktivitas 12 (Jaring – jaring kubus 2)

Pada Aktivitas 11, kita telah mempraktekkan bagaimana membuat salah satu jaring-jaring kubus standar. Sekarang akan kita praktekkan bagaimana cara untuk membuat dua buah jaring-jaring kubus yang lain.

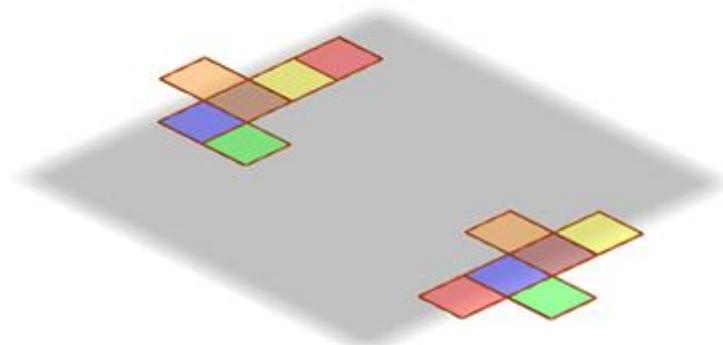
Slider $c =$



Slider $c = 0.5$



Slider $c = 1$

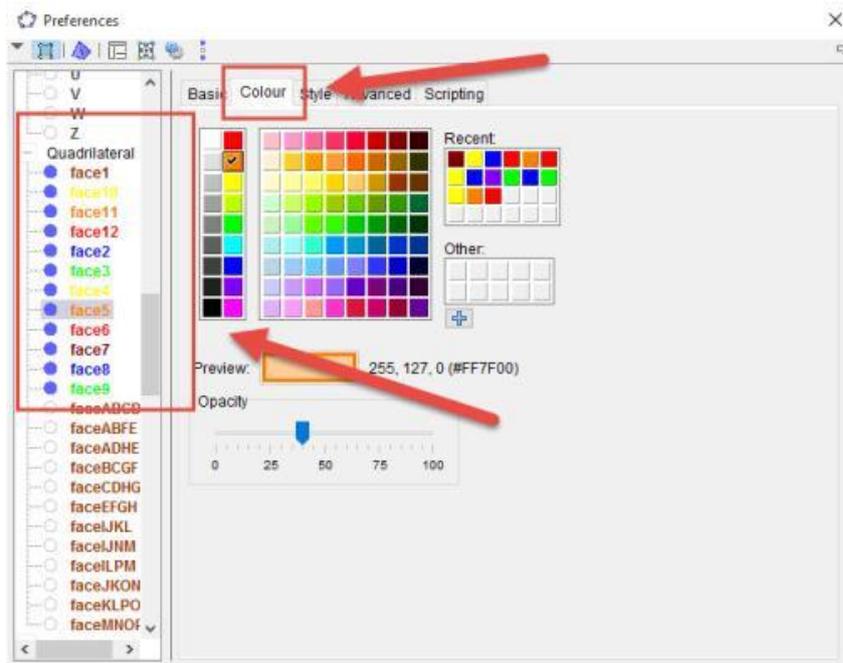


Kegiatan Pembelajaran 7

Langkah - langkah konstruksi

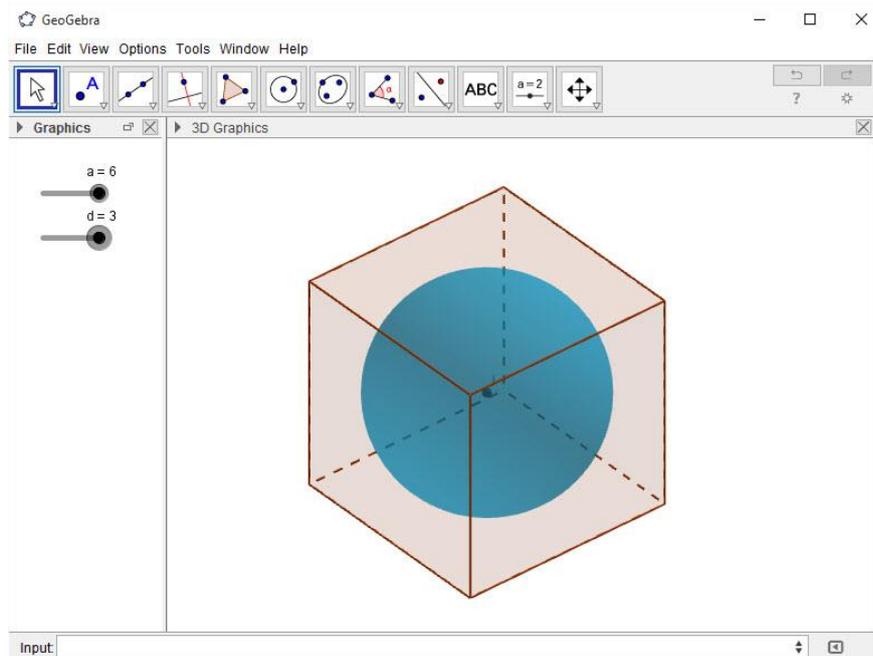
1	Input : $A = (-4, -1, 0)$	buat titik A dengan koordinat $(-4, -1, 0)$
2	Input : $B = (-4, 1, 0)$	buat titik B dengan koordinat $(-4, 1, 0)$
3	Input : Cube[A,B]	buat kubus a dengan salah satu rusuknya AB
4	Input : $I = (10, -1, 0)$	buat titik I dengan koordinat $(10, -1, 0)$
5	Input : $J = (10, 1, 0)$	buat titik J dengan koordinat $(10, 1, 0)$
6	Input : Cube[I, J]	buat kubus a dengan salah satu rusuknya AB
7	Input : Slider[0,1]	buat slider c dengan nilai minimum 0 dan nilai maksimum 1
8	Input : Net[a,c,faceABCD, edgeAB, edgeEH]	buat jaring-jaring kubus d
9	Input : Net[b,c,faceIJKL, edgeI, edgeNO]	buat jaring-jaring kubus e

kubus (face1) pada menu pop up pilih **Object Properties**



Aktivitas 13

Pada Aktivitas ini, kita akan membuat sebuah model simulasi dari sebuah bola yang diletakkan di dalam kubus. Titik pusat bola dan titik pusat kubus (perpotongan diagonal ruangnya) berimpit, diameter bola terbesar tidak boleh mel

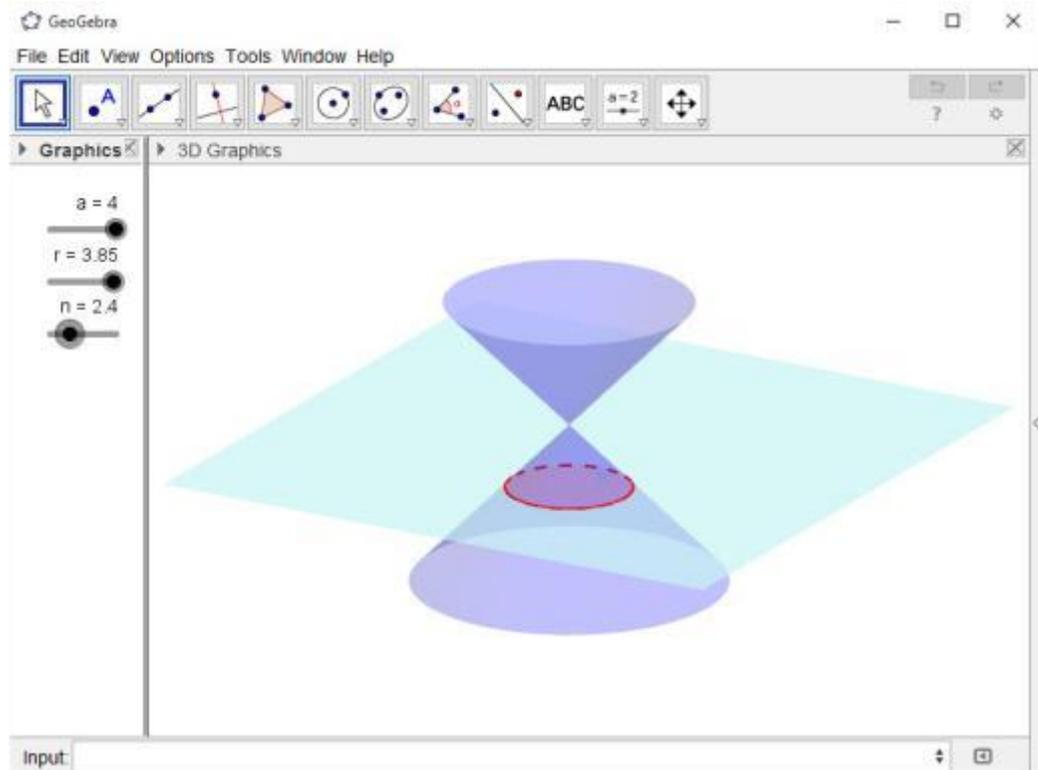


Kegiatan Pembelajaran 7

Langkah - langkah konstruksi

1	Input : $A=(0,0,0)$	buat titik A dengan koordinat $(0,0,0)$
2	Input : Slider[1,6]	buat slider a dengan nilai minimum 1 dan nilai maksimum 6
3	Input : $B=(a,0,0)$	buat titik B dengan koordinat $(a,0,0)$
4		klik titik A dan B untuk membuat kubus b
5	Input : Slider[1,a/2]	buat slider c dengan nilai minimum 1 dan nilai maksimum a/2
6		klik titik B dan titik H untuk membuat diagonal BH (segment d)
7		klik titik A dan titik G untuk membuat diagonal AG (segment e)
8		klik segment d dan segment e untuk menentukan titik potong diagonal (titik pusat bola) – titik I
9	Input : Sphere[I,c]	bola dengan titik pusat I dan jari-jari = nilai Slider c

Salah satu cara untuk memperoleh kurva-kurva lingkaran, ellips, parabola dan hiperbola adalah dengan menentukan irisan bidang datar dengan kerucut. Pada Aktivitas ini, kita akan mempelajari langkah-langkah untuk mendapatkan kurva lingkaran.



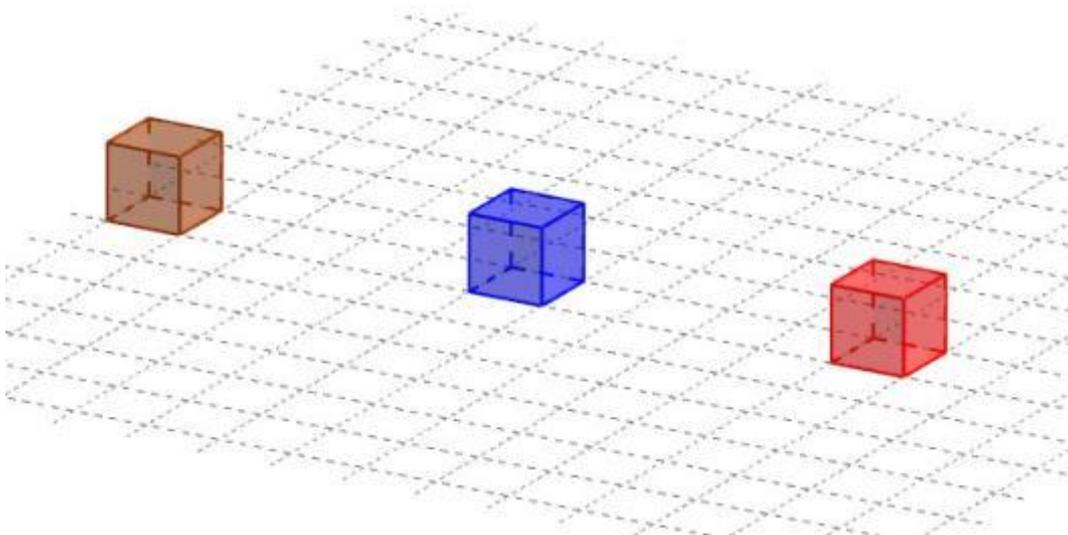
Langkah – langkah konstruksi

1	Input : $A=(0,0,0)$	buat titik A dengan koordinat $(0, 0, 0)$
2	Input : $a=Slider[0, 4]$	buat slider a dengan nilai min = 0 dan maks = 4
3	Input : $B=(0,0,a)$	buat titik B dengan koordinat $(0, 0, a)$
4	Input : Reflect[A B]	pencerminan titik A terhadap titik pusat B
5	Input : $r=Slider[0, 4]$	buat slider r dengan nilai min = 0 dan maks = 4
6	Input : Cone[A,B,r]	buat kerucut AB dengan jari – jari nilai slider r (conic b)
7	Input : Cone[A',B,r]	buat kerucut A'B dengan jari – jari nilai slider r (conic e)

Kegiatan Pembelajaran 7

8	Input : $n = \text{Slider}[0, 8]$	buat slider r dengan nilai min = 0 dan maks = 8
9	Input : $z = n$	buat bidang dengan persamaan $z = n$ (bidang h)
10	Input : $\text{Intersect}[h, b]$	irisan antara bidang h dengan kerucut b
11	Input : $\text{Intersect}[h, e]$	irisan antara bidang h dengan kerucut e

merupakan hasil translasi dari satu kubus yang lain



Langkah – langkah konstruksi

1	Input : $A = (-7, -1, 0)$	buat titik A dengan koordinat $(-7, -1, 0)$
2	Input : $B = (-6, -1, 0)$	buat titik B dengan koordinat $(-6, -1, 0)$

3		klik titik A dan B untuk membuat kubus a
4	Input : $P=(0,-6,0)$	buat titik P dengan koordinat $(0, -6, 0)$
5	Input : Slider[0, 5]	buat slider b dengan nilai min = 0 dan maks = 5
6	Input : $Q=(b,-6,0)$	buat titik Q dengan koordinat $(b, -6, 0)$
7		klik titik P dan Q untuk membuat vektor u
8		klik kubus a dan vektor u
9	Input : $2*u$	buat vektor v sama dengan 2 kali vektor u
10		klik kubus a dan vektor v
11		klik kubus a dan vektor v

Aktivitas 18 (Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel **CAS View** dan **3D Graphics View**)

Tentukan penyelesaian sistem persamaan linear (SPL) berikut

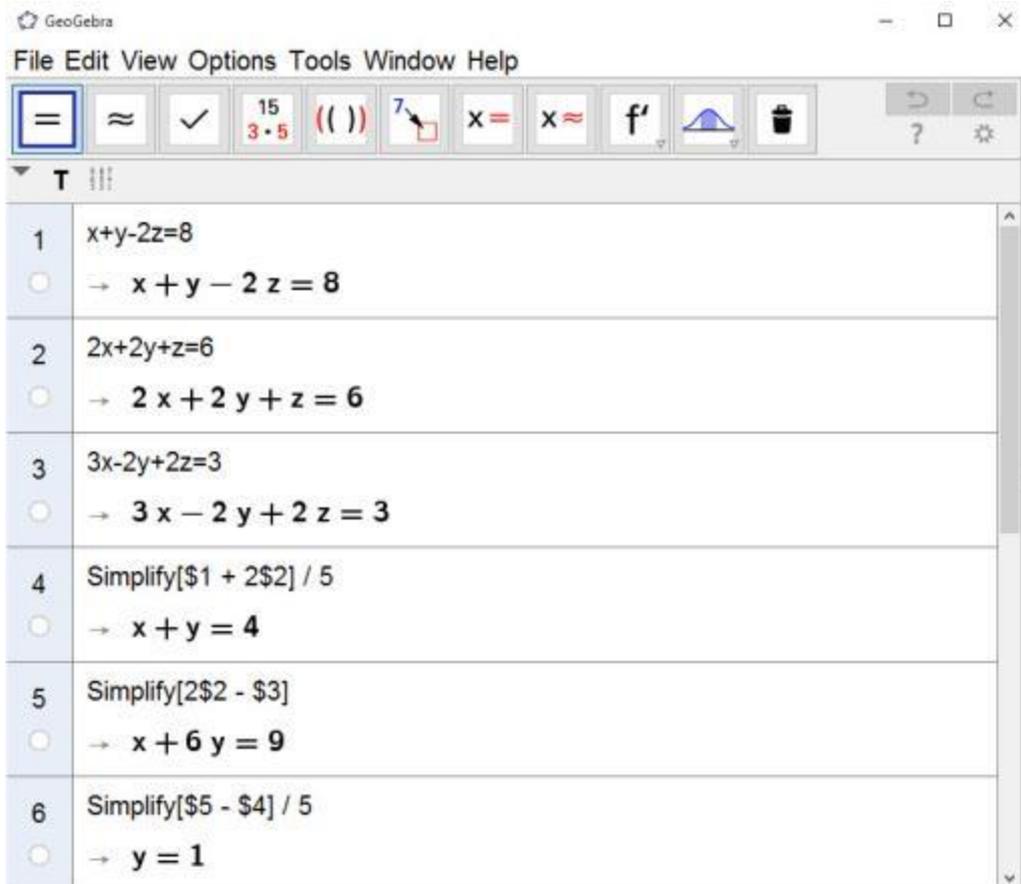
$$\begin{cases} x + y - 2z = 8 \\ 2x + 2y + z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

Jawab :

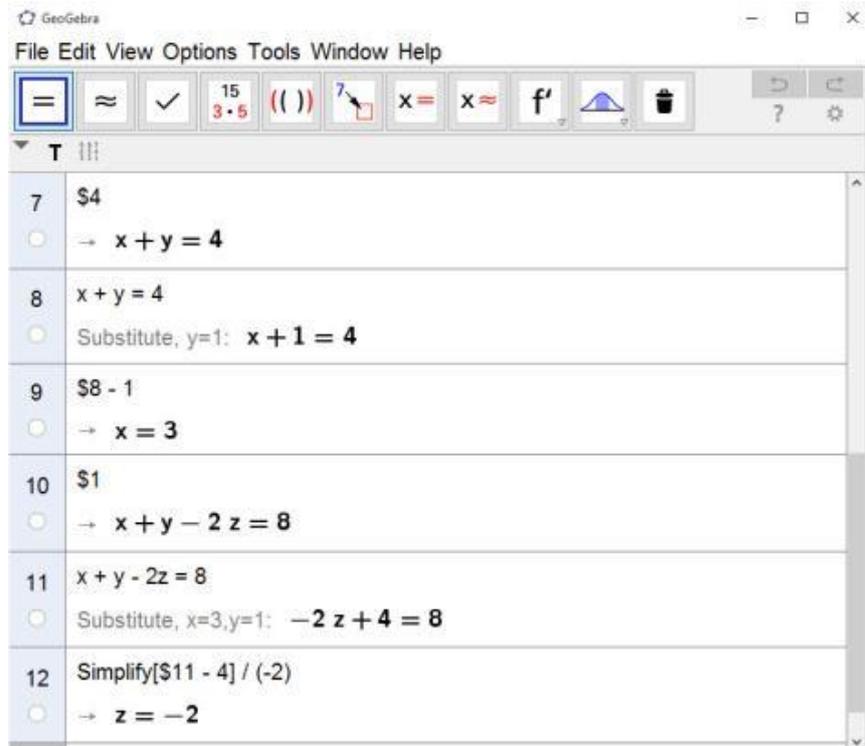
Langkah - langkah penyelesaian aljabar, pertama jumlahkan persamaan $x + y - 2z = 8$ dengan dua kali $2x + 2y + z = 6$ kemudian kurangkan dua kali persamaan $2x + 2y + z = 6$ dengan persamaan $3x - 2y + 2z = 3$, maka kita

Kegiatan Pembelajaran 7

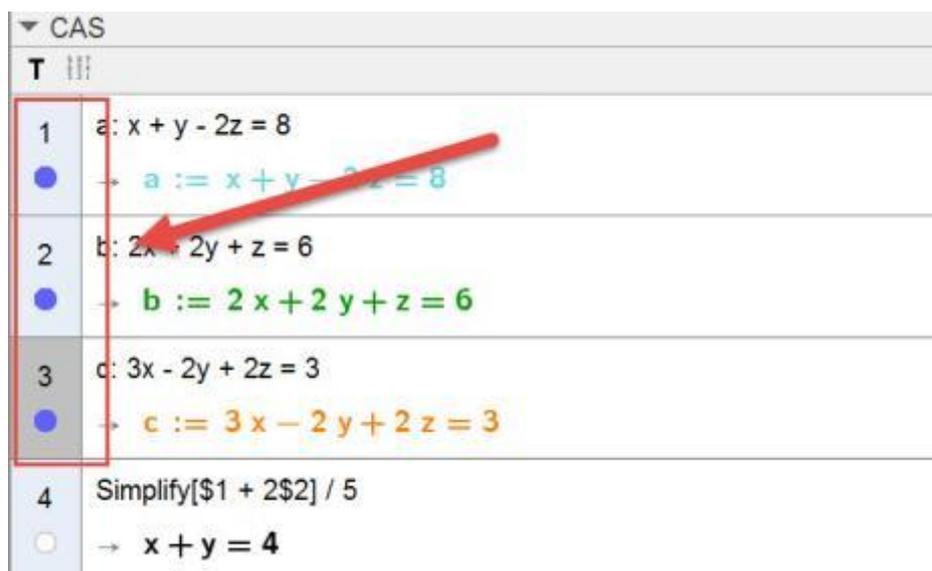
peroleh sistem persamaan linier dua variabel $\{x+y=4, x+6y=9\}$, kemudian kurangkan persamaan $x+6y=9$ dengan $x+y=4$ sehingga kita peroleh $y=1$



Selanjutnya $y=1$ substitusikan ke persamaan $x+y=4$ dan diperoleh nilai $x=3$. Langkah terakhir substitusikan $x=3$ dan $y=1$ ke persamaan $x+y-2z=8$ sehingga diperoleh nilai $z=-2$

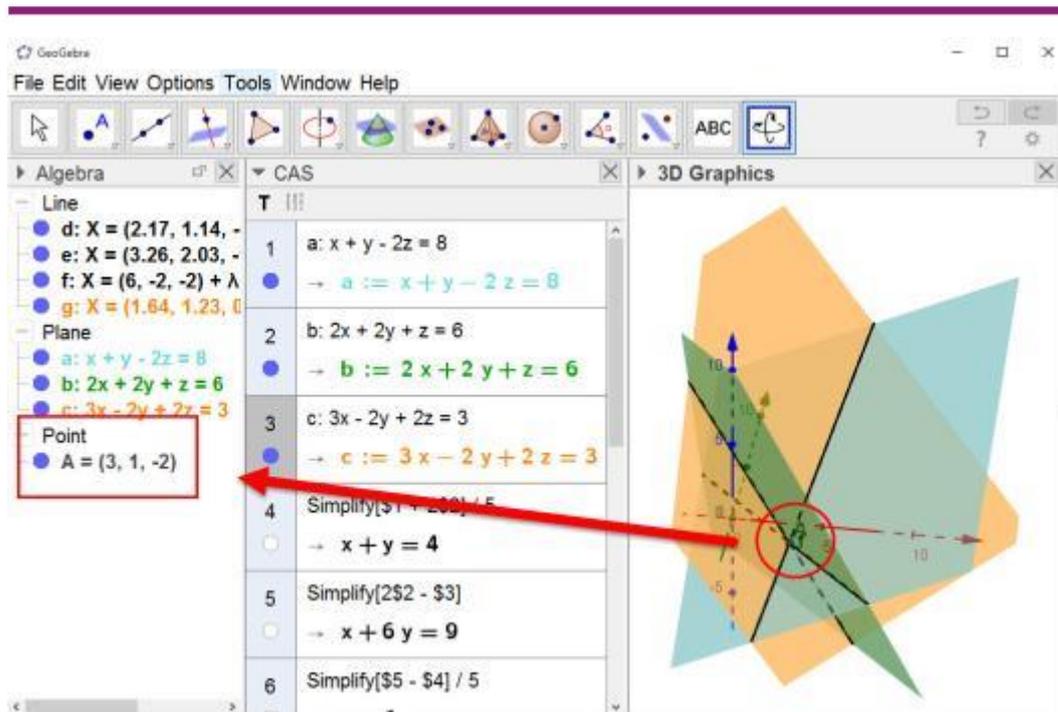


Untuk menampilkan sistem persamaan linier $\{ x + y - 2z = 8, 2x + 2y + z = 6, 3x - 2y + 2z = 3 \}$ pada tampilan 3D Graphics, aktifkan sell \$1, \$2 dan \$3



Maka kita akan melihat ketiga sistem persamaan linier dan penyelesaiannya dapat kita lihat secara visual pada tampilan 3D Graphics

Kegiatan Pembelajaran 7

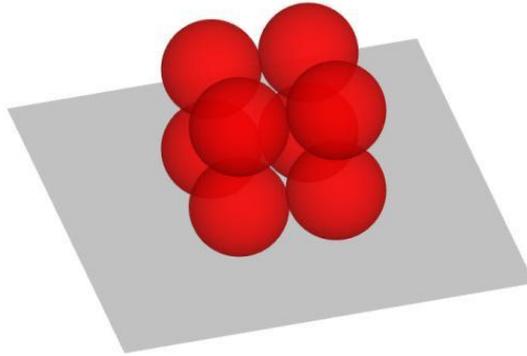


Langkah – langkah konstruksi pada tampilan 3D graphics untuk menentukan titik potong ketiga bidang (penyelesaian dari sistem persamaan linier)

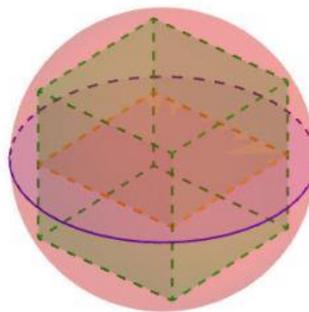
1		klik bidang b dan bidang c diperoleh garis d
2		klik bidang a dan bidang c diperoleh garis e
3		klik bidang a dan bidang b diperoleh garis f
4		Klik garis e dan f (atau dua pasang garis yang lain) sehingga diperoleh titik penyelesaiannya

E. Latihan/Tugas

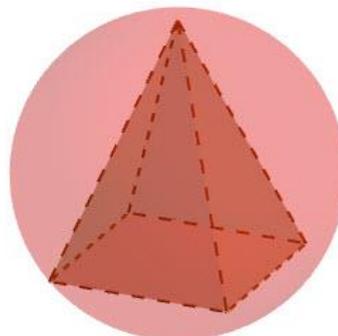
1. Buatlah gambar – gambar berikut ini dengan geogebra 3D
 - a. Gambar 4 buah bola yang saling bersinggungan



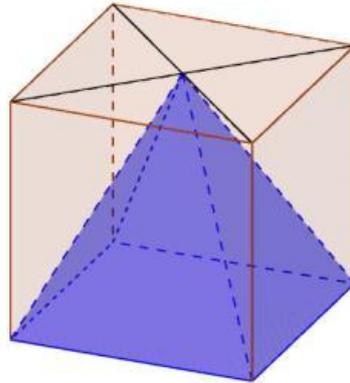
- b. Gambar sebuah kubus di dalam bola, di mana titik-titik sudut dari kubus menyinggung sisi dalam bola.



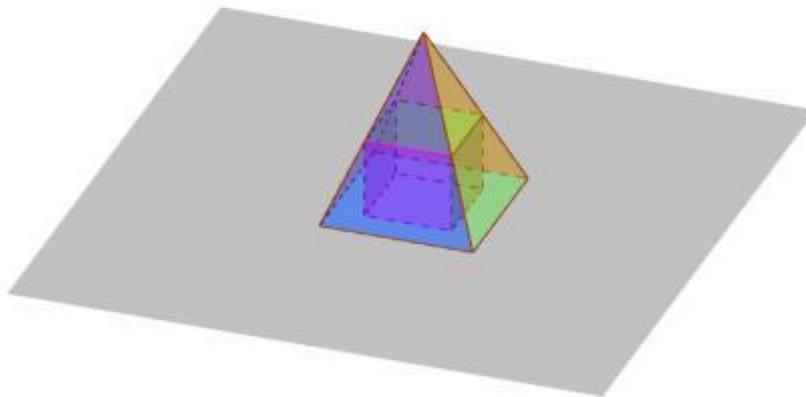
- c. Gambar sebuah limas di dalam bola, di mana titik – titik sudutnya menyinggung permukaan bola dari dalam.



- d. Gambar sebuah limas di dalam kubus, alas limas berimpit dengan alas kubus dan titik puncak limas terletak pada perpotongan diagonal-diagonal sisi atas kubus.

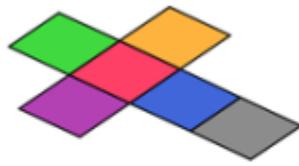


2. Konstruksi simulasi limas dan balok berikut ini dengan geogebra 3D

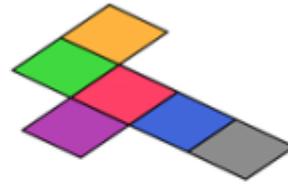


3. Buatlah semua kemungkinan jaring-jaring kubus yang ada.

Petunjuk : gunakan perintah Net[<Polyhedron>, <Number>, <Face>, <Edge>, <Edge>, ...]



Jaring - jaring kubus 1



Jaring - jaring kubus 2



Jaring - jaring kubus 3



Jaring - jaring kubus 4



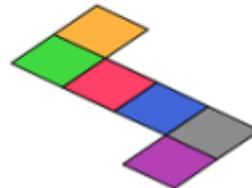
Jaring - jaring kubus 5



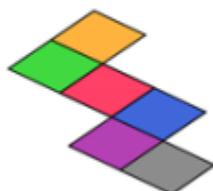
Jaring - jaring kubus 6



Jaring - jaring kubus 7



Jaring - jaring kubus 8



Jaring - jaring kubus 9



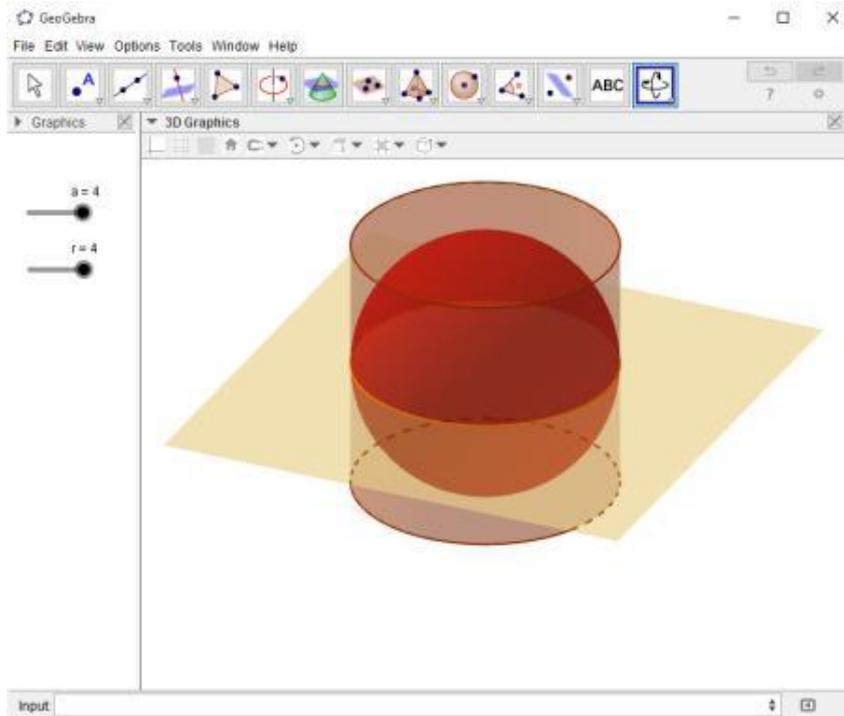
Jaring - jaring kubus 10



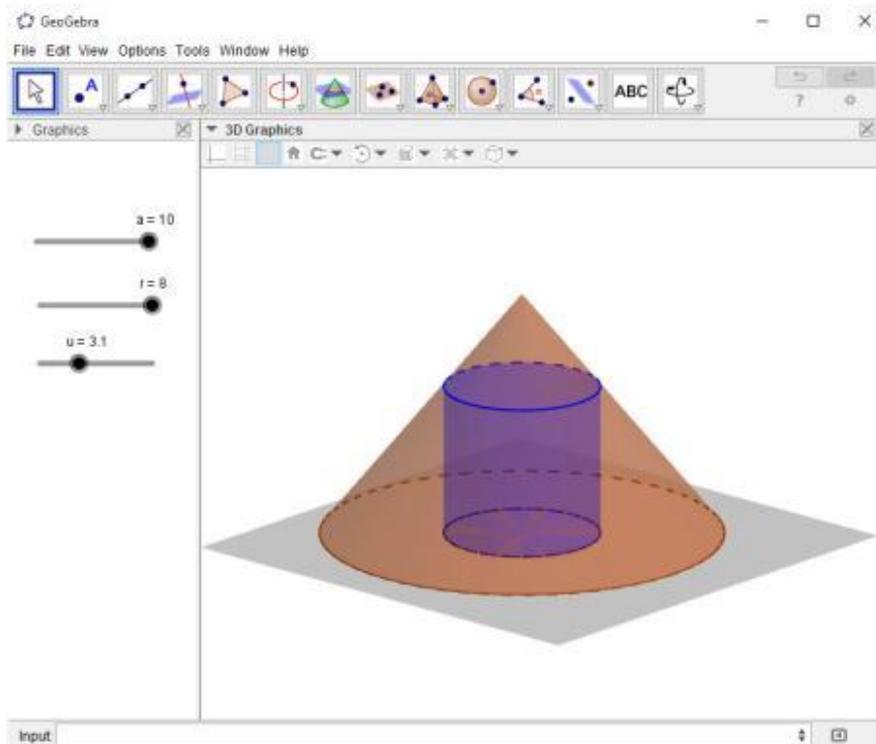
Jaring - jaring kubus 11

4. Buatlah simulasi dua bangun berikut ini (petunjuk : gunakan slider)
 - a. Simulasi bola di dalam tabung

Kegiatan Pembelajaran 7

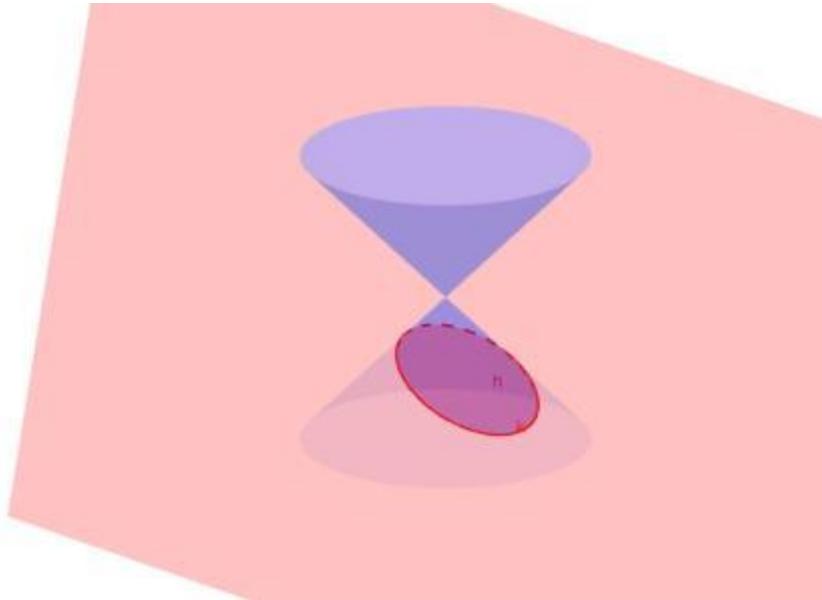


b. Simulasi tabung di dalam kerucut

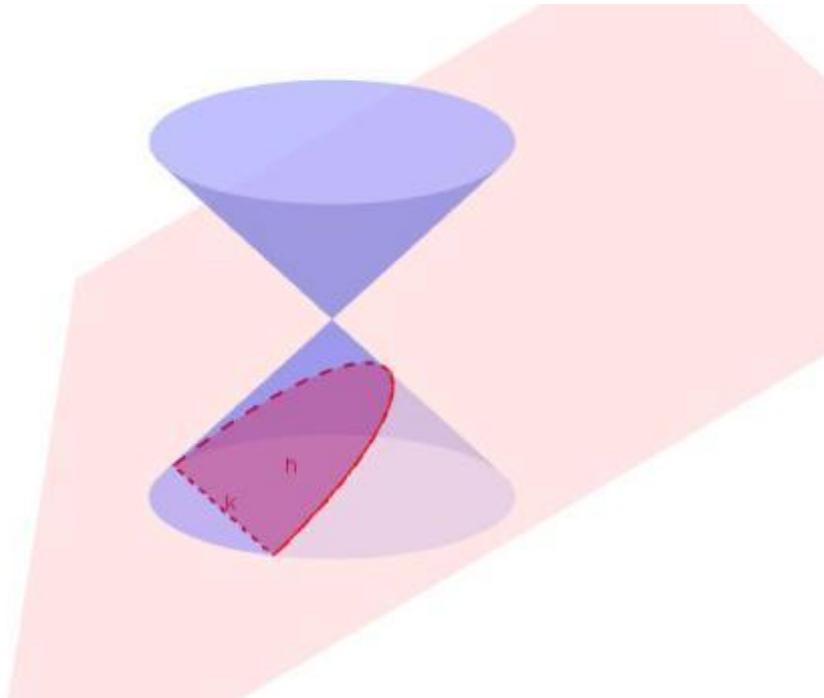


5. Gambarkan irisan kerucut berikut ini, kemudian buat simulasi irisan kerucut dengan menggunakan slider!

a. Irisan kerucut – ellips

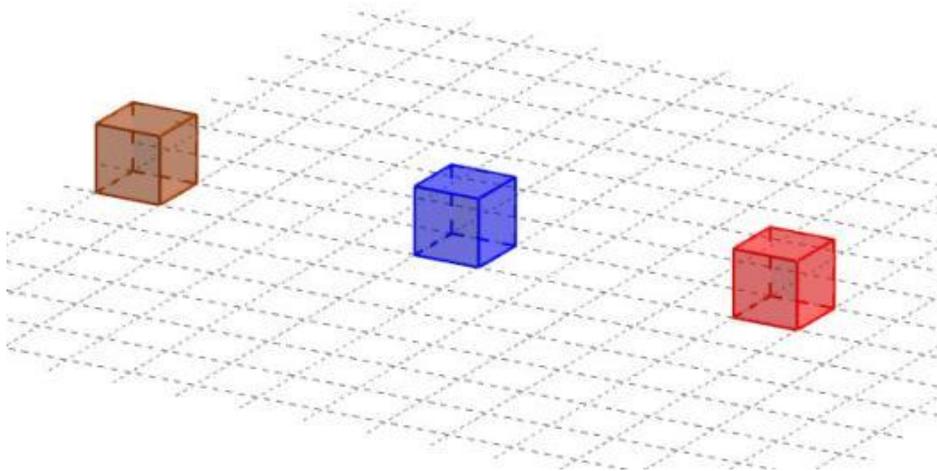


b. Irisan kerucut – Parabola

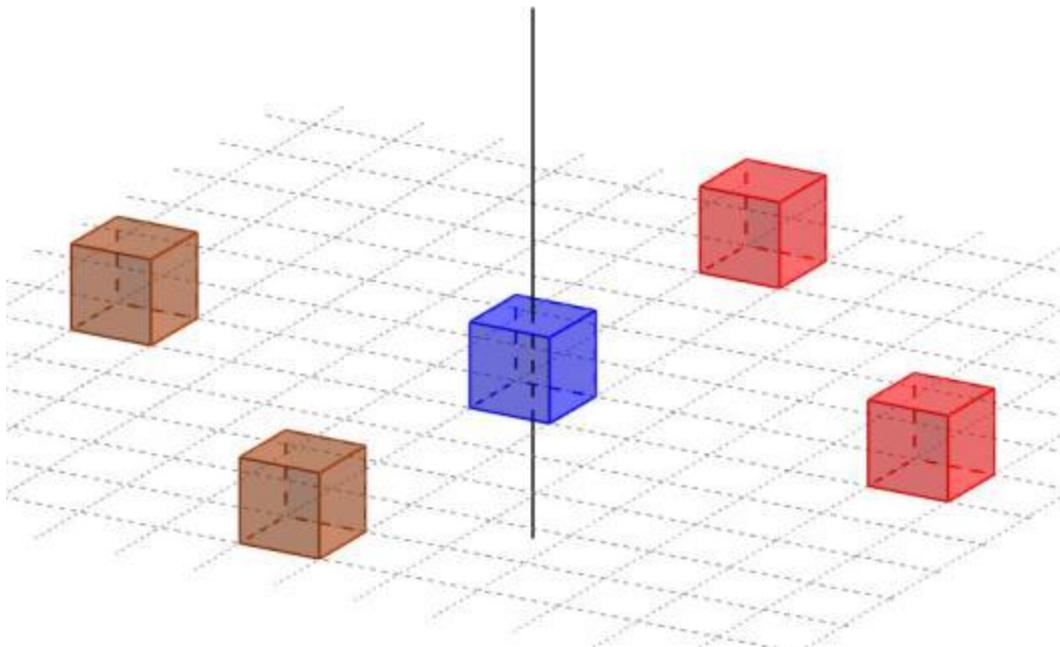


6. Pada aktivitas 17, kita telah mempelajari bagaimana mengkonstruksi dua kubus dengan translasi seperti pada gambar di bawah ini

Kegiatan Pembelajaran 7



dengan transformasi geometri rotasi buatlah gambar di atas menjadi gambar seperti berikut



7. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 6 cm dan T adalah titik tengah CG . Tentukan Jarak titik E ke BT !

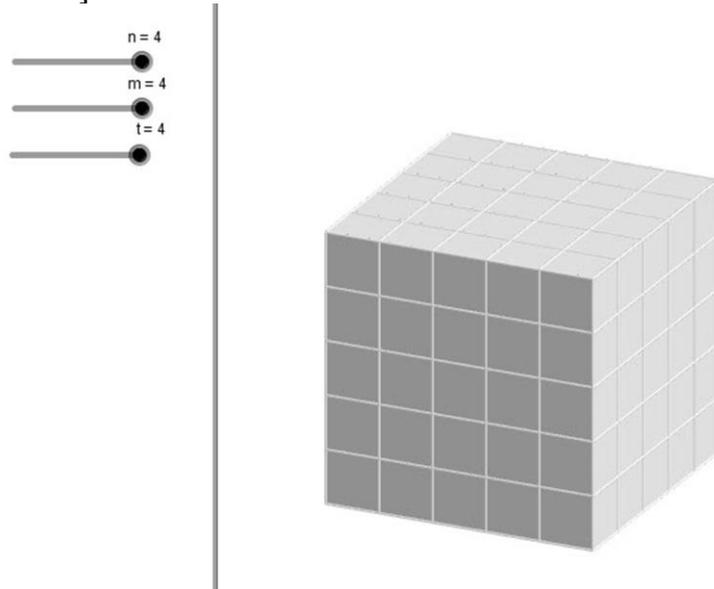
8. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Jika S merupakan proyeksi titik C pada bidang AFH, maka tentukan jarak titik A ke titik S!
9. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuknya 12 cm. Jika P titik tengah BF dan Q titik tengah EH, maka tentukan panjang PQ!
10. Kubus ABCD.EFGH memiliki panjang rusuk 10 cm. Tentukan jarak titik H ke bidang BDG!
11. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 7 cm. P dan Q masing – masing merupakan titik tengah AB dan CD, sedangkan R merupakan titik perpotongan EG dan FH. Tentukan jarak titik R ke bidang EPQH!
12. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Tentukan nilai cosinus sudut antara CF dan bidang ACH!
13. Pada kubus ABCD.EFGH, titik P pada AE dengan $3AP = PE$ dan α adalah sudut antara PH dan BC. Tentukan nilai $\sin \alpha$!
14. Diketahui limas segi empat T.ABCD dengan rusuk-rusuk tegak 15 cm, bidang alasnya ABCD berbentuk persegi panjang dengan $AB = 10$ cm dan $BC = 12$ cm. Jika α adalah sudut antara bidang TAB dengan bidang alas ABCD, tentukan nilai $\sin \alpha$!
15. Kubus ABCD.EFGH rusuknya 10 cm. P, Q, R titik tengah AB, BC dan CG. Tentukan luas bidang yang melalui P, Q, R di dalam kubus!
16. Titik – titik P, Q, R masing – masing terletak pada rusuk – rusuk BC, FG dan EH sebuah kubus ABCD.EFGH. Jika $BP = \frac{1}{3}BC$, $FQ = \frac{2}{3}FG$ dan $ER = \frac{2}{3}EH$. Tentukan perbandingan luas irisan bidang melalui P, Q dan R dengan luas permukaan kubus!
17. Tentukan penyelesaian sistem persamaan linier tiga variabel berikut ini!

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = -1 \\ 2x - 3y + z = 4 \\ 4x + 5y - z = -2 \end{cases}$$

Kegiatan Pembelajaran 7

petunjuk : gunakan CAS View dan 3D Graphics View untuk menyelesaikan sistem persamaan linier).

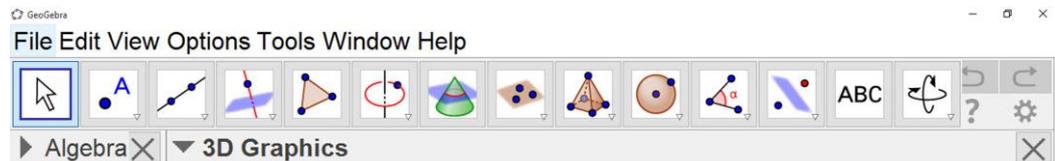
18. Buatlah simulasi seperti gambar berikut! petunjuk : gunakan perintah `Sequence[Translate[<Object>, <Vector>], <Variable>, <Start Value>, <End Value>]`



F. Rangkuman

Konsep tentang titik, garis, bidang dan bangun-bangun ruang dapat kita eksplorasi dengan baik menggunakan geogebra 3D. Perintah dan tool-tool yang ada pada geogebra 3D dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan atau perhitungan rutin yang biasa kita lakukan pada topik dimensi tiga, seperti jarak antara dua titik, jarak antara titik dengan garis, jarak antara titik dengan bidang, jarak antara dua garis yang sejajar, jarak antara garis dengan bidang yang sejajar, jarak antara dua bidang yang sejajar, sudut antara dua garis yang bersilangan, sudut antara garis dengan bidang, dan sudut antara dua bidang.

Geogebra 3D juga memiliki fitur yang lengkap untuk mempelajari bangun ruang seperti limas, prisma, tabung, kerucut dan bola.



Topik lain yang dapat kita eksplorasi dengan Geogebra 3D adalah transformasi geometri dan sistem persamaan linier tiga variabel.

G. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut

Fungsi tool-tool yang ada pada Geogebra 3D dapat Anda pelajari pada uraian materi, untuk memahami dan meningkatkan kemampuan menggunakan tool – tool yang ada, lakukan aktivitas pembelajaran secara tuntas. Kemudian Anda bisa mencoba soal-soal latihan yang ada pada modul ini, semua soal harus diselesaikan dengan menggunakan Geogebra agar Anda dapat memahami semua tool yang ada pada Geogebra 3D dengan baik. Jika ada kesulitan dalam menyelesaikan latihan, sebaiknya Anda mengulang aktivitas pembelajaran yang sejenis dengan soal yang belum dapat Anda selesaikan.

Kegiatan Pembelajaran 7

Setelah semua soal latihan dapat dikerjakan dengan baik, Anda diharapkan dapat mengembangkan lebih lanjut untuk membuat media pembelajaran untuk topik Dimensi tiga dan bangun ruang.

H. Kunci Jawaban

No	Jawaban	No	Jawaban
1	Praktek membuat gambar	10	$\frac{10}{3}\sqrt{3} \approx 5,77$
2	Praktek membuat gambar	11	$\frac{7}{5}\sqrt{5} \approx 3,13$
3	Praktek membuat gambar	12	$\frac{1}{3}\sqrt{3} \approx 0,58$
4	Praktek membuat simulasi	13	$\frac{3}{5} = 0,6$
5	Praktek membuat simulasi	14	$\frac{1}{10}\sqrt{82} \approx 0,91$
6	Praktek membuat simulasi	15	$75\sqrt{3} \approx 129,90$
7	$\frac{18}{5}\sqrt{5} \approx 8,05$	16	$\sqrt{10} : 18$
8	$\frac{8}{3}\sqrt{6} \approx 6,53$	17	$\left\{ x = \frac{6}{11}, y = -\frac{7}{11}, z = 1 \right\}$
9	$12\sqrt{6} \approx 29,39$	18	Praktek membuat simulasi

Kegiatan Pembelajaran 8

Matriks Dan Vektor

A. Tujuan

Tujuan pembelajaran dari Kegiatan Belajar VIII ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Mengenali tool-tool dan perintah-perintah (*command*) pada GeoGebra terkait Aljabar Linier, yaitu matriks dan vektor
2. Menggunakan tool-tool dan perintah-perintah (*command*) pada GeoGebra terkait Aljabar Linier, yaitu matriks dan vektor.
3. Mengembangkan media pembelajaran dengan berbantuan tool-tool dan perintah-perintah (*command*) pada **Algebra View, CAS View, Graphics View, Spreadsheet View** dan **3D Graphics View**.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi dari kegiatan belajar ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Menerangkan perintah-perintah (*command*) pada GeoGebra terkait Aljabar Linier, yaitu matriks dan vektor.
2. Menerapkan penggunaan tool-tool dan perintah-perintah (*command*) pada GeoGebra terkait Aljabar Linier, yaitu matriks dan vektor.
3. Membuat media pembelajaran dengan berbantuan tool-tool dan perintah-perintah (*command*) pada **Algebra View, CAS View, Graphics View, Spreadsheet View** dan **3D Graphics View**.

C. Uraian Materi

Ada tiga hal yang wajib dimiliki oleh suatu perangkat lunak yang akan digunakan sebagai alat eksplorasi konsep-konsep matematika, pertama kemampuan melakukan perhitungan numerik, kedua kemampuan

Kegiatan Pembelajaran 8

menggambar grafik dan yang ketiga kemampuan melakukan perhitungan simbolik atau *computer algebra system* (CAS). Ketiga hal tersebut (dalam tingkatan tertentu) sudah dimiliki oleh Geogebra.

Tidaklah terlalu berlebihan jika penulis katakan, bahwa Geogebra mampu mengeksplorasi dan memvisualisasikan sebagian besar konsep-konsep matematika dari tingkat SD sampai dengan SMA (bahkan Perguruan Tinggi), yang selama ini sulit atau mustahil dilakukan seorang guru di depan kelas tanpa Geogebra. Pada kegiatan belajar VIII ini, Anda akan dibawa untuk lebih mendalami Geogebra dari sisi kemampuannya melakukan perhitungan simbolik atau *computer algebra system* (CAS) serta bagaimana mengintegrasikannya dengan **Algebra View**, **Graphics View**, **Spreadsheet View** dan **3D Graphics View** untuk membuat lembar kerja dinamis. Topik matematika sebagai contoh kajiannya adalah matriks dan vektor.

1. Matriks

Operasi penjumlahan atau pengurangan dua buah matriks

Dua buah matriks dapat dijumlahkan jika ordo dari kedua matriks tersebut sama.

T	
1	$A := \{(a_1, a_2), (a_3, a_4)\}$ $\rightarrow A := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	$B := \{(b_1, b_2), (b_3, b_4)\}$ $\rightarrow B := \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$
3	$C := \{(c_1, c_2, c_3), (c_4, c_5, c_6), (c_7, c_8, c_9)\}$ $\rightarrow C := \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_4 & c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 & c_9 \end{pmatrix}$
4	A+B $\rightarrow \begin{pmatrix} a_1 + b_1 & a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 & a_4 + b_4 \end{pmatrix}$
5	A+C $\rightarrow \begin{pmatrix} a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & c_3 \\ a_3 + c_4 & a_4 + c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 & c_9 \end{pmatrix}$ 

Geogebra CAS tidak memberikan pesan kesalahan jika dua buah matriks yang ordonya berbeda kita jumlahkan.

Operasi perkalian pada matriks

Operasi perkalian pada dua buah matriks dapat dilakukan jika banyaknya kolom pada matriks pertama sama dengan banyaknya.

T	
1	A:={{a_1,a_2},{a_3,a_4}} → $A := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	B:={{b_1},{b_2}} → $B := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$
3	C:={{c_1,c_2}} → $C := (c_1 \ c_2)$
4	A*B → $\begin{pmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_2 \\ a_3 b_1 + a_4 b_2 \end{pmatrix}$
5	A*C  → ?

Matriks transpose

Transpose suatu matriks mengubah kedudukan elemen-elemen baris suatu matriks menjadi elemen-elemen kolom.

T	
1	A:={{a_1,a_2},{a_3,a_4}} → $A := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	Transpose[A] → $\begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_2 & a_4 \end{pmatrix}$
3	B:={{b_1},{b_2}} → $B := (b_1 \ b_2)$
4	Transpose[B] → $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

Determinan dan Invers Matriks berordo 2×2

Kegiatan Pembelajaran 8

T	
1	$A := \{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}\}$ $\rightarrow A := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	Determinant[A] $\rightarrow a_1 a_4 - a_2 a_3$
3	$A^{(-1)}$ $\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{a_4}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & -\frac{a_2}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \\ -\frac{a_3}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & \frac{a_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \end{pmatrix}$

Invers matriks dengan mereduksi eselon baris

T	
1	$A := \{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}\}$ $\rightarrow A := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	$AI := \{\{a_1, a_2, 1, 0\}, \{a_3, a_4, 0, 1\}\}$ $\rightarrow AI := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 1 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
3	$IA := \text{ReducedRowEchelonForm}[AI]$ $\rightarrow IA := \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{a_4}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & -\frac{a_2}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \\ 0 & 1 & -\frac{a_3}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & \frac{a_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \end{pmatrix}$

Matriks yang memiliki nilai determinan sama dengan nol tidak mempunyai matriks invers (matriks singular)

2	Determinant[A]
<input type="radio"/>	→ 0
3	A ⁽⁻¹⁾
<input type="radio"/>	→ ?

Penyelesaian sistem persamaan linear (dua variabel) dengan cara matriks

Diketahui

$$\begin{cases} a_1x + a_2y = b_1 \\ a_3x + a_4y = b_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Pertama kita tentukan invers dari matriks $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$, kemudian

kalikan kedua ruas dengan $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^{-1}$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Jadi penyelesaiannya adalah

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Kegiatan Pembelajaran 8

1	$A := \{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}\};$
2	$B := \{\{b_1\}, \{b_2\}\};$
3	$X := \{\{x\}, \{y\}\}$ <input type="radio"/> $\rightarrow X := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
4	$A^{(-1)}$ <input type="radio"/> $\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{a_4}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & -\frac{a_2}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \\ -\frac{a_3}{a_1 a_4 - a_2 a_3} & \frac{a_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \end{pmatrix}$
5	$X = A^{(-1)} * B$ <input type="radio"/> $\rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_2 b_2 + a_4 b_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \\ \frac{a_1 b_2 - a_3 b_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \end{pmatrix}$

Penyelesaian sistem persamaan linier (dua variabel) dengan metode determinan

Diketahui

$$\begin{cases} a_1 x + a_2 y = b_1 \\ a_3 x + a_4 y = b_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

kita tuliskan

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_2 \\ b_2 & a_4 \end{vmatrix} \text{ dan } D_y = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_2 \end{vmatrix}$$

Maka

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_2 \\ b_2 & a_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}} \text{ dan } y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}}$$

T	
1	$D := \{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}\}$ $\rightarrow D := \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$
2	$D_x := \{\{b_1, a_2\}, \{b_2, a_4\}\}$ $\rightarrow D_x := \begin{pmatrix} b_1 & a_2 \\ b_2 & a_4 \end{pmatrix}$
3	$D_y := \{\{a_1, b_1\}, \{a_3, b_2\}\}$ $\rightarrow D_y := \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_2 \end{pmatrix}$
4	$X := \text{Determinant}[D_x] / \text{Determinant}[D]$ $\rightarrow X := \frac{-a_2 b_2 + a_4 b_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3}$
5	$Y := \text{Determinant}[D_y] / \text{Determinant}[D]$ $\rightarrow Y := \frac{a_1 b_2 - a_3 b_1}{a_1 a_4 - a_2 a_3}$

2. VEKTOR

Operasi penjumlahan dan pengurangan dua buah vektor di R^3

T	
1	$a := \text{Vector}[a_1, a_2, a_3]$ $\rightarrow a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
2	$b := \text{Vector}[b_1, b_2, b_3]$ $\rightarrow b := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$
3	$a + b$ $\rightarrow \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
4	$a - b$ $\rightarrow \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$

Operasi perkalian (hasil kali titik dan hasil kali saling) pada vektor

Kegiatan Pembelajaran 8

T	
1	$a := \text{Vector}[(a_1, a_2, a_3)]$ $\rightarrow a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
2	$b := \text{Vector}[(b_1, b_2, b_3)]$ $\rightarrow b := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$
3	$\text{Dot}[a, b]$ $\rightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
4	$\text{Cross}[a, b]$ $\rightarrow \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$

T	
1	$a := \text{Vector}[(a_1, a_2, a_3)]$ $\rightarrow a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
2	$\text{sqrt}(\text{Dot}[a, a])$ $\rightarrow \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

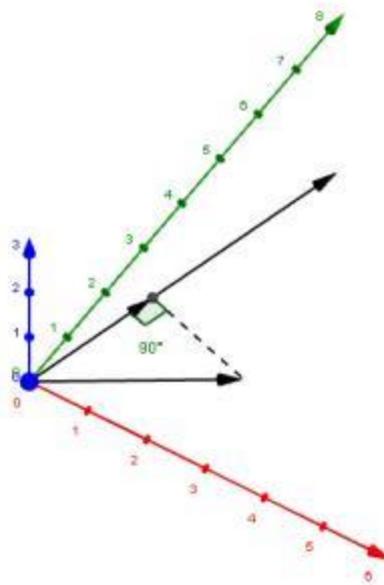
T	
1	$a := \text{Vector}[(a_1, a_2, a_3)]$ $\rightarrow a := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
2	$\text{UnitVector}[a]$ $\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{a_1}{\sqrt{a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3}} \\ \frac{a_2}{\sqrt{a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3}} \\ \frac{a_3}{\sqrt{a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3}} \end{pmatrix}$

Sudut antara dua vektor $\theta = \angle(a, b)$

1	$a := \text{Vector}[(a_1, a_2, a_3)]$ $\rightarrow \mathbf{a} := \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
2	$b := \text{Vector}[(b_1, b_2, b_3)]$ $\rightarrow \mathbf{b} := \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$
3	$\cos(\theta) = \frac{\text{Dot}[\mathbf{a}, \mathbf{b}]}{\sqrt{\text{Dot}[\mathbf{a}, \mathbf{a}]}\sqrt{\text{Dot}[\mathbf{b}, \mathbf{b}]}}$ $\rightarrow \cos(\theta) = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$

Proyeksi orthogonal suatu vektor terhadap vektor lainnya

Vektor \vec{a} diproyeksikan tegak lurus terhadap vektor \vec{b}



\vec{c} adalah hasil proyeksi vektor \vec{c} terhadap vektor \vec{b}

$$\vec{c} = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{b}|} \cdot \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

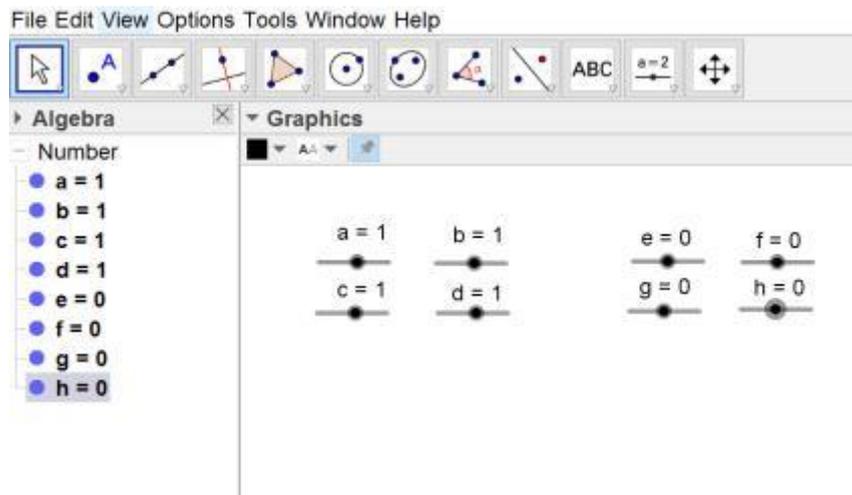
1	$a := \text{Vector}[a_1, a_2, a_3]$ $\rightarrow \mathbf{a} := \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{pmatrix}$
2	$b := \text{Vector}[b_1, b_2, b_3]$ $\rightarrow \mathbf{b} := \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{pmatrix}$
3	$\text{Dot}(a,b)/(\text{sqrt}(\text{Dot}(a,a)*\text{sqrt}(\text{Dot}(b,b))))*a$ $\rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \cdot \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_3}{\sqrt{(\mathbf{a}_1^2 + \mathbf{a}_2^2 + \mathbf{a}_3^2)} \sqrt{\mathbf{b}_1^2 + \mathbf{b}_2^2 + \mathbf{b}_3^2}} \\ \mathbf{a}_2 \cdot \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_3}{\sqrt{(\mathbf{a}_1^2 + \mathbf{a}_2^2 + \mathbf{a}_3^2)} \sqrt{\mathbf{b}_1^2 + \mathbf{b}_2^2 + \mathbf{b}_3^2}} \\ \mathbf{a}_3 \cdot \frac{\mathbf{a}_1 \mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_3}{\sqrt{(\mathbf{a}_1^2 + \mathbf{a}_2^2 + \mathbf{a}_3^2)} \sqrt{\mathbf{b}_1^2 + \mathbf{b}_2^2 + \mathbf{b}_3^2}} \end{pmatrix}$

D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1 (CAS View dan Graphics View)

Pada aktivitas ini kita akan membuat simulasi penjumlahan dua buah matriks berordo 2×2 , adapun langkah – langkah yang kita lakukan sebagai berikut :

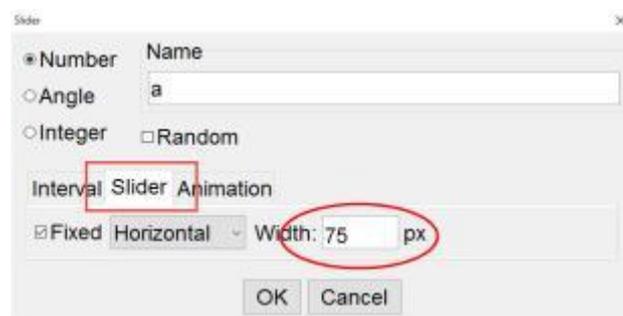
1. Membuat delapan buah slider



buat 8 buah slider dengan nama **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, **f**, **g**, dan **h**. Klik **Graphics View**. Atur untuk ke delapan slider tersebut pilih Number dan pada menu Interval masukan nilai minimum (Min) = - 9, nilai maksimum (Max) = 9 dan Increment = 1



kemudian pada menu Slider, Width = 75 px



2. Membuat (notasi) matriks pada **CAS View**

Kegiatan Pembelajaran 8

The screenshot shows a CAS interface with a toolbar at the top. The CAS window contains three rows:

- Row 1: $A := \{\{a,b\}, \{c,d\}\}$ followed by $\rightarrow A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Row 2: $B := \{\{e,f\}, \{g,h\}\}$ followed by $\rightarrow B := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- Row 3: (Empty)

The Graphics window shows a grid with points and labels: $a=1$, $b=1$, $e=0$, $f=0$, $c=1$, $d=1$, $g=0$, $h=0$.

Ketikkan $A := \{\{a,b\}, \{c,d\}\}$ dan $B := \{\{e,f\}, \{g,h\}\}$ pada cell CAS 1 dan 2

3. Menentukan hasil penjumlahan matriks A dan matriks B

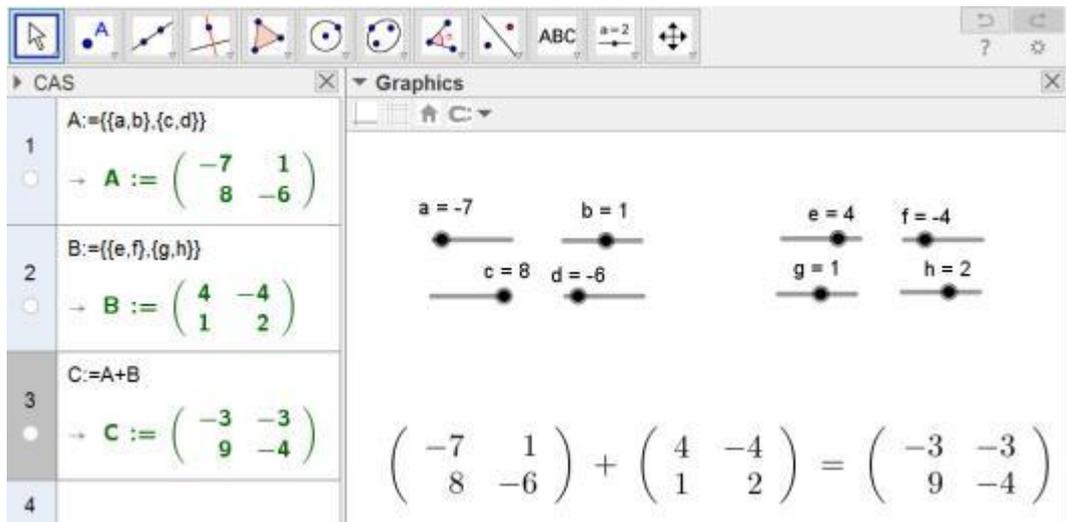
The screenshot shows the same CAS interface as above, but with a third row in the CAS window:

- Row 3: $C := A+B$ followed by $\rightarrow C := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

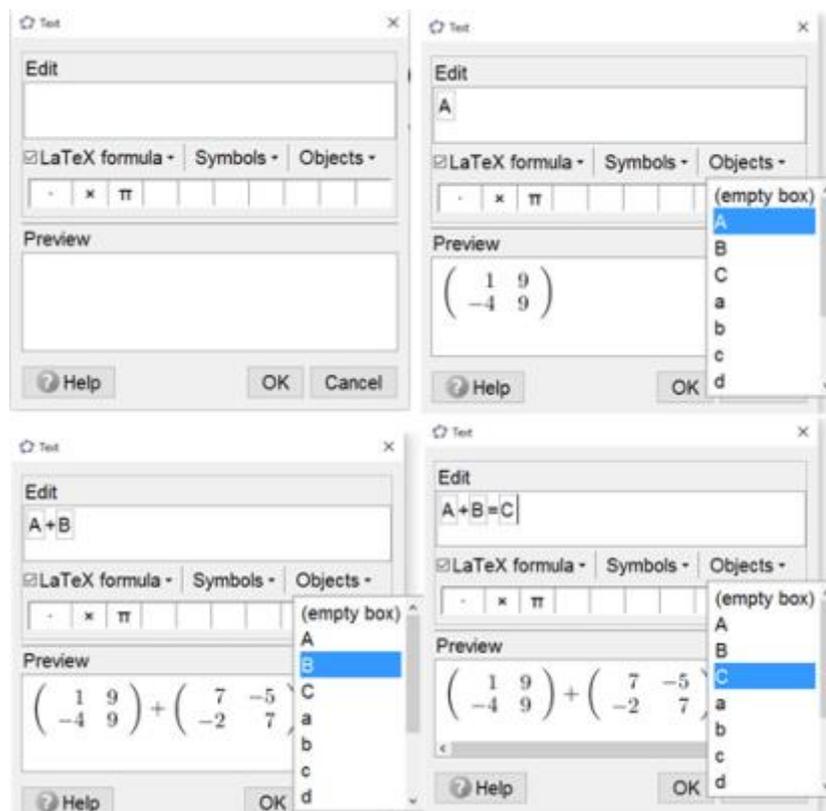
The Graphics window remains the same as in the previous screenshot.

Ketikkan pada cell 3, $C:=A+B$ maka kita peroleh hasil penjumlahan matriks A dan matriks B.

4. Menampilkan penjumlahan matriks A dan matriks B pada **Graphics View**



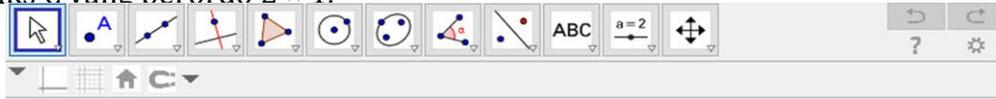
Pada area **Graphics View** klik  , klik tanda centang pada LaTeX formula kemudian masukkan $A+B=C$ (catatan : A, B dan C merupakan Objects)



Aktivitas 2 (Graphics View dan Spreadsheet View)

Kegiatan Pembelajaran 8

Pada aktivitas kali ini, kita akan membuat pertanyaan random untuk soal perkalian matriks A berordo 2×2 dengan matriks $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sama dengan matriks C yang berordo 2×1 .



Tentukan nilai x dan y yang memenuhi

$$\begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -72 \\ -87 \end{pmatrix}$$

cek jawaban

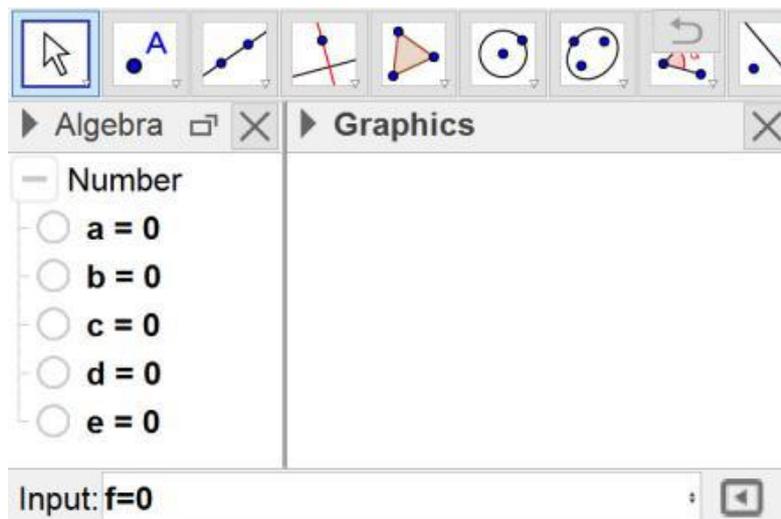
soal baru

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -72 \\ -87 \end{pmatrix}$$

penyelesaian $x = 9$ dan $y = 4$

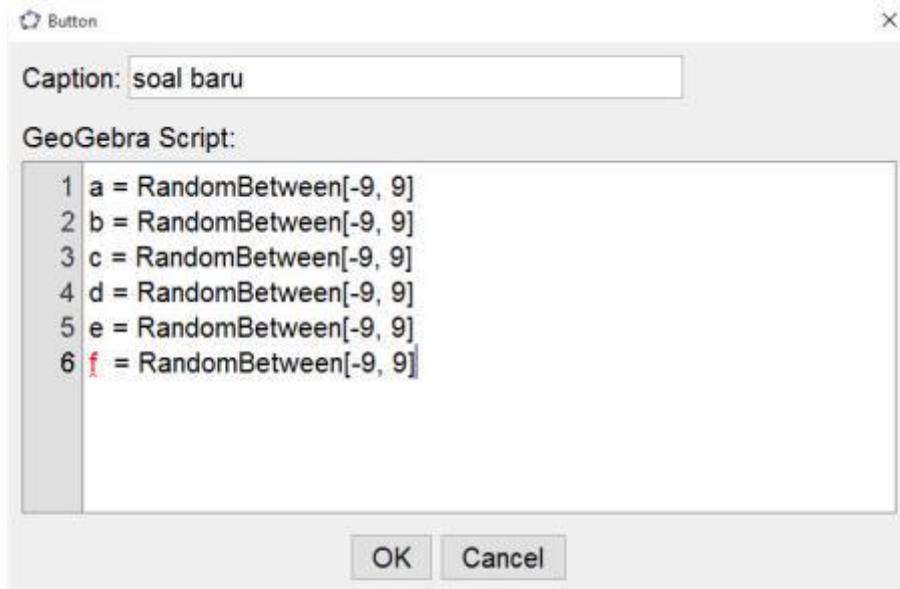
Langkah - langkah konstruksi

Ketikkan pada input bar a = 0, b = 0, c = 0, d = 0, e = 0 dan f

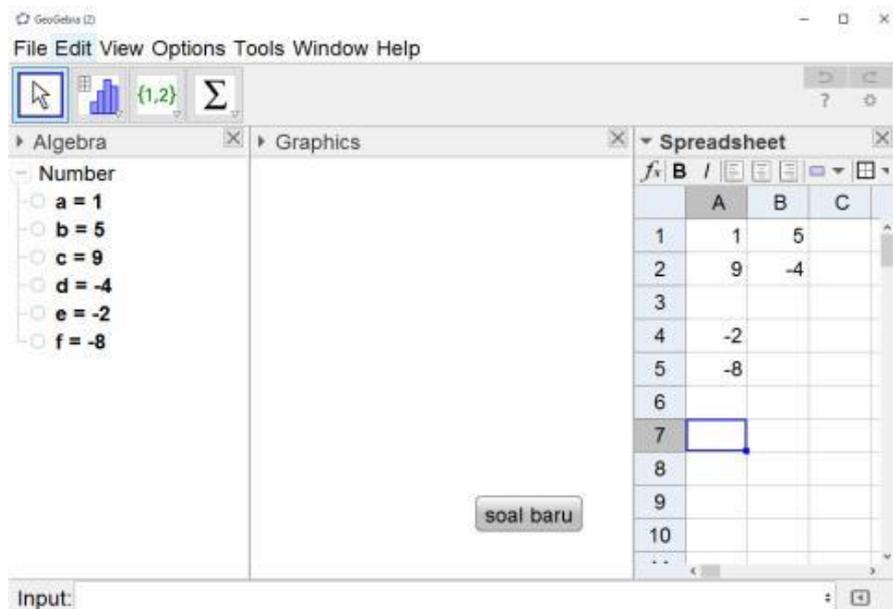


1. Klik  dan klik pada Graphics View, ketikkan soal baru pada Caption selanjutnya ketikkan a = RandomBetween[-9, 9], b =

RandomBetween[-9, 9], $c = \text{RandomBetween}[-9, 9]$, $d = \text{RandomBetween}[-9, 9]$, $e = \text{RandomBetween}[-9, 9]$, dan $f = \text{RandomBetween}[-9, 9]$ pada Geogebra Script.

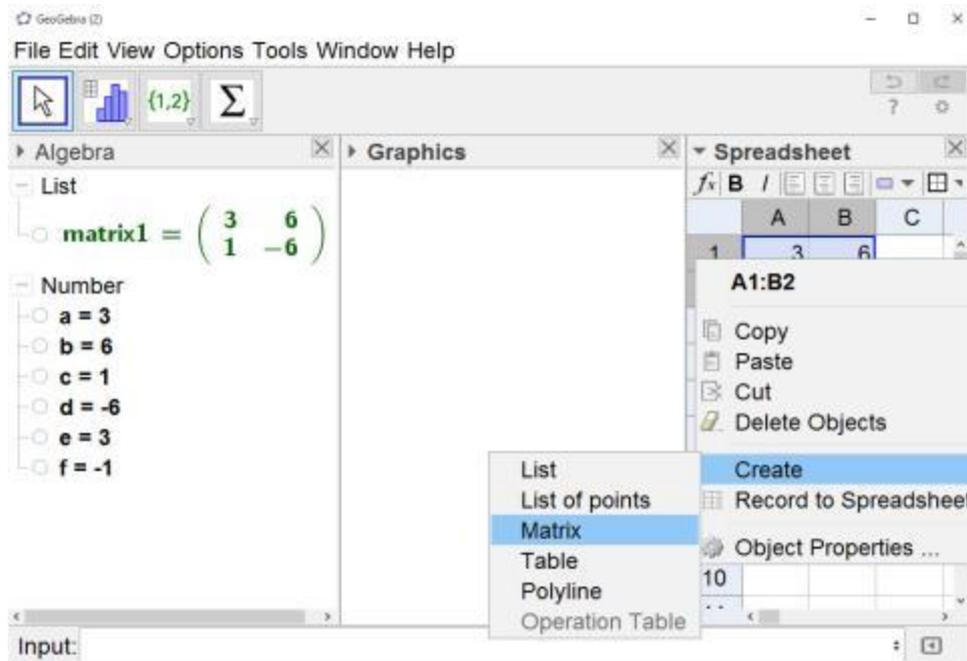


2. Aktifkan **Spreadsheet View**, kemudian ketikkan pada cell A1 = a, B1 = b, A2 = c, B2 = d, A4 = e dan A5 = f

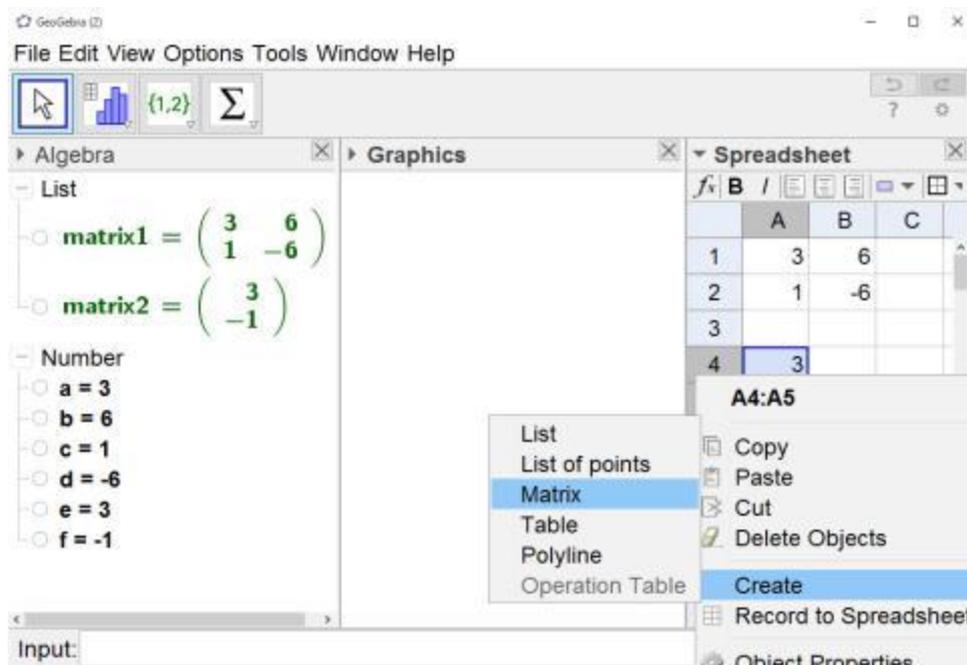


3. Seleksi Cell A1 : B2 , klik kanan pilih Create – Matriks untuk membuat matriks1

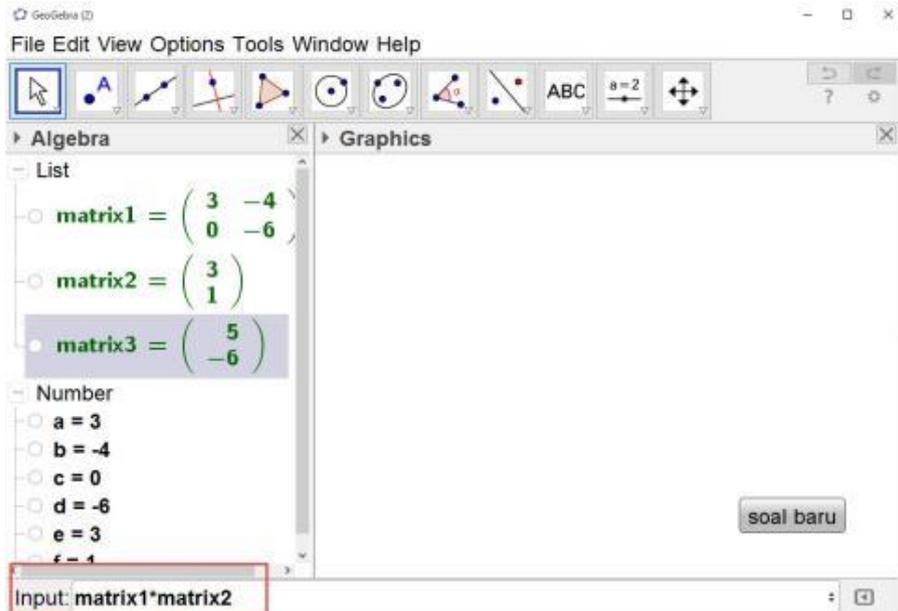
Kegiatan Pembelajaran 8



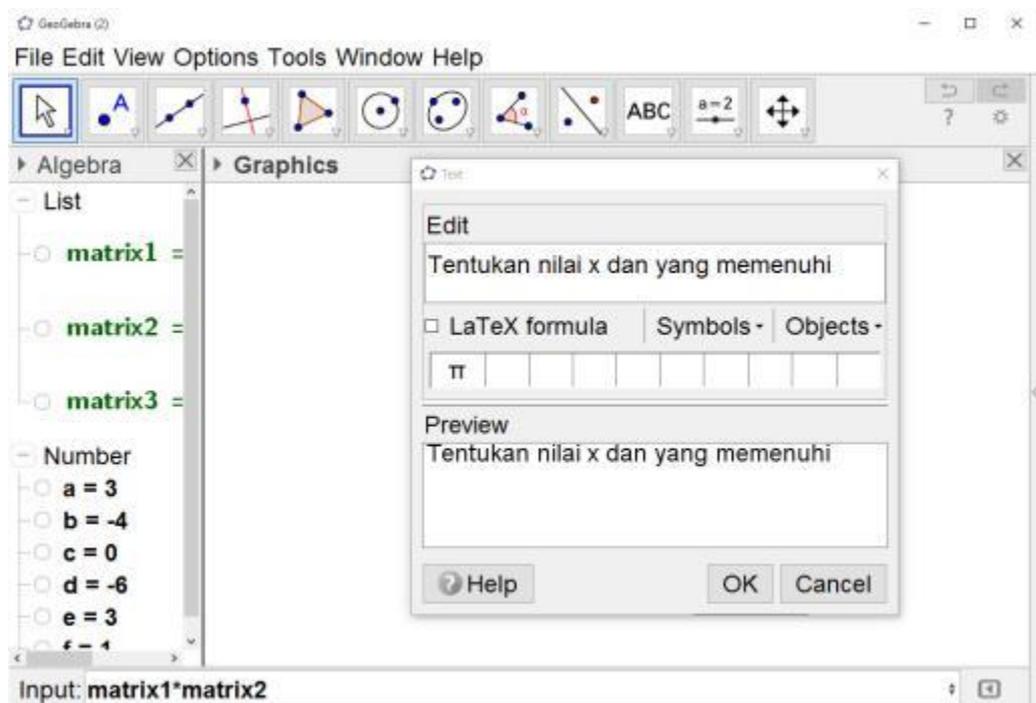
4. Seleksi Cell A4 : A5, klik kanan pilih Create – Matriks untuk membuat matriks2



5. Ketikkan pada **Input Bar** : **matriks1*matriks2** untuk membuat matriks3

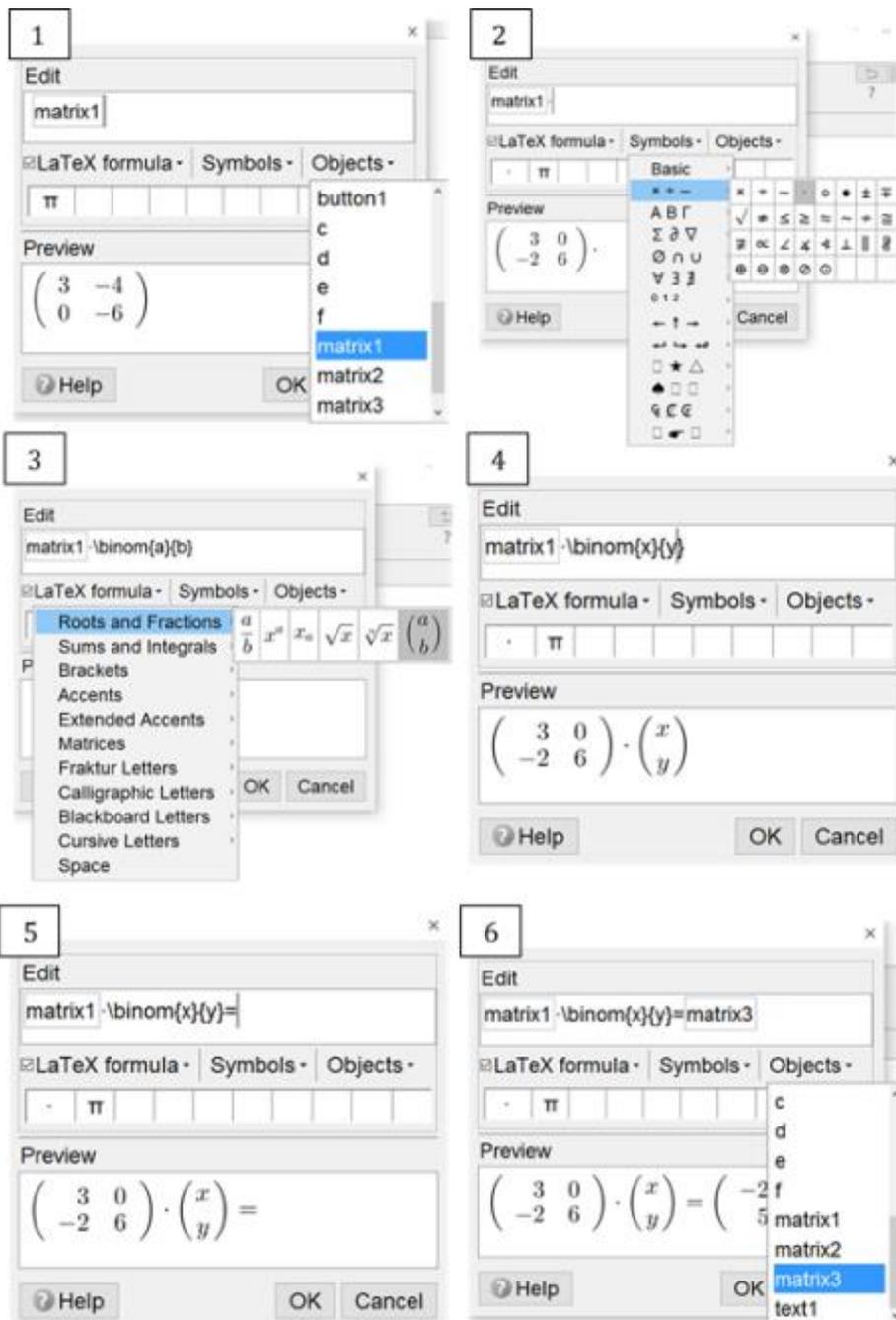


6. Klik  , kemudian klik pada area **Graphics View** sehingga terbuka editor text, ketikkan : Tentukan nilai x dan y yang memenuhi

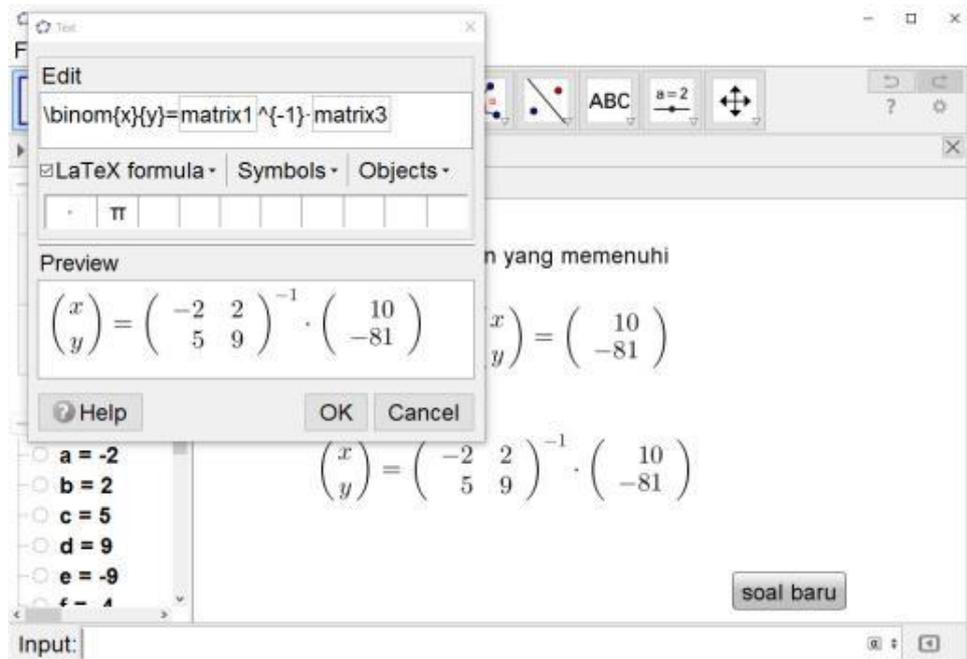


7. Klik  dan area **Graphics View** , pada editor text ketikkan **matriks1** $\cdot \backslash \text{binom}\{x\}\{y\} = \text{matriks3}$ dengan langkah-langkah sebagai berikut (catatan : **matriks1** dan **matriks3** adalah **Objects**)

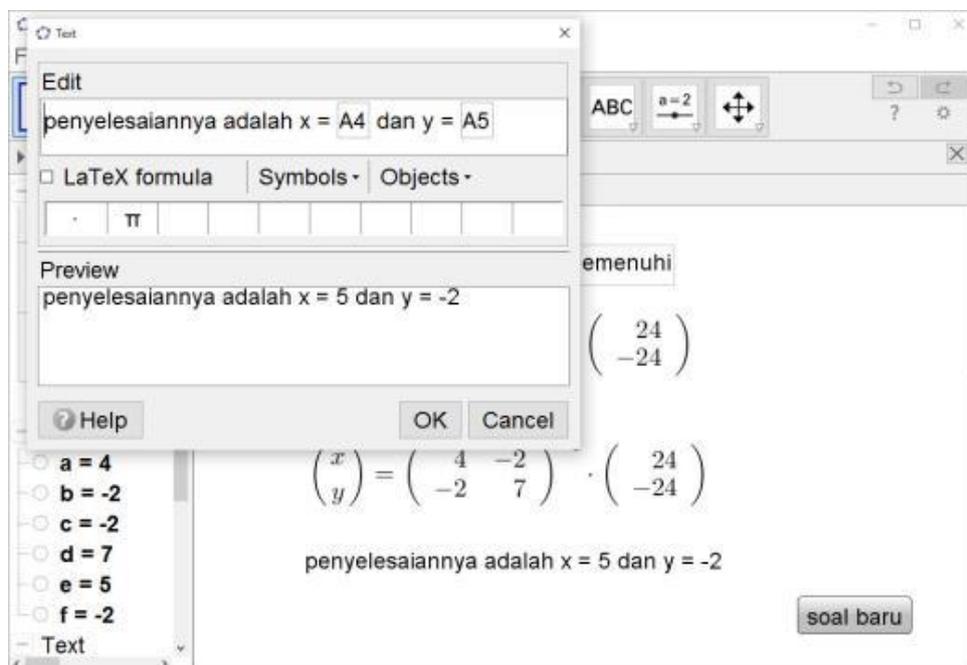
Kegiatan Pembelajaran 8



8. Klik  dan area **Graphics View** , pada editor text ketikkan $\backslash\text{binom}\{x\}\{y\} = \text{matriks1}^{\wedge}\{\} \cdot \text{matriks3}$

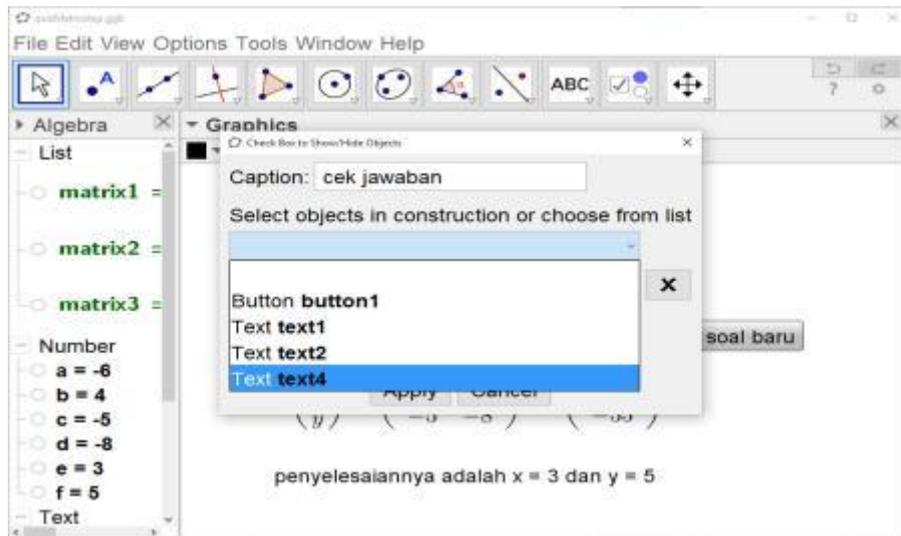


9. Klik  dan area **Graphics View** , pada editor text ketikkan : penyelesaiannya adalah x = A4 dan y =A5



10. Klik  dan area **Graphics View**, ketikkan cek jawaban pada Caption, kemudian pilih Text text3 dan Text text 4 pada **Select objects in construction or choose from list**

Kegiatan Pembelajaran 8



Aktivitas 3 (CAS View)

Invers matriks $\begin{pmatrix} \frac{1}{2(a-b)} & \frac{1}{2(a+b)} \\ \frac{-1}{2(a-b)} & \frac{1}{2(a+b)} \end{pmatrix}$ adalah

Jawab :

Pada **CAS View**, ketikkan di cell 1 (\$1) : $A:=\{\{1/(2*(a-b)), 1/(2*(a+b))\},\{1/(-2*(a-b)), 1/(2*(a+b))\}\}$ dan di cell 2 (\$2) : $A^{(-1)}$

1	$A:=\{\{1/(2*(a-b)), 1/(2*(a+b))\},\{-1/(2*(a-b)), 1/(2*(a+b))\}\}$
○	$\rightarrow A := \begin{pmatrix} \frac{1}{2a-2b} & \frac{1}{2a+2b} \\ -\frac{1}{2a-2b} & \frac{1}{2a+2b} \end{pmatrix}$
2	$A^{(-1)}$
○	$\rightarrow \begin{pmatrix} a-b & -a+b \\ a+b & a+b \end{pmatrix}$

Aktivitas 4

Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q , maka determinan matriks $P^{-1} \cdot Q^{-1}$ adalah ...

Jawab :

Pada **CAS View**, ketikkan di cell 1 (\$1) : **P:={{2,5 },{1,3}}** , di cell 2 (\$2) : **Q:={{ 5,4},{1,1}}** dan di cell 3 (\$3) : **Determinant[P^(-1)]***

Determinant[Q^(-1)]

1	P:={{2,5},{1,3}}
<input type="radio"/>	→ $P := \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
2	Q:={{5,4},{1,1}}
<input type="radio"/>	→ $Q := \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
3	Determinant[P^(-1)]*Determinant[Q^(-1)]
<input type="radio"/>	→ 1

Aktivitas 5

Matriks X berordo (2×2) yang memenuhi $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ adalah ...

Jawab :

Pada **CAS View**, ketikkan di cell 1 (\$1) : **A:={{1,2 },{3,4}}** , di cell 2 (\$2) : **B:={{ 4,3},{2,1}}** dan di cell 3 (\$3) : **X:=A^(-1)*B**

1	A:={{1,2},{3,4}}
<input type="radio"/>	→ $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
2	B:={{4,3},{2,1}}
<input type="radio"/>	→ $B := \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
3	X:=A^(-1)*B
<input type="radio"/>	→ $X := \begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

Aktivitas 6

Kegiatan Pembelajaran 8

Pada aktivitas 6, kita akan membuat pertanyaan random tentang hasil perkalian (hasil kali titik) dua buah vektor, seperti gambar berikut



$$\text{Jika } \vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ dan } \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix},$$

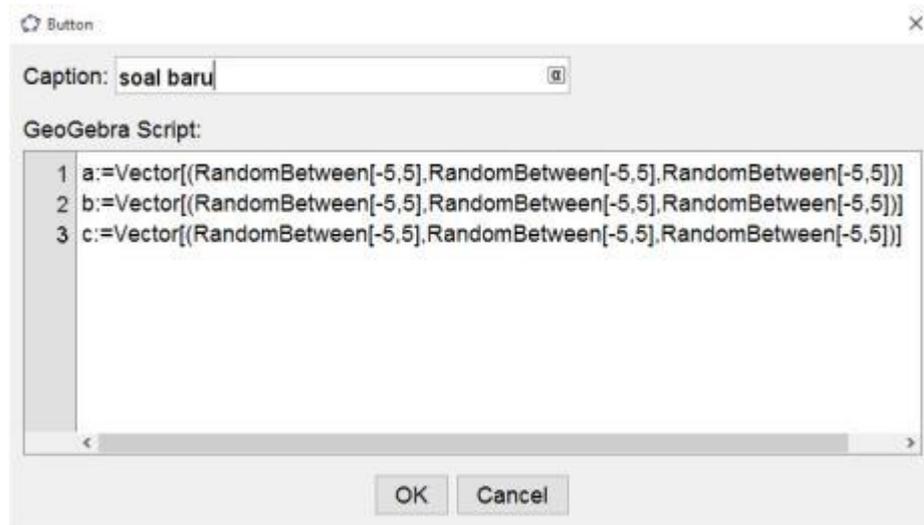
Hasil kali $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$ adalah

cek jawaban

soal baru

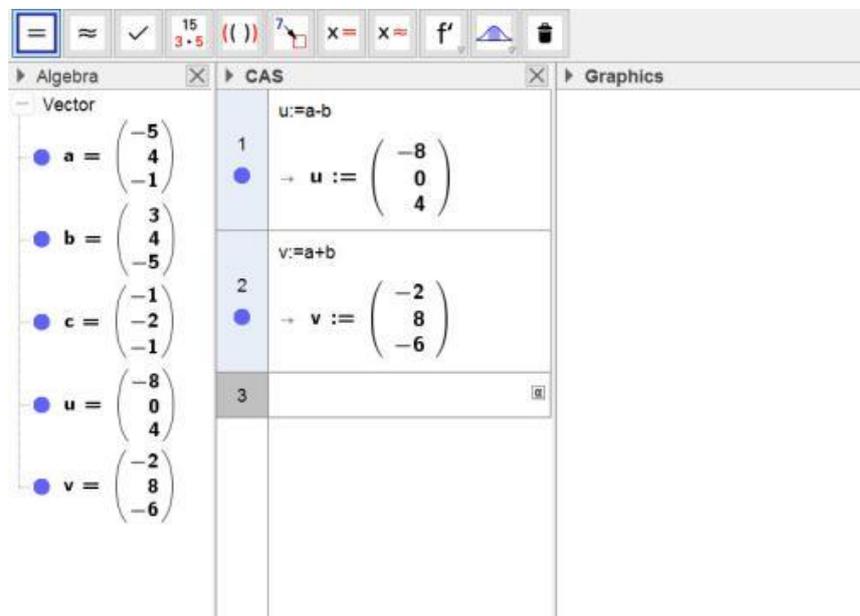
Langkah – langkah konstruksi :

1. Klik  dan area **Graphics View** sehingga terbuka window Button, ketikkan vektor – vektor \vec{a}, \vec{b} dan \vec{c} pada GeoGebra Script :
a : = Vector[(RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5])]
b : = Vector[(RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5])]
c : = Vector[(RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5], RandomBetween[-5, 5])]

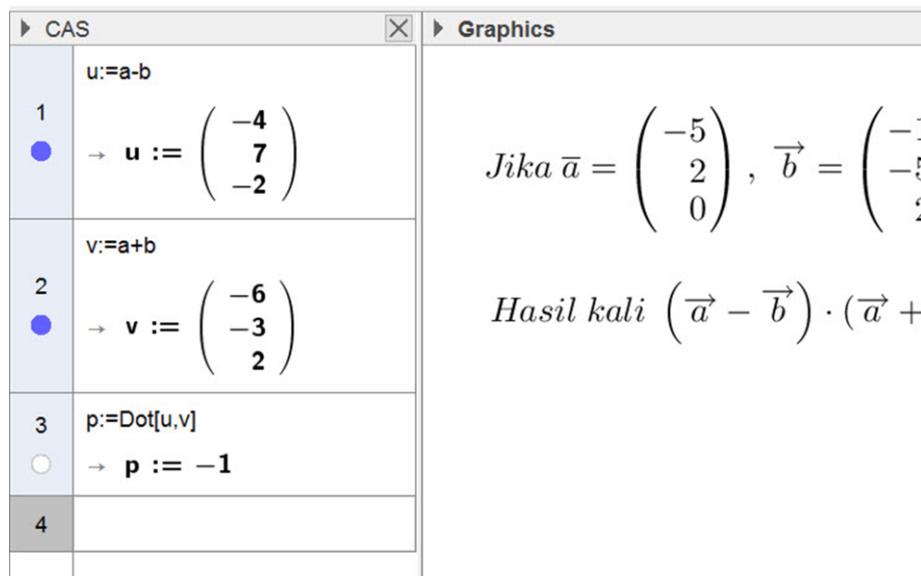


tutup window Button, kemudian klik tombol .

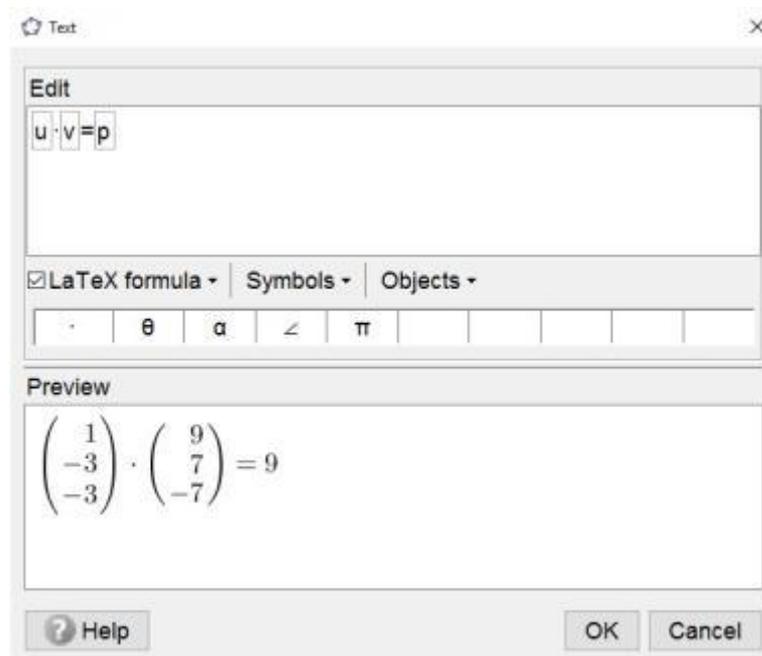
2. Pada **CAS View**, ketikkan $u := a - b$ dan $v := a + b$

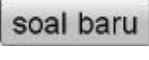


3. Klik  area **Graphics View** lalu pada editor text aktifkan LaTeX formula dan ketikkan :

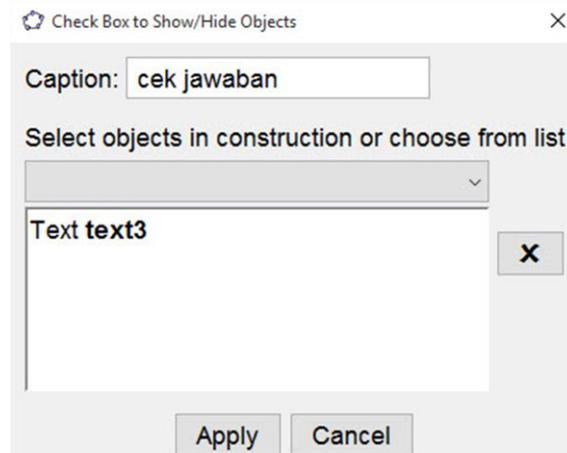


6. Klik  dan area **Graphics View** , pada editor text aktifkan LaTeX formula dan ketikkan : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{p}$

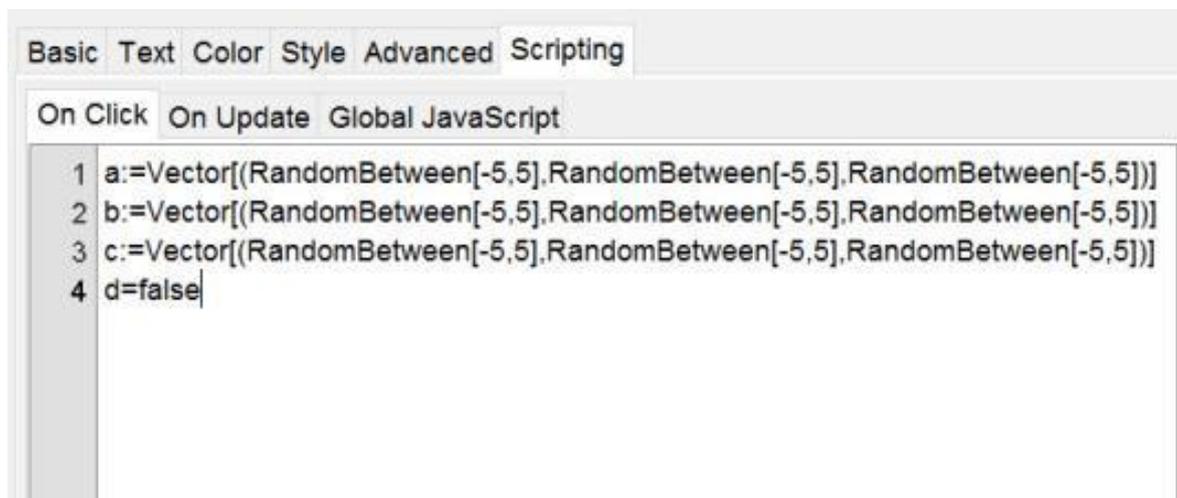


7. Klik  dan area **Graphics View**, maka terbuka window **Check Box to Show/Hide Objects**, ketikkan : cek jawaban pada **Caption**

dan pada **Select objects in construction or choose from list** pilih Text **text3**



8. Klik kanan pada tombol  pilih **Object Properties**, pada menu **Scripting - On Click** tambahkan perintah **d = false**



9. Tutup **Algebra View** dan **CAS View**,

activity6.ggb

File Edit View Options Tools Window Help

Jika $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$,

Hasil kali $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$ adalah

cek jawaban soal baru

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = 28$$

Aktivitas 7

Diketahui segitiga PQR dengan $P(0,1,4), Q(2,-3,2)$ dan $R(-1,0,2)$. Besar sudut $PRQ = \dots$

Jawab :

$$\text{Besar sudut } PRQ = \arccos \left(\frac{\overline{RP} \cdot \overline{RQ}}{|\overline{RP}| \cdot |\overline{RQ}|} \right)$$

1	RP:=Vector[(-1,0,2),(0,1,4)] → $\overline{RP} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
2	RQ:=Vector[(-1,0,2),(2,-3,2)] → $\overline{RQ} := \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$
3	Angle[RP,RQ] → $\frac{1}{2} \pi$

Kegiatan Pembelajaran 8

Aktivitas 8

Tentukan vektor yang merupakan proyeksi vektor $(3,1,1)$ pada vektor $(2,5,1)$!

Jawab :

Vektor proyeksi vektor \vec{u} pada vektor \vec{v} adalah $\frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$

```
1 u:=Vector[(3,1,1)];
2 v:=Vector[(2,5,1)];
w:=Dot[u,v] / sqrt(Dot[v,v])^2 v
3 → w :=  $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ 
```

Aktivitas 9

Diketahui vektor $\vec{a}=2t\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=-t\vec{i}+2\vec{j}-5\vec{k}$ dan $\vec{c}=3t\vec{i}+t\vec{j}+\vec{k}$. Jika vektor $(\vec{a}+\vec{b})$ tegak lurus \vec{c} , maka nilai $2t=...$

Jawab :

Masukkan vektor \vec{a}, \vec{b} dan \vec{c} pada cell 1, cell 2 dan cell 3 **CAS View**, vektor $(\vec{a}+\vec{b})$ tegak lurus \vec{c} maka $(\vec{a}+\vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$

1	$a := \text{Vector}[(2t, -1, 3)]$ $\rightarrow \mathbf{a} := \begin{pmatrix} 2t \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
2	$b := \text{Vector}[(-t, 2, -5)]$ $\rightarrow \mathbf{b} := \begin{pmatrix} -t \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$
3	$c := \text{Vector}[(3t, t, 1)]$ $\rightarrow \mathbf{c} := \begin{pmatrix} 3t \\ t \\ 1 \end{pmatrix}$
4	$\text{Dot}[(a+b), c] = 0$ $\rightarrow 3t^2 + t - 2 = 0$

Untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, kita gunakan perintah `Solve[<Equation>, <Variable>]`, selanjutnya nilai-nilai yang diperoleh kita substitusikan ke $2 \cdot t$

5	<code>Solve[\$4, t]</code> $\rightarrow \left\{ t = -1, t = \frac{2}{3} \right\}$
6	<code>Substitute[2t, {Element[\$5, 1]}]</code> $\rightarrow -2$
7	<code>Substitute[2t, {Element[\$5, 2]}]</code> $\rightarrow \frac{4}{3}$

Kegiatan Pembelajaran 8

Aktivitas 10

Diketahui vektor – vektor $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=x\vec{i}+z\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=5\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ dan $\vec{d}=2\vec{i}+z\vec{j}+x\vec{k}$. Jika vektor \vec{a} tegak lurus terhadap vektor \vec{b} dan vektor \vec{c} tegak lurus vektor \vec{d} , maka $\vec{a}-\vec{b}=\dots$

Jawab :

Masukkan vektor \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} dan \vec{d}

1	<code>a:=Vector[(2,-4,3)];</code>
2	<code>b:=Vector[(x,z,4)];</code>
3	<code>c:=Vector[(5,-3,2)];</code>
4	<code>d:=Vector[(2,z,x)];</code>

Vektor \vec{a} tegak lurus dengan vektor \vec{b}

5	<code>Dot[a,b]=0</code>
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x - 4z + 12 = 0$

Vektor \vec{c} tegak lurus dengan vektor \vec{d}

6	<code>Dot[c,d]=0</code>
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x - 3z + 10 = 0$

Menentukan nilai x dan z pada persamaan \$5 dan \$6

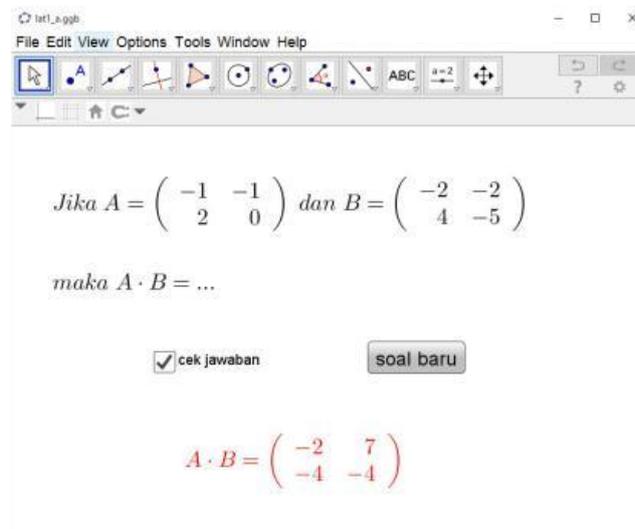
7	<code>Solve[{\$5, \$6},{x, z}]</code>
<input type="radio"/>	$\rightarrow \{\{x = -2, z = 2\}\}$

Substitusikan nilai x dan z pada vektor \vec{a} dan \vec{b} , kemudian hitung $\vec{a} - \vec{b}$

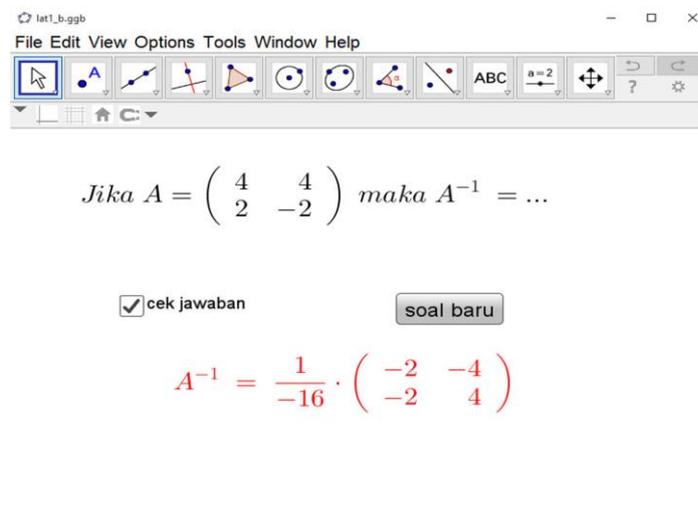
8 Substitute[a,\$7] - Substitute[b,\$7]
 → **(4, -6, -1)**

E. Latihan/Tugas

1. Buatlah simulasi pertanyaan tentang matriks yang dapat merandom soal, seperti gambar di bawah ini
 - a. Hasil perkalian dua buah matriks berordo 2×2



- a. Invers dari matriks yang berordo 2×2



Kegiatan Pembelajaran 8

2. Buatlah sebuah soal dinamis yang dapat memberikan umpan balik benar atau salah, seperti berikut!

Petunjuk : Gunakan **Graphics View** untuk menampilkan soal dan **Spreadsheet View** untuk memasukkan jawaban, pada tampilan soal

The screenshot shows a software interface with two panes. The left pane, titled 'Graphics', contains the text 'Tentukan matriks X yang memenuhi' followed by the matrix equation
$$\begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -22 & 40 \\ 66 & 48 \end{pmatrix}$$
 and a 'periksa' button. Below the equation is the instruction 'Ketikkan jawaban pada cell berwarna abu – abu'. The right pane, titled 'Spreadsheet', shows a grid with columns A and B. The first two rows have the value '0' in both columns, while the rest are empty.

Setelah memasukkan jawaban, klik tombol periksa, jika benar maka akan tampil respon "Jawaban Anda Benar!".

The screenshot shows the same software interface. The 'Graphics' pane now displays the text 'Tentukan matriks X yang memenuhi' followed by the matrix equation
$$\begin{pmatrix} 8 & -8 \\ 2 & -8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -40 & 0 \\ -34 & -6 \end{pmatrix}$$
 and a 'soal baru' button. Below the equation is a blue-bordered box containing the text 'Jawaban Anda Benar!'. The 'Spreadsheet' pane shows a grid with columns A, B, and C. The first two rows have values: row 1 has '-1' in A and '1' in B; row 2 has '4' in A and '1' in B. The rest of the grid is empty.

Jika jawaban salah, maka akan tampil jawaban matriks yang benar

Tentukan matriks X yang memenuhi

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 21 & -31 \\ -3 & -92 \end{pmatrix}$$

soal baru

Jawaban yang benar $X = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}$

	A	B
1	1	5
2	6	3
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

- Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, maka tentukan transpose dari A^{-1} .
- Diketahui $A = \begin{pmatrix} -1 & 50 \\ -2 & 105 \end{pmatrix}$, hitung nilai determinan matriks A^3 .
- Jika $\begin{pmatrix} \tan x & 1 \\ 1 & \tan x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 x \\ \sin x \cdot \cos x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ di mana $b = 2a$, untuk $0 \leq x \leq \pi$, tentukan nilai x memenuhi!
- Diberikan dua matriks A dan B sebagai berikut. $A = \begin{pmatrix} 5 & k \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$,
 $B = \begin{pmatrix} 9 & m \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.
 Jika $A \cdot B = B \cdot A$, hitung nilai $\frac{k}{m}$.
- Tentukan hasil kali semua nilai x sehingga matriks $\begin{pmatrix} x^2 + 2x & x - 10 \\ x + 2 & x - 6 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers.
- Diketahui matriks - matriks sebagai berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Serta B^T dan C^{-1} berturut - turut menyatakan transpose matriks B dan invers matriks C . Jika $\det(A \cdot B^T) = k \cdot \det(C^{-1})$, dengan $\det(A)$ menyatakan determinan matriks A . Tentukan nilai k !

9. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Tentukan vektor \vec{c} yang

panjangnya 5 dan tegak lurus vektor \vec{a} dan \vec{b} !

10. Garis g melalui $A(2, 4, -2)$ dan $B(4, 1, -1)$, sedangkan garis h melalui $C(7, 0, 2)$ dan $D(8, 2, -1)$. Tentukan besar sudut antara g dan h !

11. Buat sebuah soal latihan dinamis dengan umpan balik benar atau salah.

Petunjuk : Gunakan **Graphics View** untuk menampilkan soal, dan 2

The screenshot shows a software interface with a 'Graphics' window and a 'Spreadsheet' window. The 'Graphics' window contains the following text:

masukkan jawaban di cell abu-abu pada spreadsheet

Diberikan vektor - vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$

periksa

The 'Spreadsheet' window shows a table with columns A and B. Row 2 contains the text 'Jawab : 0' in cell A2, and the cell B2 is highlighted in grey, indicating it is the input field for the answer.

	A	B
1		
2	Jawab : 0	
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

Jika jawaban yang diberikan benar maka tampil text "Jawaban Anda Benar!" dan bilangan yang diinputkan berubah warnanya menjadi biru.

Diberikan vektor – vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$

Jawaban Anda Benar!

soal baru

	A	B
1		
2	Jawab :	4
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

Jika jawaban yang diberikan salah maka tampil text “Jawaban seharusnya $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$ dan bilangan yang diinputkan berubah warnanya menjadi merah

Diberikan vektor – vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$
 dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$

Jawaban seharusnya $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$

soal baru

	A	B
1		
2	Jawab :	5
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

12. Buatlah soal latihan dinamis untuk hasil kali silang dua buah vektor
 Petunjuk : Gunakan **Graphics View** untuk menampilkan soal dan 2 tombol yang diperlukan, **Spreadsheet View** untuk memasukkan jawaban dan **3D Graphics View** untuk visualisasi hasil kali silang dua buah vektor.

Kegiatan Pembelajaran 8

Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Hasil dari $\vec{u} \times \vec{v} = \dots$

periksa

The screenshot shows a software interface with three main panels. On the left, a text area contains the vector problem. In the center, a spreadsheet window shows the input 'Jawab' in row 1, and the values '0', '0', '0' in rows 2, 3, and 4 respectively. On the right, a 3D graphics window displays a 3D coordinate system with a cube, showing the vectors \vec{u} and \vec{v} and their cross product \vec{w} as arrows originating from the origin.

umpan balik untuk jawaban benar dinyatakan dengan text “Jawaban Anda Benar!” dan warna biru dari input jawaban.

Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Hasil dari $\vec{u} \times \vec{v} = \dots$

Jawaban Anda Benar!

The screenshot shows a software interface with a text area on the left containing the vector problem. To the right, a spreadsheet window shows the input 'Jawab' in row 1, and the values '4', '4', '0' in rows 2, 3, and 4 respectively. The text 'Jawaban Anda Benar!' is displayed in a blue-bordered box below the spreadsheet.

Sedangkan untuk jawaban salah , selain teks “Jawaban Salah” juga warna merah untuk input jawaban.

Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Hasil dari $\vec{u} \times \vec{v} = \dots$

Jawaban Salah, seharusnya $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$

The screenshot shows a software interface with a text area on the left containing the vector problem. To the right, a spreadsheet window shows the input 'Jawab' in row 1, and the values '0', '0', '0' in rows 2, 3, and 4 respectively. The text 'Jawaban Salah, seharusnya $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ ' is displayed in a red-bordered box below the spreadsheet.

13. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} k-3 \\ k^3 \\ k^2 \end{pmatrix}$ tegak lurus pada vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Hitung nilai k !

14. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tentukan vektor \vec{w} yang

panjangnya 1, tegak lurus pada \vec{u} dan tegak lurus pada \vec{v} .

15. Diketahui titik - titik $P(2, -3, 0)$, $Q(3, -1, 2)$ dan $R(4, -2, -1)$.

Tentukan panjang proyeksi vektor \overline{PQ} pada vektor \overline{PR} !

F. Rangkuman

Kemampuan geogebra dalam menangani perhitungan simbolik pada topik matriks dan vektor cukup memadai, operasi rutin pada matriks seperti penjumlahan, pengurangan, transpose matriks, perkalian, invers matriks, menghitung nilai determinan matriks dapat dilakukan pada CAS View, begitu pula penjumlahan, pengurangan, perkalian vektor (hasil kali titik atau hasil kali silang). Kita dapat mengkombinasikan penggunaan Algebra View, CAS View, Graphics View, 3D Graphics View dan Spreadsheet View untuk membuat lembar kerja interaktif dengan geogebra.

G. Umpan Balik

Perintah - perintah CAS yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah matriks dan vektor dapat Anda pelajari pada uraian materi, untuk memahami dan meningkatkan kemampuan menggunakan perintah CAS tersebut, lakukan aktivitas pembelajaran secara tuntas. Kemudian Anda bisa mencoba soal-soal latihan yang ada pada modul ini, semua soal harus diselesaikan dengan menggunakan perintah CAS agar Anda dapat memahami semua perintah yang ada pada CAS View dengan baik. Jika ada kesulitan

Kegiatan Pembelajaran 8

dalam menyelesaikan latihan, sebaiknya Anda mengulang aktivitas pembelajaran yang sejenis dengan soal yang belum dapat Anda selesaikan.

Setelah semua soal latihan dapat dikerjakan dengan baik, Anda diharapkan dapat mengembangkan lebih lanjut untuk membuat media pembelajaran interaktif (simulasi - animasi) untuk topik matriks - vektor dengan mengkombinasikan CAS view, Graphics view dan 3D Graphics view.

H. Kunci Jawaban

No	Jawaban	No	Jawaban
1	Praktek membuat simulasi	9	$\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{-5\sqrt{3}}{3} \\ \frac{-5\sqrt{3}}{3} \\ \frac{-5\sqrt{3}}{3} \end{pmatrix}$ atau $\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{5\sqrt{3}}{3} \\ \frac{5\sqrt{3}}{3} \\ \frac{5\sqrt{3}}{3} \end{pmatrix}$
2	Praktek membuat simulasi	10	Sudut antara g dan $h = 60^\circ$
3	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	11	Praktek membuat simulasi
4	-125	12	Praktek membuat simulasi
5	$\left\{ \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \right\}$	13	$k_1 = -1, k_2 = 1$ dan $k_3 = 3$
6	$\frac{3}{4}$	14	$\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ atau $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

7	$x_1 = -2, x_2 = 2$ dan $x_3 = 5$	15	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
8	$k = 8$		

Kegiatan Pembelajaran 9

Trigonometri, Statistika Dan Kalkulus

A. Tujuan

Tujuan pembelajaran dari Kegiatan Belajar IX ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Mengenali tool-tool dan perintah-perintah (command) pada GeoGebra terkait Trigonometri, Statistika dan Kalkulus
2. Menggunakan tool-tool dan perintah-perintah (command) pada GeoGebra terkait Trigonometri, Statistika dan Kalkulus

Mengembangkan media pembelajaran dengan berbantuan tool-tool dan perintah-perintah (command) pada **Algebra View**, **CAS View**, **Graphics View**, **Spreadsheet View** dan **3D Graphics View**.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

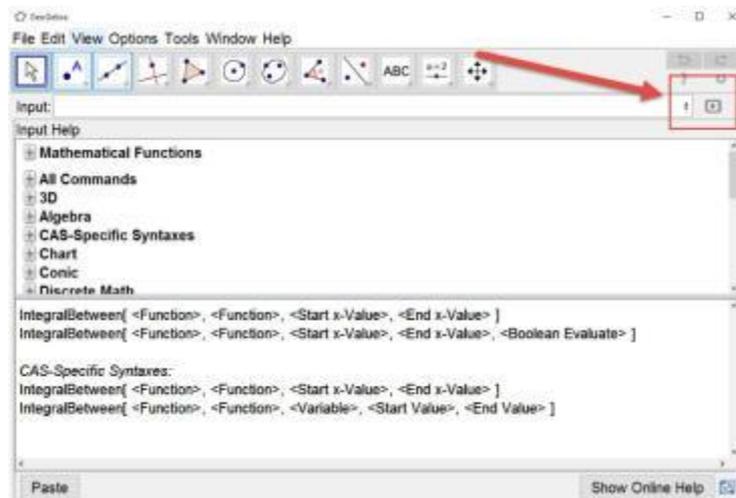
Indikator pencapaian kompetensi dari kegiatan belajar ini adalah pembaca/peserta diklat mampu:

1. Menerangkan perintah-perintah (command) pada GeoGebra terkait Trigonometri, Statistika dan Kalkulus.
2. Menerapkan penggunaan tool-tool dan perintah-perintah (command) pada GeoGebra terkait Trigonometri, Statistika dan Kalkulus.
3. Membuat media pembelajaran dengan berbantuan tool-tool dan perintah-perintah (command) pada **Algebra View**, **CAS View**, **Graphics View**, **Spreadsheet View** dan **3D Graphics View**.

C. Uraian Materi

Pada kegiatan belajar IX, kita akan menggunakan geogebra untuk mengeksplorasi beberapa topik dalam matematika, yaitu trigonometri, statistika dan kalkulus, yang bagi sebagian besar murid SMA merupakan

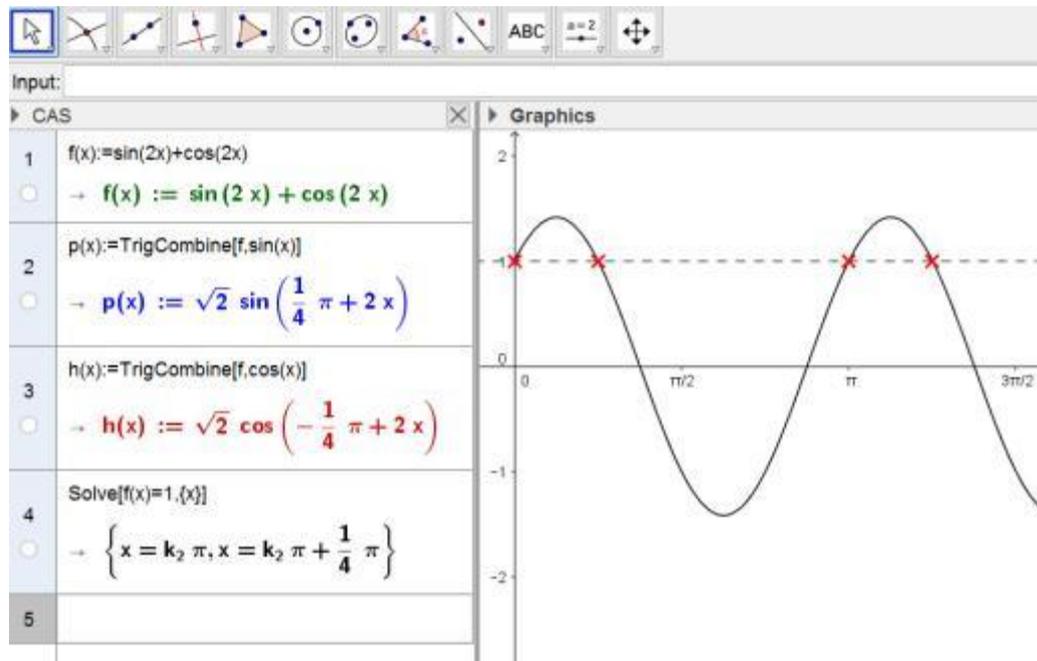
topik-topik yang cukup berat. Kekuatan geogebra sebagai tool atau alat bantu untuk mengeksplorasi konsep-konsep matematika akan terlihat pada kegiatan belajar ini. Seperti memanipulasi bentuk trigonometri, menyelesaikan persamaan trigonometri, menggambar grafik trigonometri, membuat simulasi dan animasi konsep trigonometri, serta banyak hal lainnya dalam topik statistika dan kalkulus. Dalam kegiatan belajar ini kita akan banyak menggunakan perintah – perintah geogebra yang tidak tercakup pada tombol-tombol yang ada, untuk itu Anda disarankan untuk mempelajari sebagian perintah – perintah geogebra yang ada pada **input help** seperti pada gambar di bawah ini.



a. Trigonometri

Secara umum perintah geogebra yang sering digunakan untuk menangani topik trigonometri adalah **TrigCombine[<Expression>]**, **TrigExpand[<Expression>]**, **TrigSimplify[<Expression>]**, **Substitute[<Expression>, <Substitution List>]** dan **Solve[<Equation>, <Variable>]**

Gambar berikut memperlihatkan contoh penggunaan CAS View dan Graphics View pada topik trigonometri.



b. Statistika

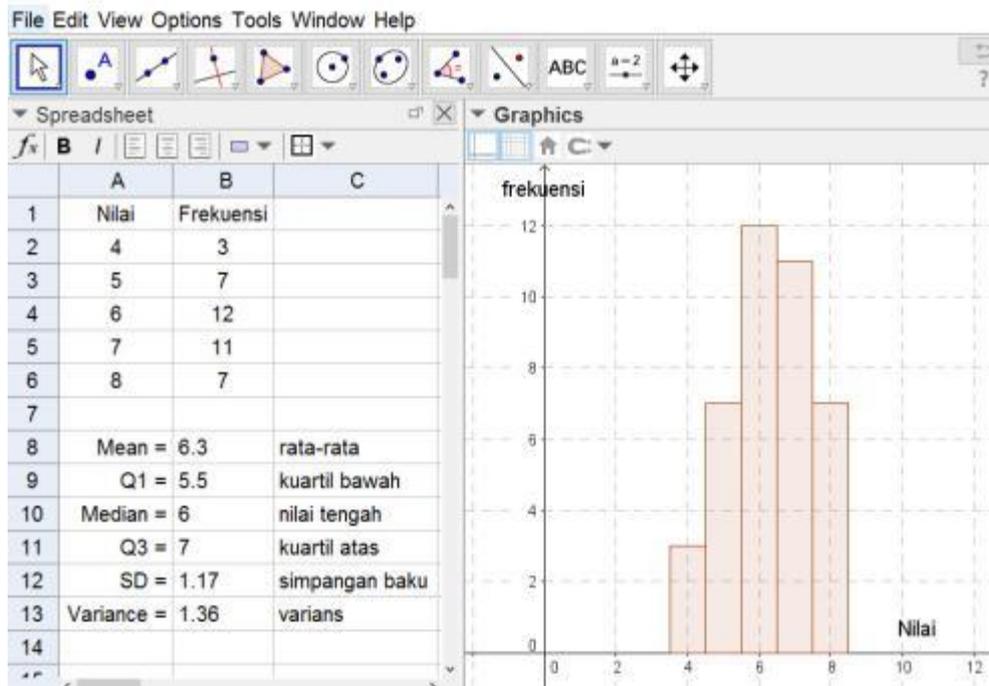
Untuk topik statistika SMP dan SMA perintah – perintah geogebra yang sering digunakan adalah **Mean[<List of Raw Data>], Q1[<List of Raw Data>], Median[<List of Raw Data>], Q3[<List of Raw Data>], Mode[<List of Numbers>], SD[<List of Raw Data>], Variance[<List of Raw Data>], BarChart[<List of Data>, <List of Frequencies>] dan Histogram[<List of Class Boundaries>, <List of Heights>]**

Contoh penggunaan perintah statistik sesuai dengan data pada table

Nilai	4	5	6	7	8
Frekuensi	3	7	12	11	7

Data nilai diketikkan pada kolom A2:A6 dan frekuensi pada kolom B2:B6

Kegiatan Pembelajaran 9



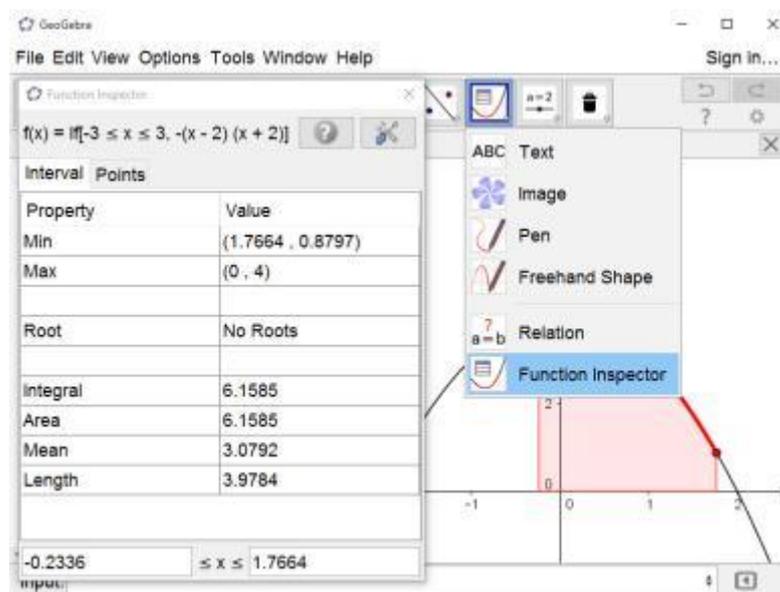
c. Kalkulus

Pada topik kalkulus, geogebra menyediakan tool – tool dan perintah yang sangat powerful, hampir semua perhitungan simbolik dapat ditangani oleh geogebra **CAS** nya, visualisasi grafik oleh **Graphics View**, bahkan simulasi benda putar dapat dilakukan oleh **Graphics View** dan **3D graphics View**, berikut ini adalah beberapa contoh perhitungan simbolik dengan geogebra **CAS**.

Limit $[(1-\cos(x))/(x \tan(2x)),x,0]$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \tan 2x}$
Limit $[(1-x)/(2-\sqrt{x+3}),x,1]$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \tan 2x}$
Limit $[\sqrt{25x^2-9x-16}-5x+3,x,\text{infinity}]$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \tan 2x}$

Derivative[x^2*sin(x),x]	$\frac{d}{dx}(x^2 \cdot \sin x)$
Derivative[x^3-2 x,x,2]	$\frac{d}{dx^2}(x^3 - 2x)$
Integral[x^2+5x,x]	$\int x^2 + 5x dx$
Integral[x*sin(x),x,0, π /2]	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$

Salah satu tool menarik yang disediakan oleh geogebra untuk eksplorasi topik kalkulus adalah **function Inspector**

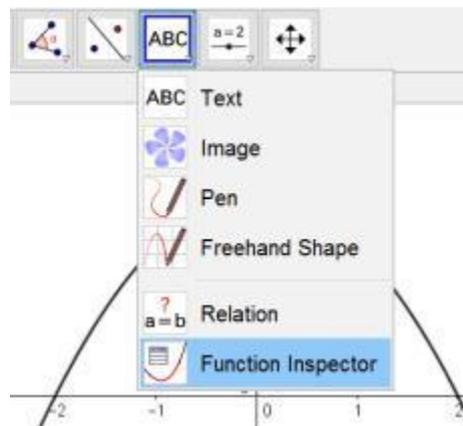


Berikut ini contoh penggunaan **function inspector**,
 Pertama, aktifkan **Algebra View**, **Graphics View** dan **Spreadsheet View**
 pada **input bar** ketikkan fungsi dan interval domainnya.

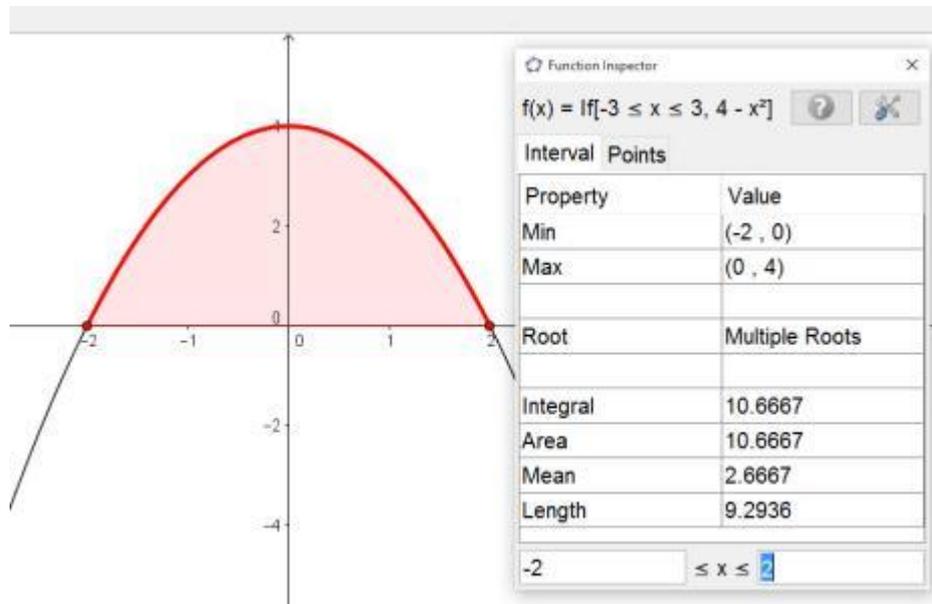
Kegiatan Pembelajaran 9

Input : Function[4 - x ² , -3, 3]	Ketikkan fungsi $f(x) = 4 - x^2, -3 \leq x \leq 3$,
---	--

klik  pilih **Function Inspector** kemudian klik pada kurva f(x)



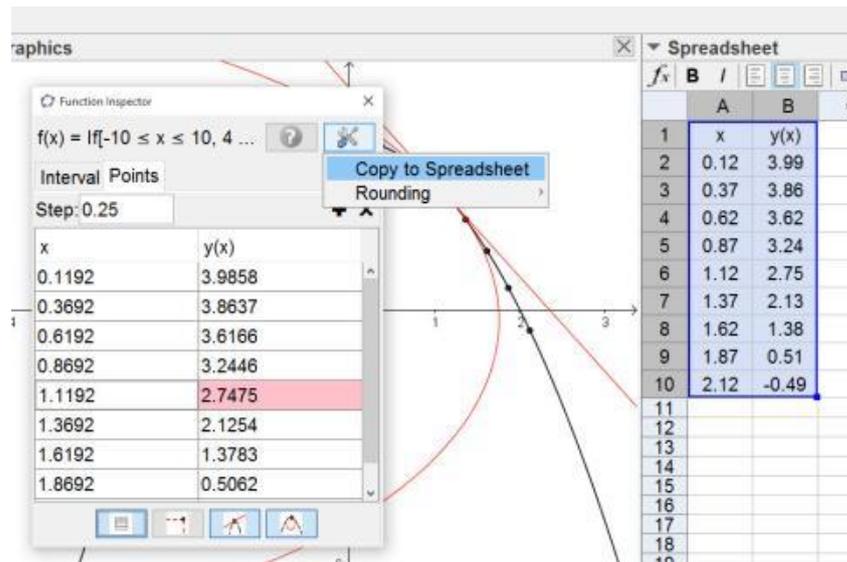
Sehingga tampil window **Function Inspector**, berikut



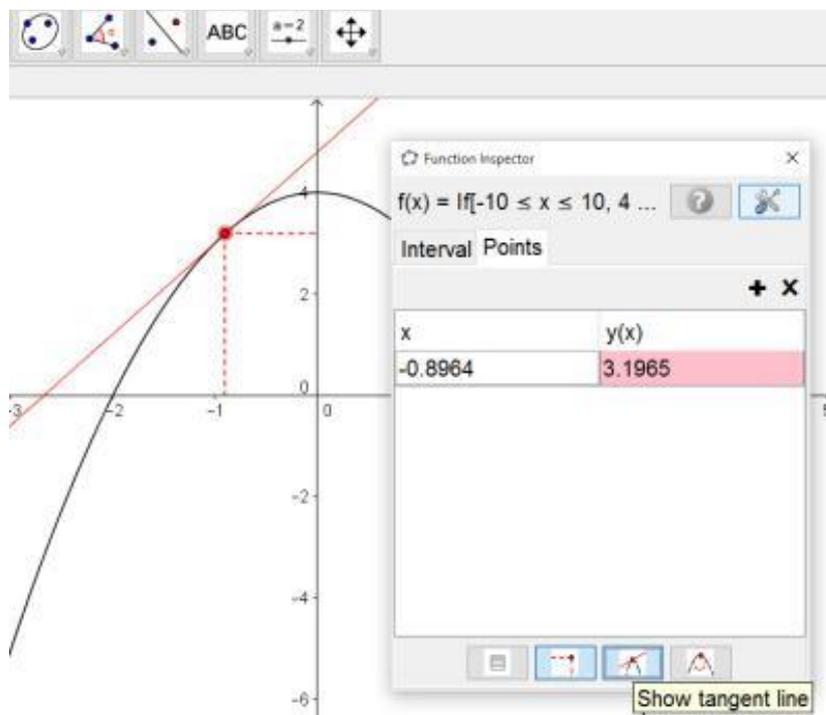
Pada menu **Interval**, kita peroleh data-data tentang nilai minimum, nilai maksimum, akar, nilai Integral tentu pada interval yang diketahui, luas daerah di bawah kurva, mean dan panjang kurva.

Sedangkan pada menu **Point**, terdapat beberapa tool yang menarik yaitu **Show table of points**, **show x, y position lines**, **show tangent line** (garis singgung) dan **show osculating circle**.

Pada gambar berikut, diperlihatkan bahwa data pada **Show table of points** dapat dicopy ke **Spreadsheet**.



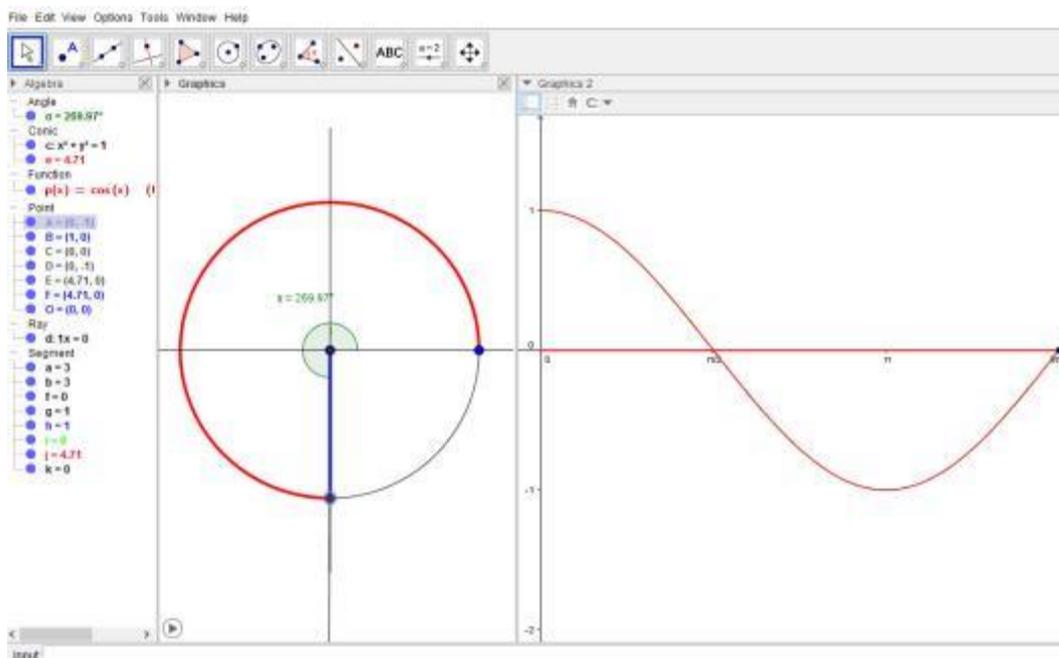
Show tangent line, menampilkan garis singgung kurva di suatu titik



D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas 1 (Lingkaran Satuan dan Fungsi $f(x) = \cos(x)$)

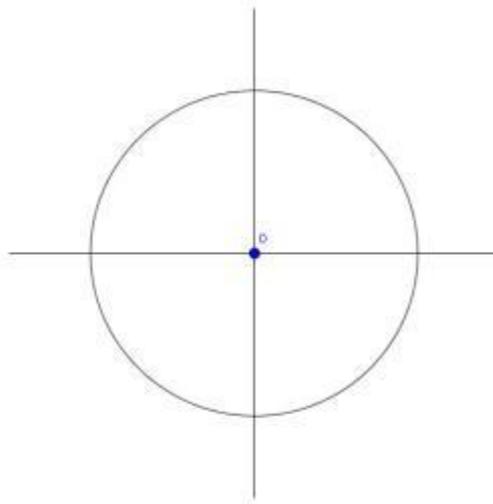
Untuk membuat visualisasi fungsi trigonometri tanpa bantuan teknologi merupakan hal yang cukup merepotkan, namun dengan adanya geogebra hal ini menjadi mudah. Pada kegiatan ini kita akan membuat animasi interaktif untuk memvisualkan lingkaran satuan yang menunjukkan perbandingan trigonometri dan hubungannya dengan fungsi cosinus



No	Input	Keterangan
1	Circle[(0, 0), 1]	Lingkaran dengan titik pusat (0, 0) dan berjari-jari = 1
2	Segment[(-1.5,0), (1.5,0)]	membuat ruas garis
3	Segment[(0, -1.5), (0, 1.5)]	membuat ruas garis

4	$O = (0, 0)$	titik $O(0,0)$
---	--------------	----------------

Sampai dengan langkah ke - 4, dengan menon-aktifkan sumbu koordinat, maka kita peroleh gambar berikut

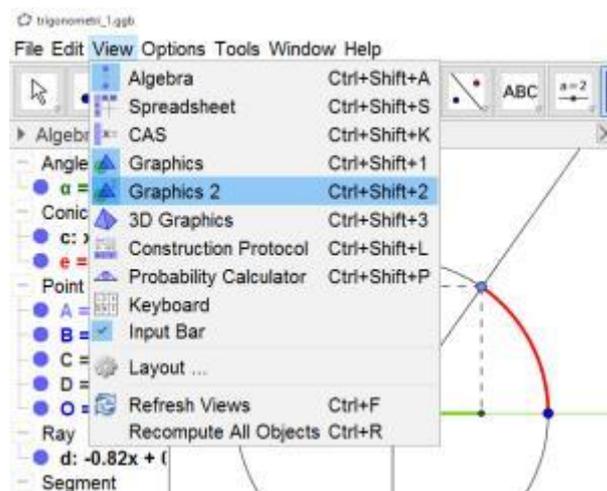


No	Input	Keterangan
5		klik pada lintasan lingkaran untuk membuat titik A
6	$B = (1, 0)$	titik $B(1, 0)$
7	Ray[O, A]	Sinar dengan titik awal O melalui titik A
8	CircularArc[O, B, A]	busur AB
9	-	ubah warna dan ketebalan busur AB
10	$C = (x(A), 0)$	Titik C dengan absis = absis titik A
11	$D = (0, y(A))$	Titik D dengan ordinat = ordinati titik A
12	Segment[A, D]	ruas garis AD
13	Segment[A, C]	ruas garis AC

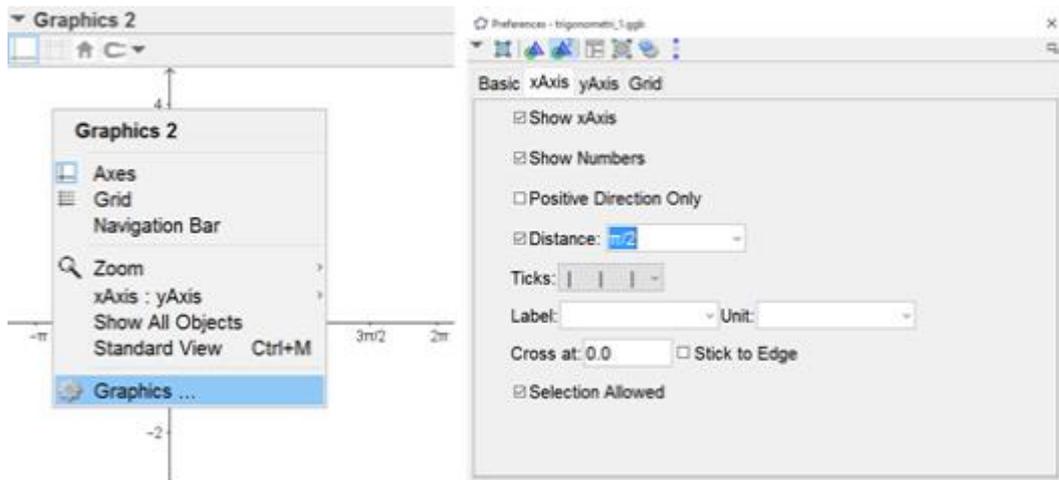
Kegiatan Pembelajaran 9

14	-	ubah style Segment AD dan AC menjadi garis putus-putus
15	Segment[O, C]	ruas garis OC
16	Segment[O, D]	ruas garis OD
		ubah ketebalan dan warna segment OC dan OD
17		buat sudut BOA, klik titik B, titik O dan titik A

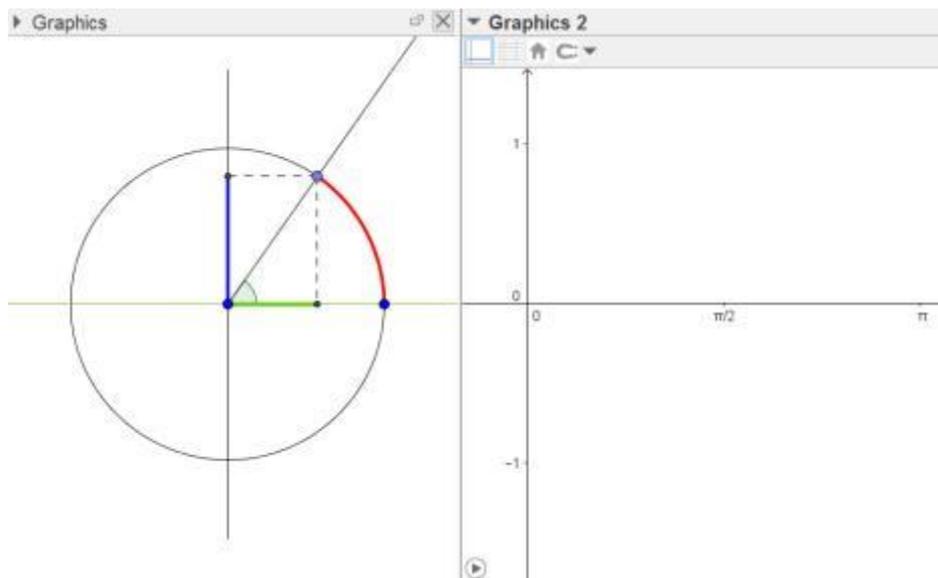
Persiapan untuk langkah selanjutnya, dari menu **View** pilih **Graphics 2** sehingga window **Graphics 2** terbuka



pada **Graphics 2**, klik kanan pilih **Graphics** kemudian pada window **Preferences** aktifkan Distance



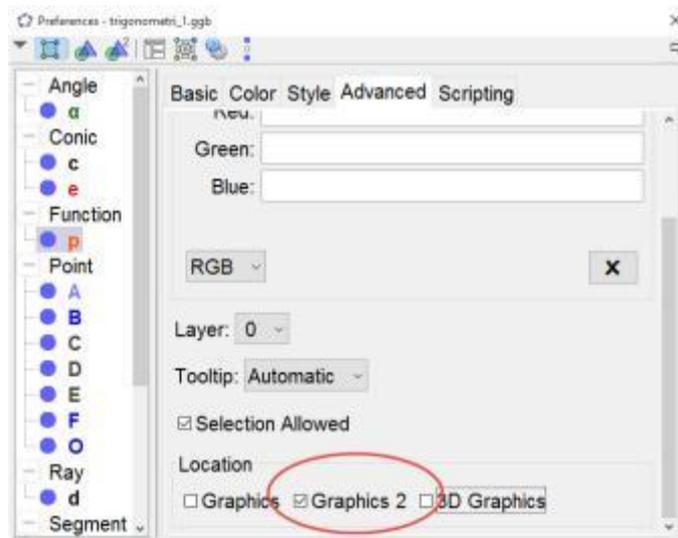
Sehingga kita peroleh tampilan Graphics dan Graphics 2 seperti gambar di bawah ini



No	Input	Keterangan
18	$E = (e, 0)$	Titik $E (e, 0)$
19	$\text{Segment}[(0,0), e]$	Membuat ruas garis
20		atur ketebalan dan warna segment j sesuai dengan busur e

Kegiatan Pembelajaran 9

21	$F = (x(E), x(C))$	Titik F
22	Function[cos(x),0,x(E)]	Fungsi cos(x) dengan domain dari 0 sampai dengan x(E)



Aktivitas 2

Sederhanakan $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}$, petunjuk : gunakan Geogebra CAS

Langkah 1 : ketikkan bentuk trigonometrinya, kemudian dengan kombinasi perintah TrigExpand dan TrigSimplify kita sederhanakan bentuk pembilangnya

1	$p := (\sin(\pi/3 - \alpha) + \sin(\pi/3 + \alpha)) / (\cos(\pi/6 - \alpha) + \cos(\pi/6 + \alpha));$
2	$p1a := \text{Numerator}(p)$ $\rightarrow p1a := \sin\left(\alpha + \frac{1}{3}\pi\right) + \sin\left(-\alpha + \frac{1}{3}\pi\right)$
3	$p1b := \text{TrigExpand}[p1a]$ $\rightarrow p1b := \frac{\sin(\alpha)}{2} + \cos(\alpha) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sin(\alpha)}{2} + \cos(\alpha) \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	$p1c := \text{TrigSimplify}[p1b]$ $\rightarrow p1c := \sqrt{3} \cos(\alpha)$

Langkah 2 : sederhanakan bentuk penyebutnya seperti pada langkah 1

5	$p2a := \text{Denominator}[p]$ $\rightarrow p2a := \cos\left(\alpha + \frac{1}{6}\pi\right) + \cos\left(-\alpha + \frac{1}{6}\pi\right)$
6	$p2b := \text{TrigExpand}[p2a]$ $\rightarrow p2b := \cos(\alpha) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sin(\alpha)}{2} + \cos(\alpha) \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sin(\alpha)}{2}$
7	$p2c := \text{TrigSimplify}[p2b]$ $\rightarrow p2c := \sqrt{3} \cos(\alpha)$
8	$p3 := p1c/p2c$ $\rightarrow p3 := 1$

Aktivitas 3

Himpunan penyelesaian persamaan $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0$ untuk $0 < x < 2\pi$ adalah ...

Langkah – langkah penyelesaian :

Gunakan perintah `Solve[<Equation>, <Variable>]` untuk memperoleh penyelesaian

Kegiatan Pembelajaran 9

```
1 f(x):=2cos(x)^2-3cos(x)+1
  → f(x) := 2 cos2(x) - 3 cos(x) + 1
2 sol:=Solve[f(x)=0,x]
  → sol := { x = 2 k1 π, x = 2 k2 π -  $\frac{1}{3}$  π, x = 2 k2 π +  $\frac{1}{3}$  π }
```

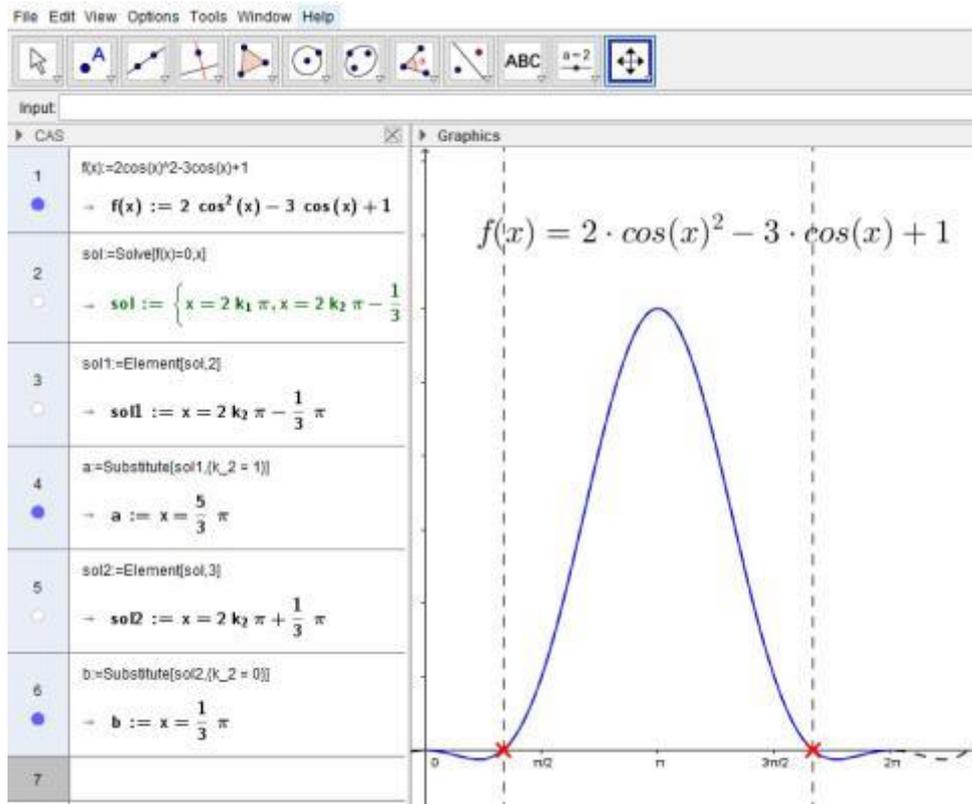
dan perintah `Substitute[<Expression>, <Substitution List>]` untuk nilai x_1

```
3 sol1:=Element[sol,2]
  → sol1 := x = 2 k2 π -  $\frac{1}{3}$  π
4 a:=Substitute[sol1,{k_2 = 1}]
  → a := x =  $\frac{5}{3}$  π
```

juga nilai x_2

```
5 sol2:=Element[sol,3]
  → sol2 := x = 2 k2 π +  $\frac{1}{3}$  π
6 b:=Substitute[sol2,{k_2 = 0}]
  → b := x =  $\frac{1}{3}$  π
```

dengan mengaktifkan \$1, \$4 dan \$6 maka Anda peroleh grafik berikut pada **Graphics View**



Aktivitas 4

Kepala Sekolah SMA Negeri 1 Bakara – Baktiraja ingin mengevaluasi hasil belajar siswa dan meminta guru untuk memberikan laporan evaluasi hasil belajar siswa. Data hasil penelitian yang dilakukan guru matematika terhadap 64 siswa/siswi kelas XI dinyatakan sebagai berikut.

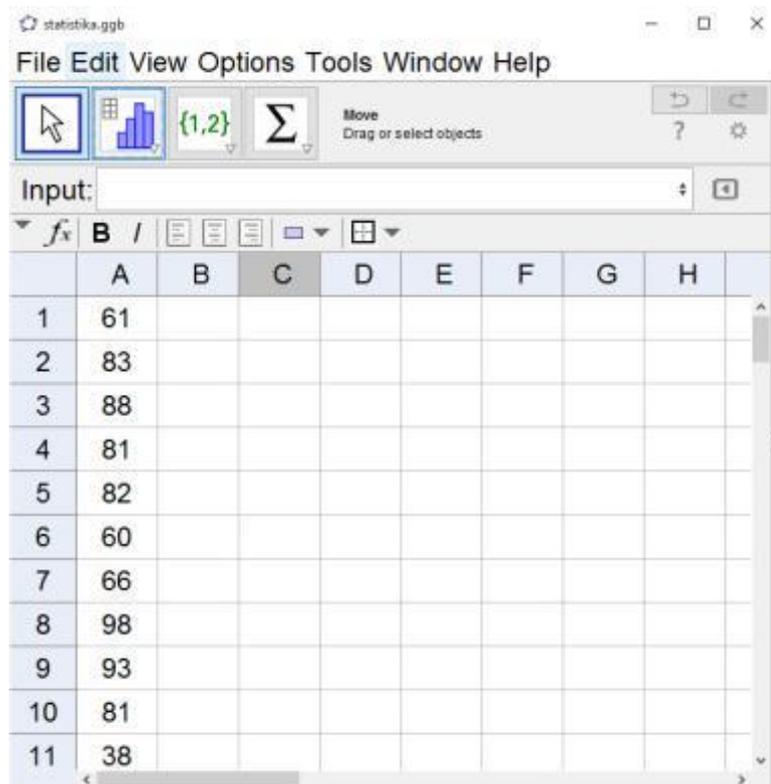
6	8	8	8	8	6	6	9	9	8	3	9	9	8	7	8	7	7	7	4
1	3	8	1	2	0	6	8	3	1	8	0	2	5	6	8	8	4	0	8
8	6	7	4	8	7	8	7	6	9	6	8	8	8	8	7	8	8	8	8
0	3	6	9	4	9	0	0	8	2	1	3	8	1	2	2	3	7	1	2
8	9	5	6	6	7	8	7	9	9	4	9	9	8	7	7	8	7	9	9
1	1	6	5	3	4	9	3	0	7	8	0	2	5	6	4	8	5	0	7
7	8	7	8	8	5	7	7	8	7	9	7	9	6	8	8	6	7	4	8
5	3	9	6	0	1	1	2	2	0	3	2	1	7	8	0	3	6	9	4

Kegiatan Pembelajaran 9

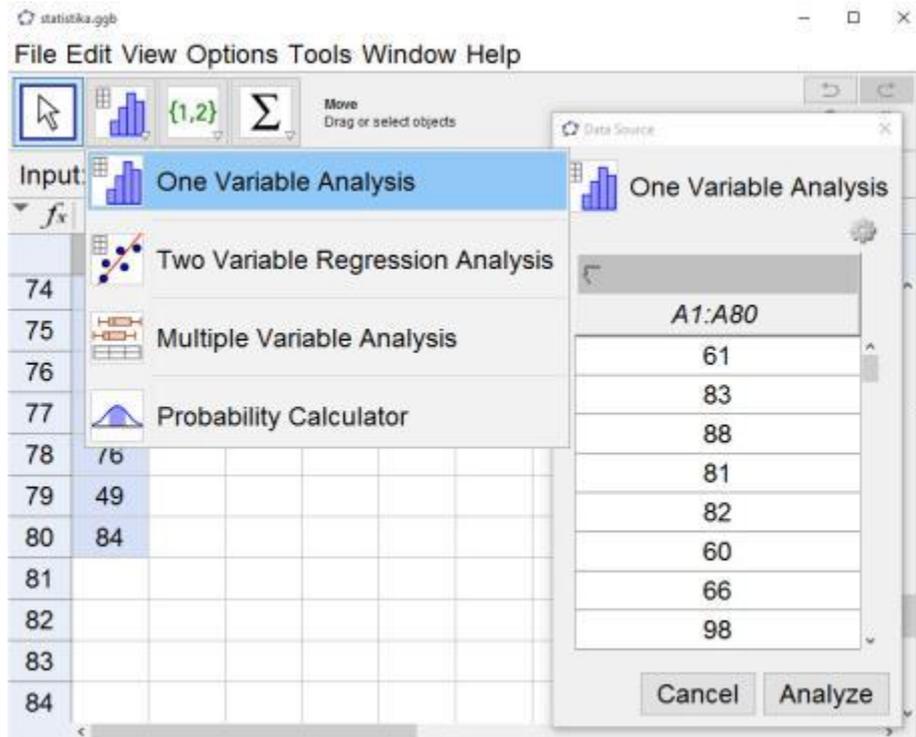
Guru berencana menyederhanakan data tunggal tersebut menjadi bentuk data berinterval dan membuat statistiknya, hal ini dilakukan untuk mengefisienkan laporan evaluasi hasil belajar siswa. Bantulah guru tersebut untuk menyusun laporannya!

Langkah - langkah :

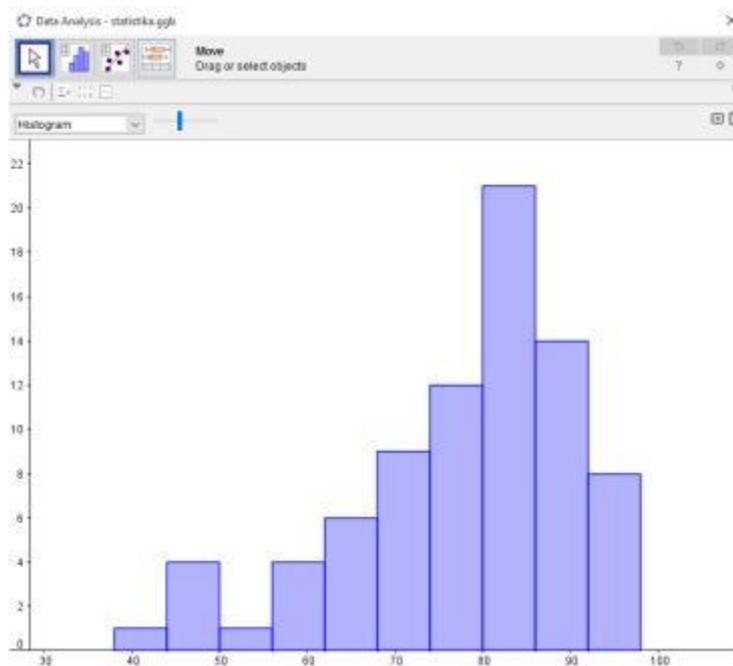
1. Masukkan semua data (80) pada kolom A1:A80



2. Seleksi cell A1: A80, kemudian klik  pilih One Variable Analysis

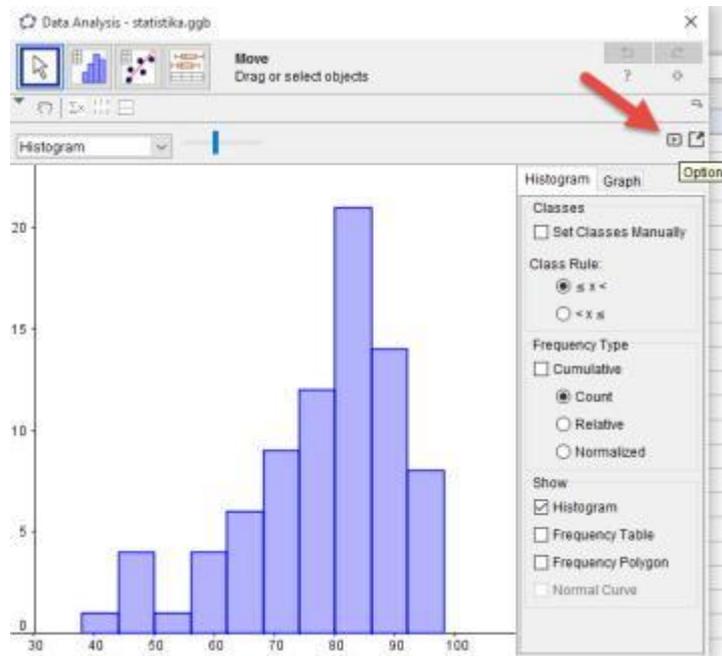


3. Pada window **One Variable Analysis** klik **Analyze**, sehingga terbuka window **Data Analysis** berikut, yang menampilkan **Histogram** dari data.

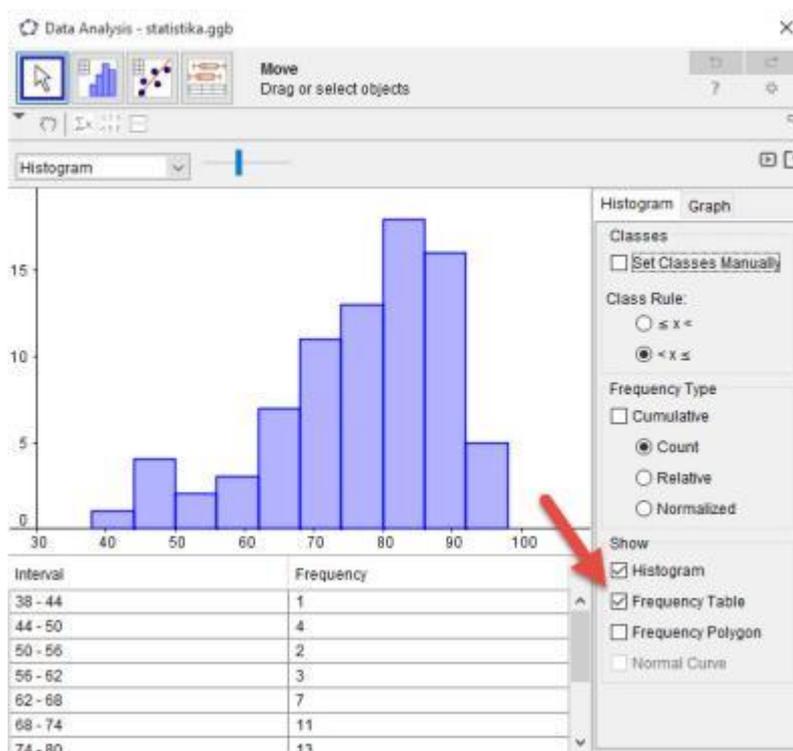


Kegiatan Pembelajaran 9

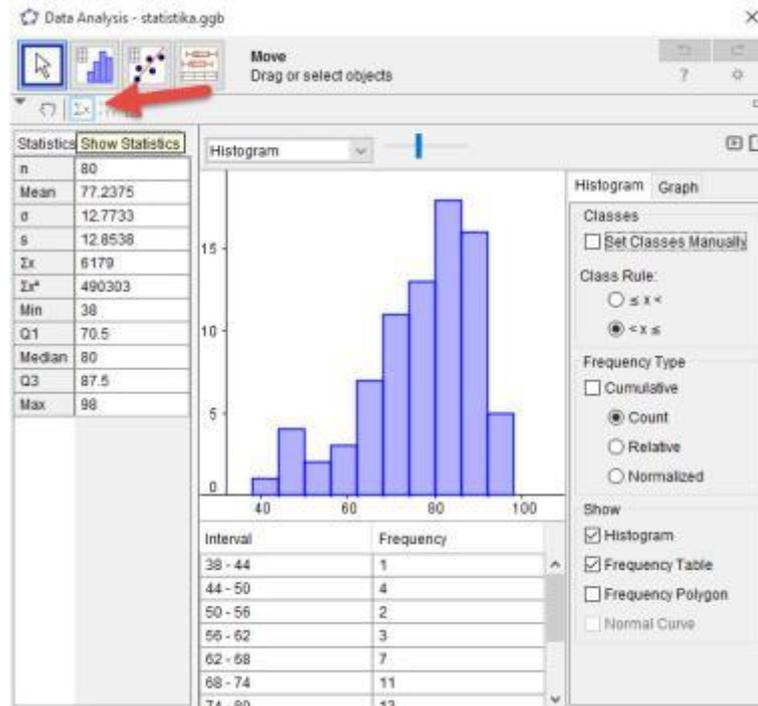
1. Klik **options** pada bagian kanan atas window Data Analysis



2. Untuk melihat data dalam kelas interval (data kelompok) aktifkan **Frequency Table**

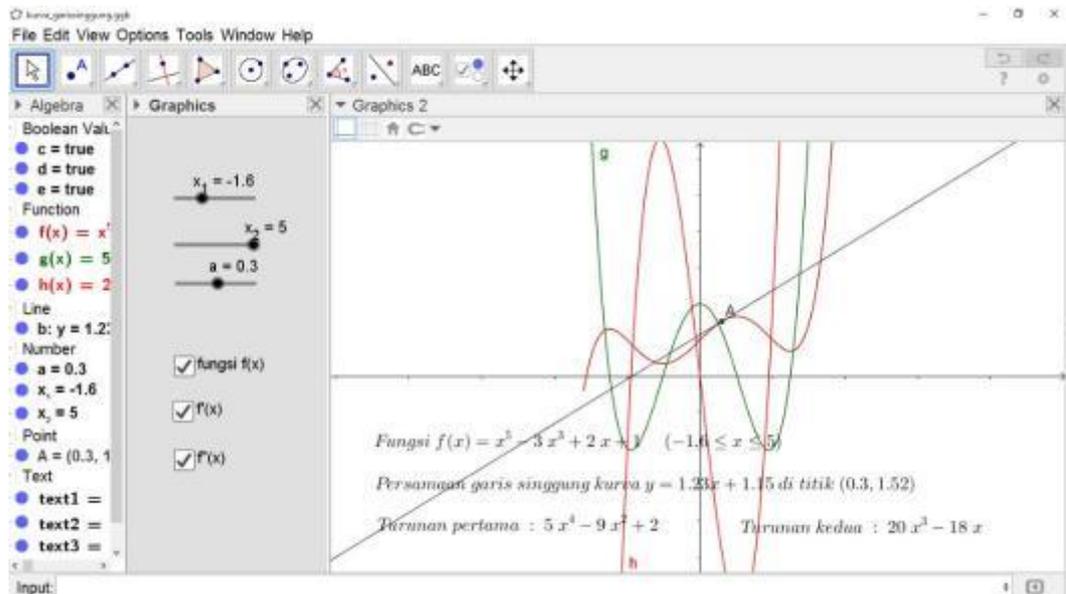


3. Klik Show Statistics untuk menampilkan data nilai statistik

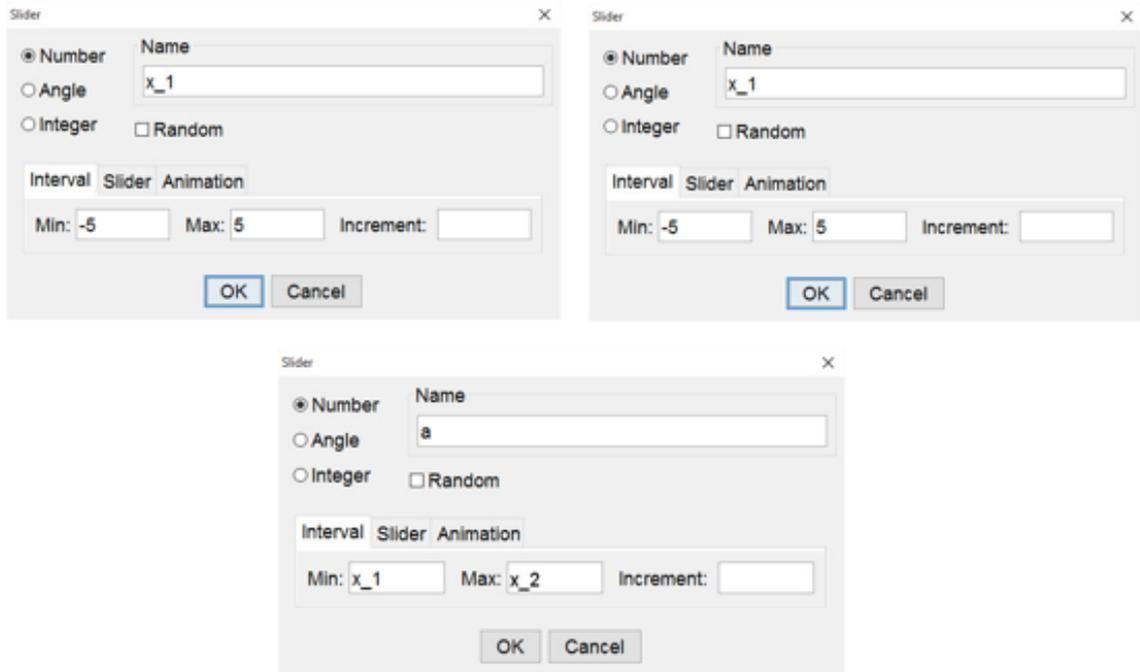


Aktivitas 5

Pada aktivitas ini kita akan membuat worksheet interaktif tentang kurva, garis singgung, turunan pertama dan turunan kedua

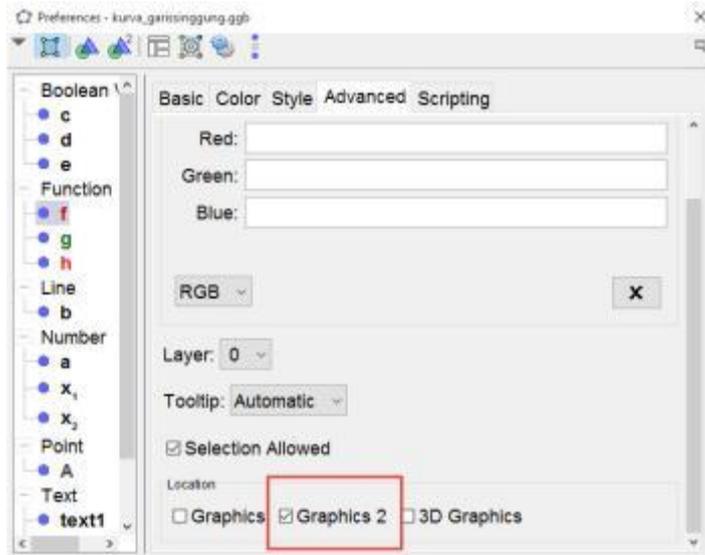


1. Buat tiga buah slider dengan nama x_1 , x_2 dan a , klik  kemudian klik area **Graphics View**.



2. Ketikkan langkah – langkah ini pada **input bar**

Input : $f(x) = \text{Function}[x^5 - 3x^3 + 2x + 1, x_1, x_2]$	Ketikkan fungsi $f(x)$
Input : $A = (a, f(a))$	Buat titik A
Input : $\text{Tangent}[A, f]$	Garis singgung $f(x)$ di titik A



3. Pada **CAS View** tentukan turunan pertama dan kedua dari fungsi $f(x)$

1	$g(x) := \text{Derivative}[x^5 - 3x^3 + 2x + 1, x]$	$g(x) = f'(x)$
2	$h(x) := \text{Derivative}[x^5 - 3x^3 + 2x + 1, x, 2]$	$h(x) = f''(x)$

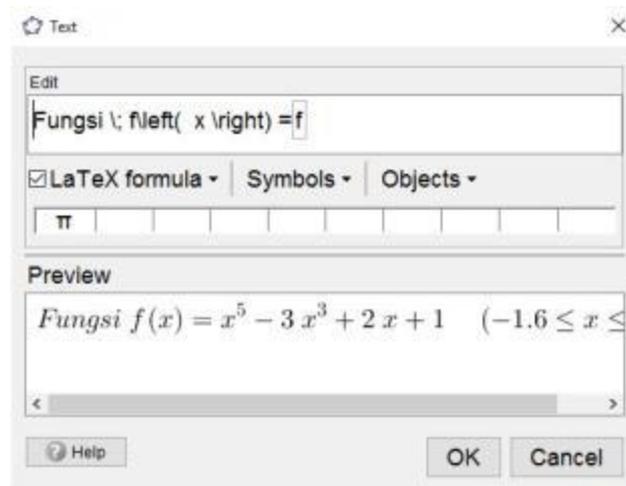
```

1  g(x):=Derivative[ x5 - 3x3 + 2x + 1,x]
●  →  g(x) := 5x4 - 9x2 + 2
-----
2  h(x):= Derivative[ x5 - 3x3 + 2x + 1,x,2]
●  →  h(x) := 20x3 - 18x
    
```

Atur **Location** dari fungsi g dan h pada **Graphics 2 View**

4. Klik  dan pada area **Graphics 2 View**

Kegiatan Pembelajaran 9



Aktifkan LaTeX formula, kemudian ketikkan pada editor **Text text1** teks seperti pada baris pertama di tabel,(buat 4 buah Text dengan teks pada tabel)

Text text1	Fungsi \; $f\left(x \right) = f$
Text text2	Persamaan \; garis \; singgung \; kurva \; di \; titik \; A \; adalah \; b
Text text3	Turunan \; pertama \; : \; g
Text text4	Turunan \; kedua \; : \; h

5. Klik  dan pada area **Graphics View**, buat tiga buah **checkbox**

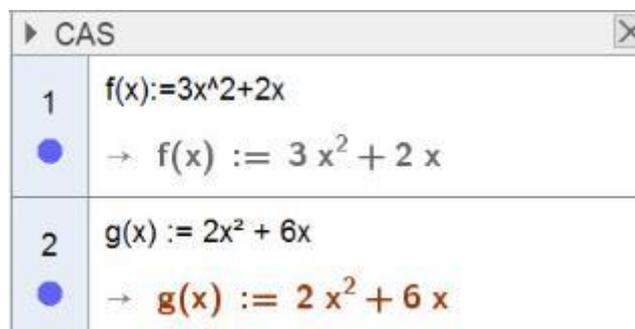


Aktivitas 6

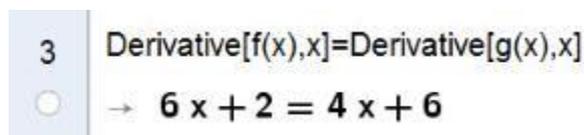
Jika garis singgung pada $y - 3x^2 - 2x = 0$ sejajar dengan garis singgung pada $y - 2x^2 - 6x = 0$, tentukan gradien garis singgung tersebut!

Jawab :

Pada CAS View, ketikkan $f(x) = 3x^2 + 2x$ dan $g(x) = 2x^2 + 2x$



kemudian $\frac{d}{dx}(f(x)) = \frac{d}{dx}(g(x))$



tambahkan kedua ruas dengan $-4x - 2$ kemudian hasilnya kalikan dengan $\frac{1}{2}$

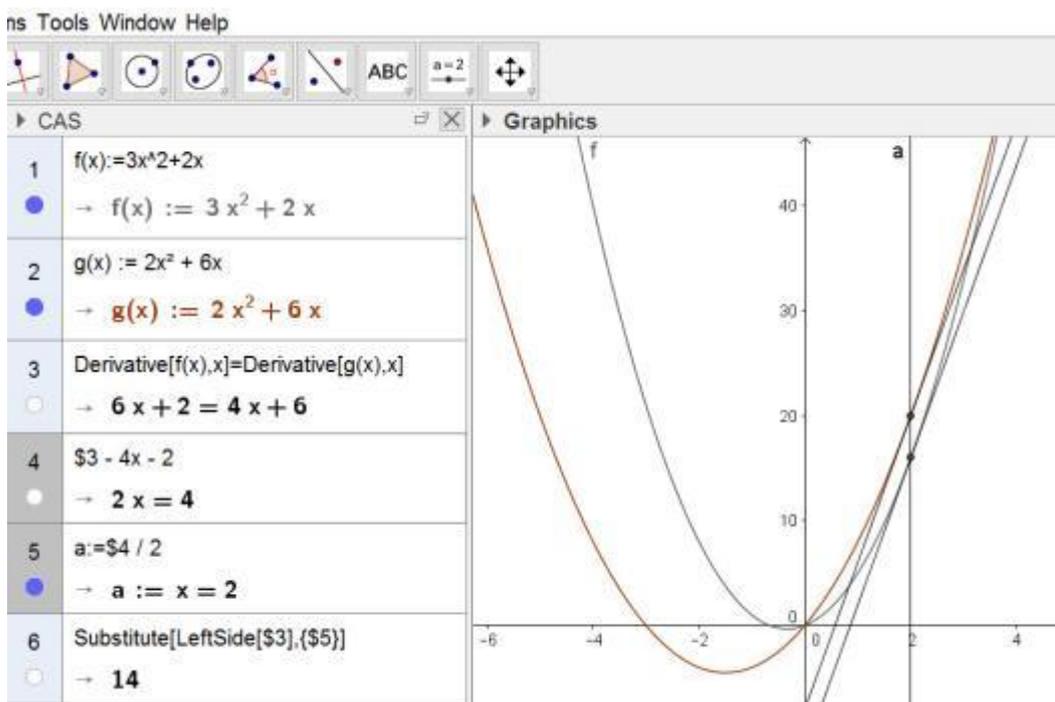
Kegiatan Pembelajaran 9

<input checked="" type="radio"/>	4	$3 - 4x - 2$
<input type="radio"/>		$\rightarrow 2x = 4$
<input checked="" type="radio"/>	5	$a := 4 / 2$
<input type="radio"/>		$\rightarrow a := x = 2$

substitusikan $x=2$ pada $6x+2$

<input checked="" type="radio"/>	6	<code>Substitute[LeftSide[\$3],{\$5}]</code>
<input type="radio"/>		$\rightarrow 14$

gambar berikut memperlihatkan semua langkah pada aktivitas 6 beserta grafiknya



Aktivitas 7

Tentukan persamaan garis yang menyinggung parabola $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$ dan tegak lurus garis $x + 2y + 10 = 0$.

Jawab :

Persamaan fungsi parabola $f(x)$ dan persamaan garis $g(x)$

1	$f(x) := -x^2/2 + 4x$
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow f(x) := -\frac{1}{2}x^2 + 4x$
2	$g(x) := (-1)/2x - 5$
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow g(x) := -\frac{1}{2}x - 5$

Gradien dari persamaan garis $g(x)$

3	$m := \text{Slope}[y=g(x)]$
<input type="radio"/>	$\rightarrow m := -0.5$

persamaan garis singgung $f(x)$ tegak lurus dengan garis $g(x)$ maka diperoleh nilai

4	$\text{Derivative}[f(x), x] = -1/m$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -x + 4 = 2$
5	$(4 - 4) / (-1)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow x = 2$

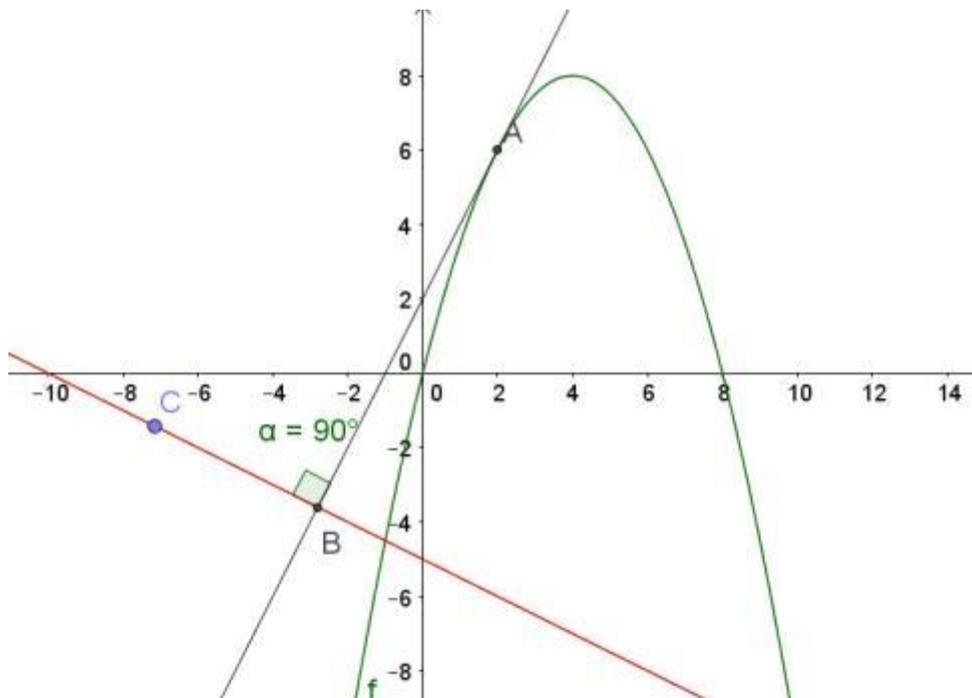
dan koordinat titik singgungnya

6	$A := (\text{RightSide}[5], f(\text{RightSide}[5]))$
<input checked="" type="radio"/>	$\rightarrow A := (2, 6)$

gambar grafik $f(x)$, $g(x)$ dan garis singgung $f(x)$ yang tegak lurus $g(x)$

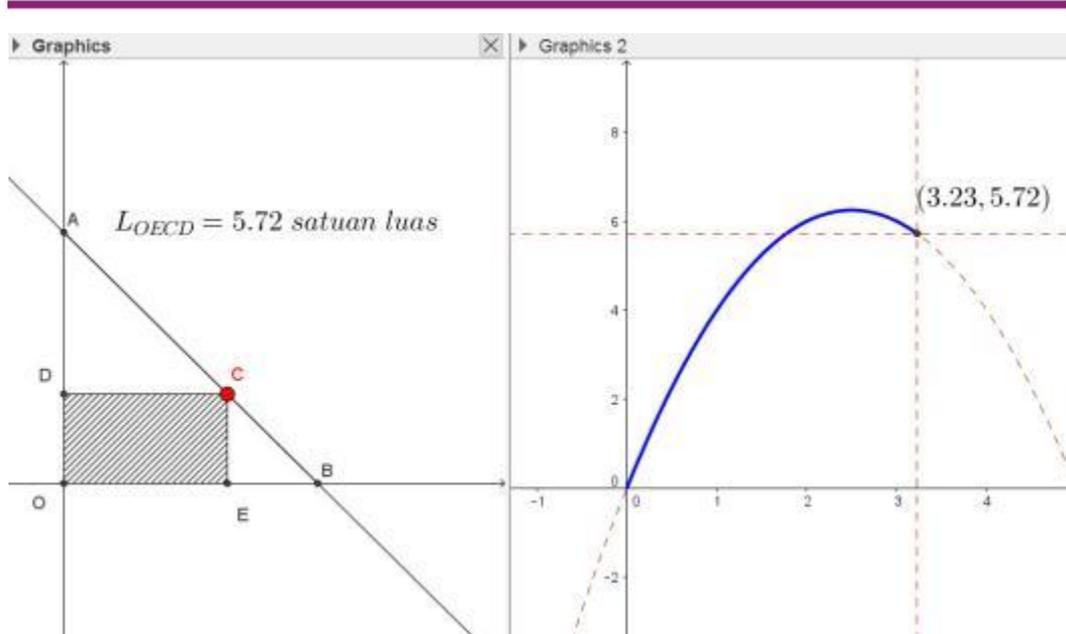
7 $a := \text{PerpendicularLine}[A, y = g(x)]$

→ $a := y = 2x + 2$



Aktivitas 8

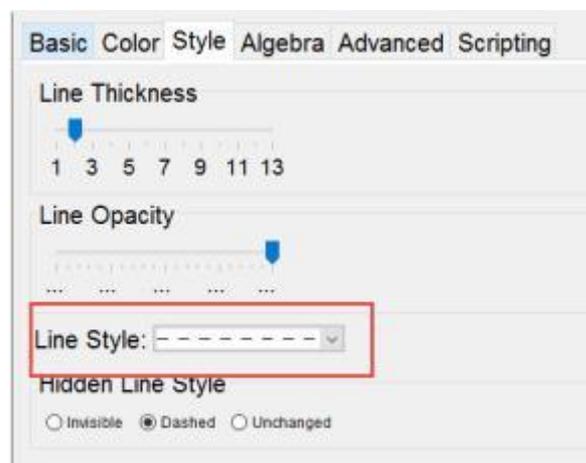
Pada aktivitas 8 kita akan membuat simulasi interaktif untuk mevisualisasikan masalah maksimum pada penerapan turunan seperti gambar berikut ini.



No	Input	Keterangan
	Langkah 1 - 12 dilakukan pada Graphics View	
1	$a : x + y = 5$	garis a
2	A : Intesection[a , yAxis]	titik A
3	B : Intesection[a , xAxis]	titik B
4	b : segment[A, B]	ruas garis b
5	 klik pada segment B	titik C
6	 klik pada titik C dan sumbu y	garis b
7	 klik garis b dan sumbu y	titik D
8	 klik pada titik C dan sumbu x	garis c

Kegiatan Pembelajaran 9

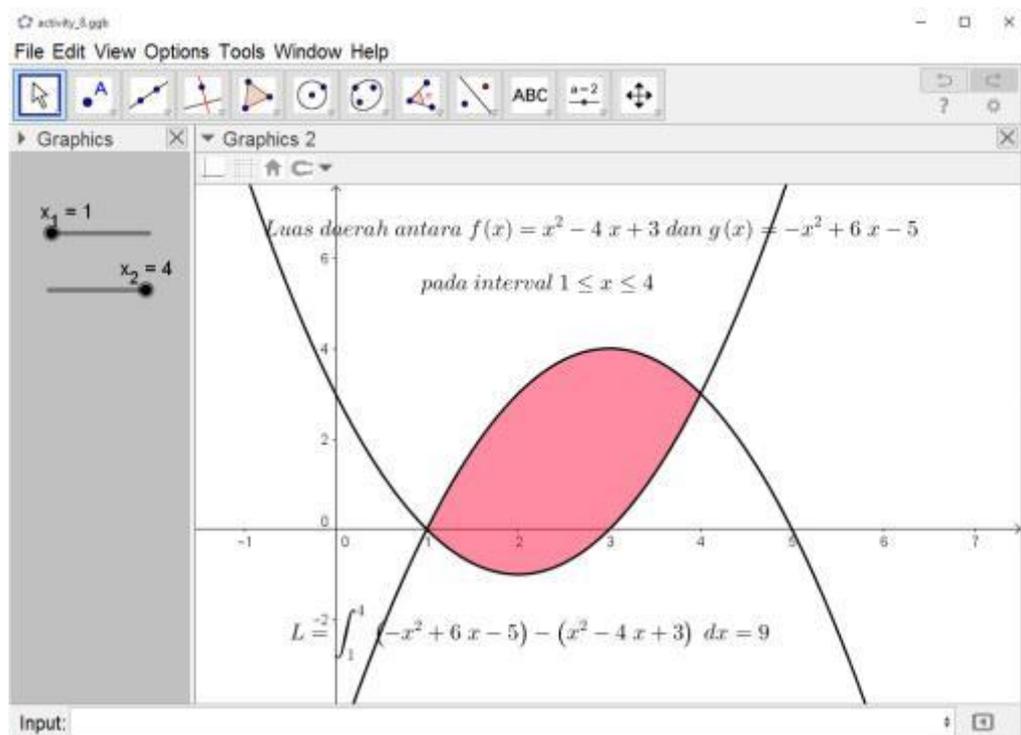
9		klik garis c dan sumbu x	titik E
10		$O = (0, 0)$	titik O
11		klik pada titik O, E, C dan D	Segiempat OECD
12		pada editor Text : $\{L_{\text{OECD}}\} = \mathbf{poly1}$ $\backslash; \text{satuan} \backslash; \text{luas} \backslash;$	
Langkah 13 – 17 dilakukan pada Graphics 2 View			
13		$f(x) = x(5 - x)$	fungsi $f(x)$
14		$g(x) = \text{Function}[f(x), 0, x(C)]$	fungsi $g(x)$
15		$F = (x(C), g(x(C)))$	titik F
16		klik pada titik F dan sumbu y	garis d
17		klik pada titik F dan sumbu x	garis e



Aktivitas 9

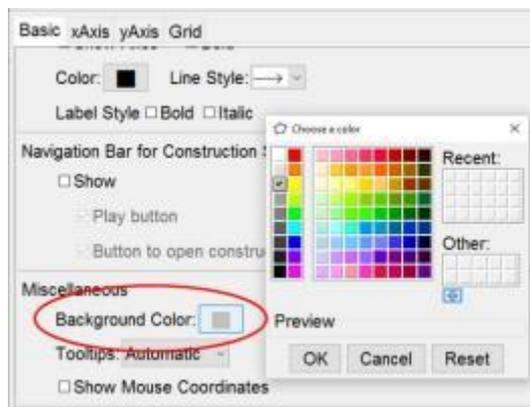
Buatlah simulasi untuk luas daerah antara kurva $f(x) = x^2 - 4x + 3$ dan $g(x) = -x^2 + 6x - 5$,

seperti gambar berikut,



Langkah - langkah konstruksi :

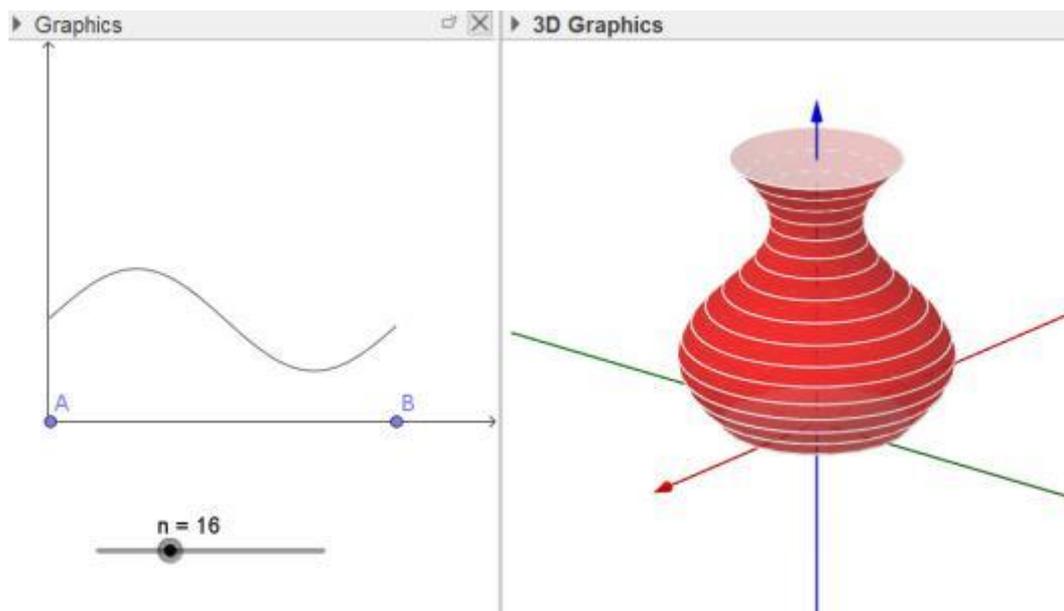
Ubah warna background **Graphics View** menjadi abu - abu.



Text text1	Luas \; daerah \; antara \; $f(x)$ \; dan \; $g(x)$
Text text2	pada \; interval \; $x_1 \leq x \leq x_2$
Text text3	$L = \int_{x_1}^{x_2} (g(x) - f(x)) \, dx$

Aktivitas 10

Kita akan membuat benda putar seperti gambar di bawah ini



Pada aktivitas ini, kita menggunakan **Graphics View** dan **3D Graphics View**

Langkah – langkah konstruksi :

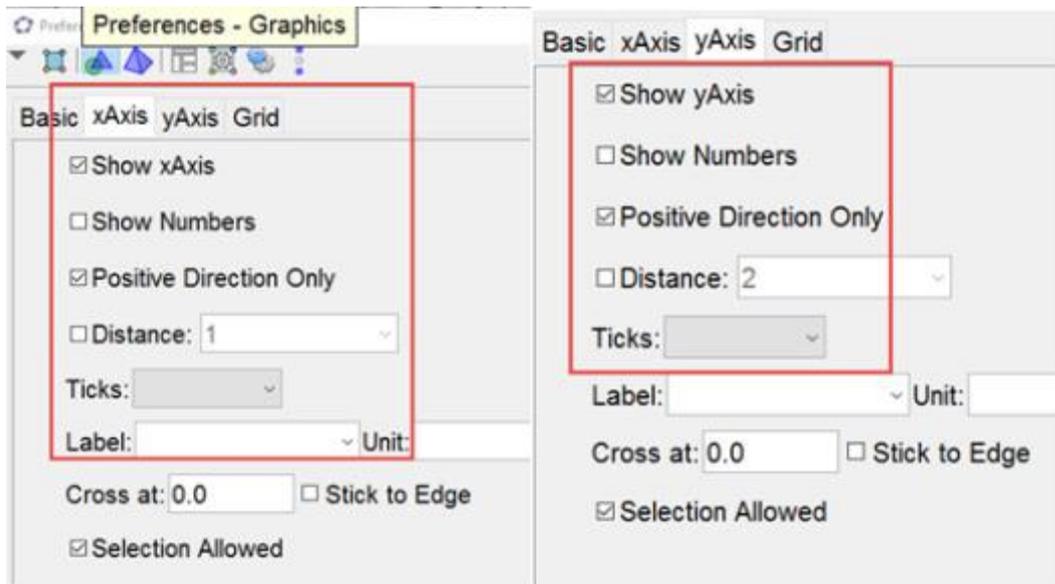
Lakukan langkah persiapan berikut,

Pada **Graphics View**, atur komponen **xAxis** dan **yAxis** seperti gambar di bawah ini

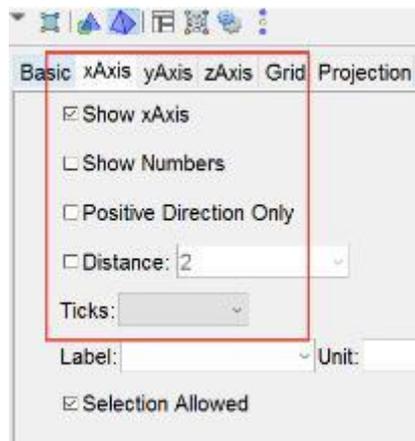
Kegiatan Pembelajaran 9

Non aktifkan **Show Numbers**, aktifkan **Positive Direction Only**, dan kosongkan **Ticks** Pada **3D Graphics View**, atur komponen **xAxis**, **yAxis** dan **zAxis** sebagai berikut

Langkah – langkah konstruksi :



non-aktifkan **Show Numbers**, **Positive Direction Only**, **Distance** dan kosongkan **Ticks**.



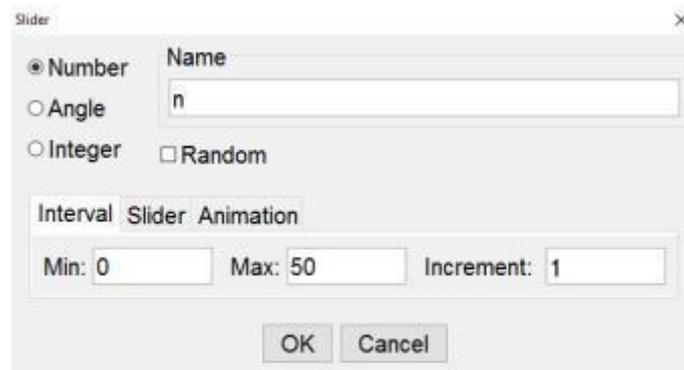
Pada **Graphics View** klik  untuk membuat titik A dan B yang terletak pada sumbu x, selanjutnya ketikkan pada **input bar**.

Input : $f(x) = \sin(x) + 2$

Input : $g(x) = \text{Function}[f(x), x(A), x(B)]$

Input : $\text{Surface}[f(t) \cos(\theta), f(t) \sin(\theta), t, t, x(A), x(B), \theta, 0, 2\pi]$

Klik  untuk membuat slider n, nilai minimum = 0, nilai maksimum = 50 dan increment = 1



Gambar 10

Input : $r = (x(B) - x(A)) / n$

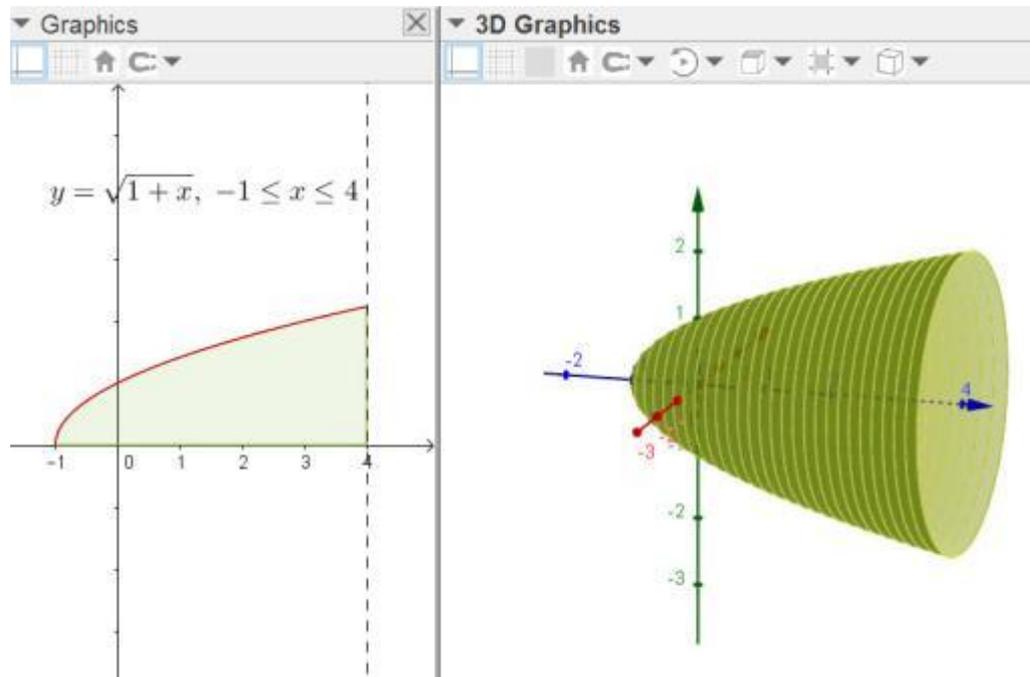
Input : $\text{Sequence}[\text{Circle}[(0, 0, i), f(i), z\text{Axis}], i, x(A), x(B), r]$

Aktivitas 11

Tentukan volume benda putar yang terbentuk jika daerah yang dibatasi oleh kurva $x - y^2 + 1 = 0, -1 \leq x \leq 4$ dan sumbu x diputar mengelilingi sumbu x sejauh 360° !

Jawab :

Kegiatan Pembelajaran 9



Untuk menggambar benda putar, gunakan perintah-perintah berikut

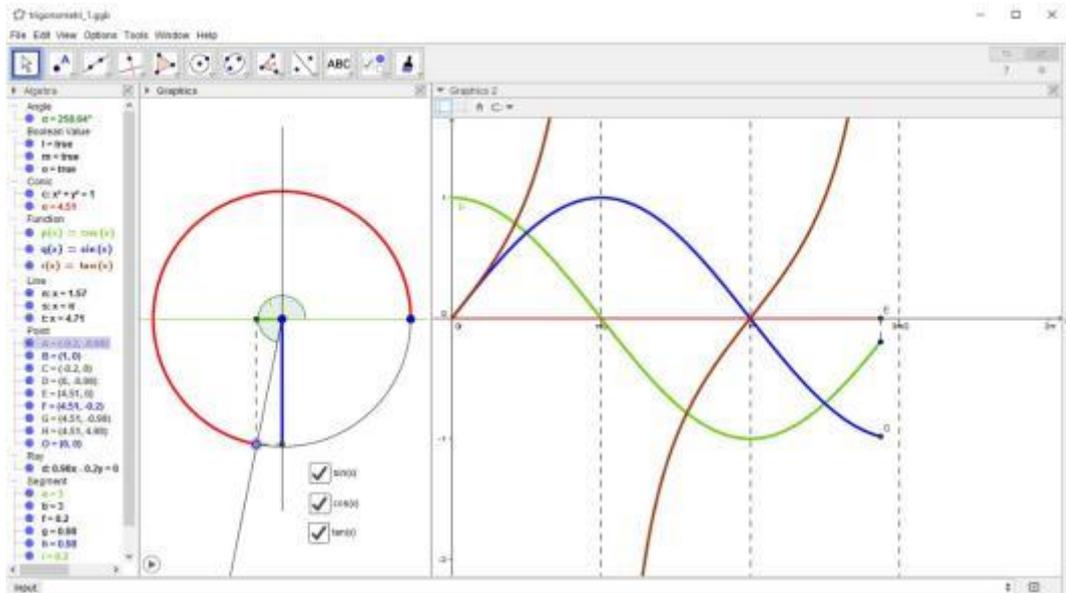
Input : $r = 5 / n$, n Slider
Input : $g(x) = \text{Function}[f(x), -1, 4]$
Input : $\text{Surface}[f(t) \cos(\theta), f(t) \sin(\theta), t, t, -1, 4, \theta, 0, \alpha]$, α Slider
Input : $\text{Sequence}[\text{Circle}[(0, 0, i), f(i), z\text{Axis}], i, -1, 4, r]$

Volume benda putar yang terjadi adalah $V = \pi \int_{-1}^4 y^2 dx = \pi \int_{-1}^4 (1+x) dx$

1	Volume:= $\pi \text{Integral}[1+x, -1, 4]$
<input type="radio"/>	$\rightarrow \text{Volume} := \frac{25}{2} \pi$

E. Latihan/Tugas

1. Buatlah simulasi/animasi lingkaran unit dengan fungsi sinus, cosinus dan tangent seperti gambar di bawah ini.



2. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$, $0 < x < 2\pi$.
3. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $\sin^2 2x - 2 \sin x \cos x - 2 = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
4. Tentukan batas - batas nilai p agar persamaan $2p \cdot \cos x + (p + 1) \cdot \sin x = 3p + 1$ agar terdefinisi.
5. Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan $\cos 2x - \cos x > 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
6. Tentukan nilai median dari data pada tabel berikut!

Data	Frekuensi
10 - 19	2
20 - 29	8

Kegiatan Pembelajaran 9

30 – 39	12
40 – 49	7
50 – 59	3

Tentukan rata-rata hitung dari data yang ditunjukkan tabel di bawah ini!

Berat badan (kg)	Frekuensi
50 – 52	4
53 – 55	5
56 – 58	3
59 – 61	2
62 – 64	6

7. Tinggi dari 12 orang siswa dalam cm adalah sebagai berikut

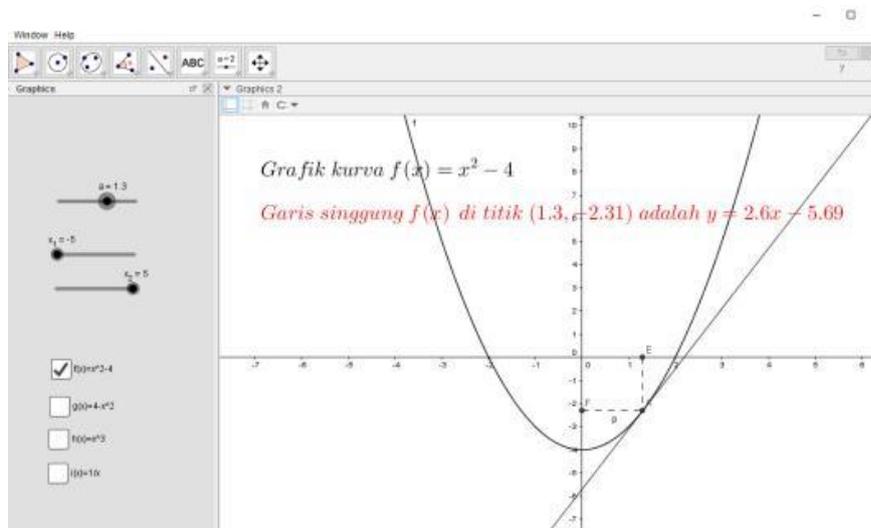
160	148	156	147	148	158
150	148	160	146	158	162

Hitung nilai kuartil bawah dari data tersebut!

8. Tentukan varians (ragam) dari data 15, 13, 15, 12, 14, 15.

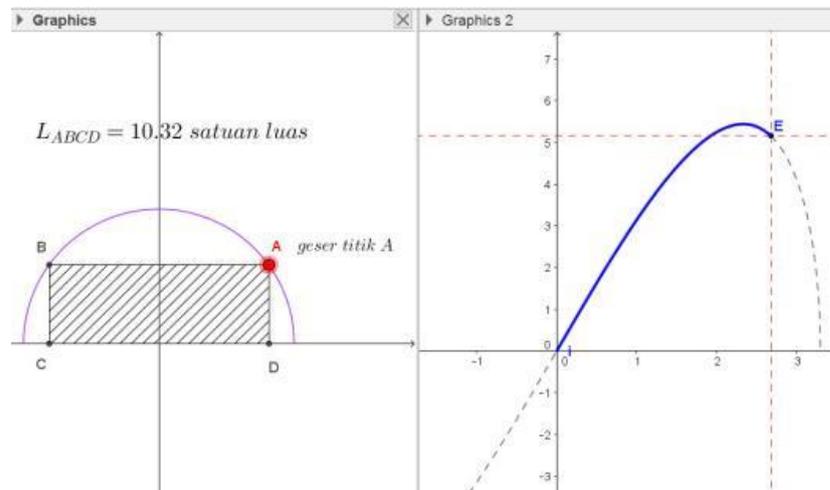
9. Hitung simpangan baku dari data 4, 7, 7, 5, 4, 3, 6, 4.

10. Buatlah simulasi/animasi garis singgung dan kurva seperti gambar di bawah ini.



11. Keterangan : **checkbox** tidak dapat serempak aktif, sehingga kurva dan garis singgung juga tampil secara bergantian.

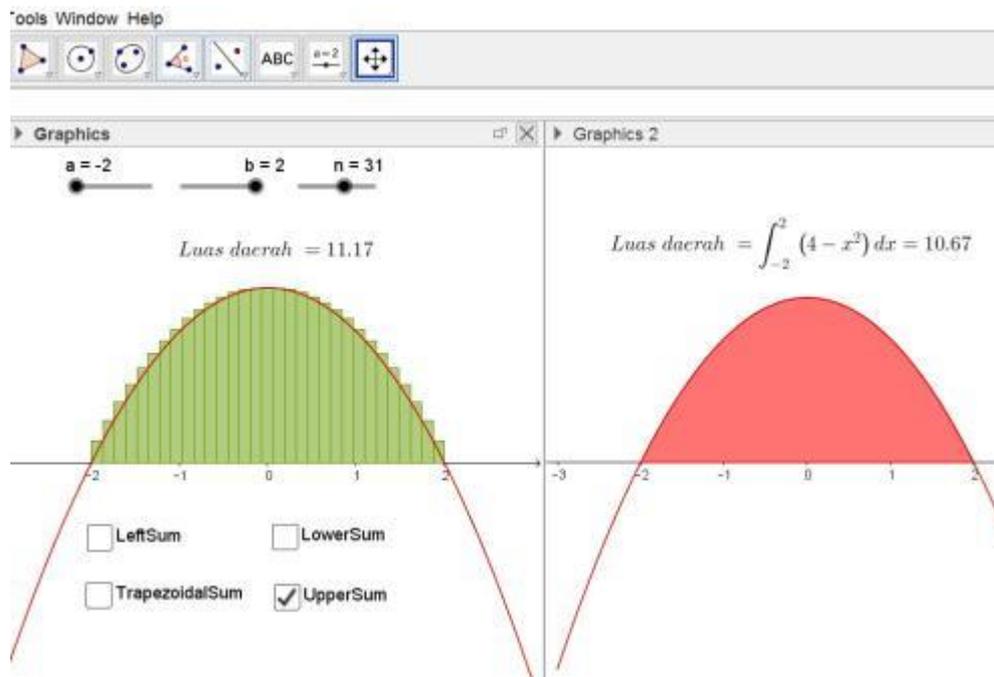
12. Buat simulasi interaktif untuk menentukan nilai maksimum dalam penerapan turunan berikut ini,



13. Buatlah simulasi interaktif untuk perbandingan nilai hasil pendekatan luas daerah di bawah kurva dengan metode LeftSum, TrapezoidalSum,

LowerSum dan UpperSum dengan Integral luas $\int_a^b f(x) dx$ seperti pada

gambar berikut :



14. Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 8x - 3} - \sqrt{4x^2 + 9}}{x - 2}$.

15. Hitung nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(2x - 1)(x + 2)} - (x\sqrt{2} + 1) \right)$.

16. Hitung nilai $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1 - \cos(x + 3)}{x^2 + 6x + 9}$.

17. Karton berbentuk persegi panjang dengan sisi 10 cm akan dibuat kotak tanpa tutup. Pada setiap sudut karton itu dipotong persegi dengan sisi x cm. Tentukan nilai x agar volume kotak akan maksimum.

18. Garis singgung kurva $y = x^4 - x^2$ di titik $(1, 0)$ dan $(-1, 0)$ berpotongan di (a, b) . Tentukan nilai $a - b$.

19. Tentukan hasil dari $\int (6x^2 - 4x)\sqrt{x^3 - x^2 - 1}$

20. Tentukan nilai $a > 0$ yang memenuhi $\int_0^a (2x - 1) dx = 6$.

F. Rangkuman

Konsep - konsep matematika pada topik trigonometri, statistika dan kalkulus dapat dieksplorasi dengan baik dan divisualisasikan dengan lebih

menarik oleh geogebra. Penggunaan Algebra View, CAS View dan Graphics View memungkinkan kita untuk menangani permasalahan rutin pada topik trigonometri seperti memanipulasi bentuk-bentuk trigonometri, menyelesaikan persamaan trigonometri, menggambar grafik trigonometri dan membuat simulasi interaktif permasalahan trigonometri. Pada topik statistik penggunaan Algebra View, Spreadsheet View dan Graphics View sangat mempermudah kita untuk melakukan pengelolaan dan perhitungan data-data statistik serta visualisasi data. Sedangkan pada topik kalkulus, beberapa konsep semula cukup sulit untuk disajikan secara visual seperti konsep limit, luas jumlah riemann, integral luas dan visualisasi volume benda putar menjadi mudah. Kita pun dapat mengembangkan media pembelajaran interaktif untuk masalah-masalah terapan pada kalkulus, seperti masalah optimasi yaitu menentukan nilai maksimum dan minimum suatu permasalahan.

G. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut

Perintah dasar dan tool – tool geogebra yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah trigonometri, statistika dan kalkulus dapat Anda pelajari pada uraian materi, untuk memahami dan meningkatkan kemampuan menggunakan perintah dasar dan tool tersebut, lakukan aktivitas pembelajaran secara tuntas. Kemudian Anda bisa mencoba soal-soal latihan yang ada pada modul ini, semua soal harus diselesaikan dengan menggunakan geogebra agar Anda dapat memahami semua perintah dan tool yang ada pada geogebra yang berkaitan dengan trigonometri, statistika dan kalkulus. Jika ada kesulitan dalam menyelesaikan latihan, sebaiknya Anda mengulang aktivitas pembelajaran yang sejenis dengan soal yang belum dapat Anda selesaikan.

Setelah semua soal latihan dapat dikerjakan dengan baik, Anda diharapkan dapat mengembangkan lebih lanjut untuk membuat media pembelajaran interaktif (simulasi – animasi) untuk topik matriks – vektor dengan

Kegiatan Pembelajaran 9

mengkombinasikan Algebra View, CAS view, graphics view, Spreadsheet View dan 3D graphics view.

H. Kunci Jawaban

No	Jawaban	No	Jawaban
1	Praktek membuat simulasi	12	Praktek membuat simulasi
2	$\left\{ \frac{7}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi \right\}$	13	Praktek membuat simulasi
3	$\left\{ \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi \right\}$	14	$\frac{2}{5}$
4	$-1 \leq p \leq 0$	15	$\frac{3}{4}\sqrt{2} - 1$
5	$\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$	16	$\frac{1}{2}$
6	47,5	17	$x = \frac{5}{3}$ atau $x = 5$
7	17,1	18	2
8	148	19	$\frac{4}{3}(x^3 - x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + C$
9	1,33	20	$a = 3$
10	1,41	21	Praktek membuat simulasi
11	Praktek membuat simulasi		

Kegiatan Pembelajaran 10

Kostumisasi Dan Publikasi Geogebra

A. Tujuan

Tujuan dari Kegiatan Pembelajaran X ini adalah pembaca/peserta diklat dapat melakukan kostumisasi tampilan dan navigasi dari media GeoGebra serta dapat membuat publikasi media pembelajaran dengan memanfaatkan GeoGebra.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi dari kegiatan belajar ini adalah, pembaca/peserta diklat:

1. mampu menyunting dan melakukan kostumisasi tampilan dan membuat navigasi dalam media GeoGebra menggunakan beberapa teknik navigasi,
2. mampu mengekspor media GeoGebra ke dalam animasi GIF,
3. mampu membuat video pembelajaran dengan memanfaatkan GeoGebra sebagai absis tampilan, dan
4. mampu memublikasikan media pembelajaran berbasis GeoGebra secara online.

C. Uraian Materi

Media pembelajaran matematika yang dikembangkan dengan GeoGebra dapat digunakan untuk berbagai topik yang beragam dan dapat digunakan untuk bermacam bentuk, dan dapat diterapkan ke berbagai metode, strategi maupun model pembelajaran.

Secara umum, media yang digunakan dalam GeoGebra kebanyakan masih menggunakan tampilan standar baik dalam layout maupun mekanisme penggunaan. Sebenarnya dengan beragamnya fitur dalam GeoGebra kita dapat membuat media yang bermacam-macam jenis dan tidak selalu menggunakan tampilan standar. Dalam pembahasan ini kita akan

mengeksplorasi beberapa potensi dari GeoGebra terutama dalam kostumisasi tampilan.

Tampilan yang sudah diperbaiki dan diperindah dapat kemudian dipublikasi, terutama melalui internet. Dengan GeoGebra kita dapat dikembangkan media pembelajaran yang dapat digunakan di kelas maupun mandiri, baik digunakan secara online maupun offline. Dalam berbagai contoh yang sudah dibahas kebanyakan media GeoGebra yang dibuat untuk digunakan secara offline dan lebih banyak dimanfaatkan untuk pembelajaran tatap muka di kelas. Pada pembahasan kali ini juga akan dibahas pemanfaatan GeoGebra pada pembelajaran online dimana GeoGebra dapat juga digunakan sebagai media interaktif yang dapat dijalankan secara online dan dapat dimasukkan ke bermacam media online seperti LMS, website, blog, forum ataupun media lainnya.

Selain publikasi sebagai media online interaktif, GeoGebra juga dapat dimanfaatkan untuk pengembangan multimedia pembelajaran berbentuk video. Dengan memanfaatkan teknik *screencast* kita dapat membuat video pembelajaran yang merekam aktivitas GeoGebra baik tampilan maupun suara/narasinya.

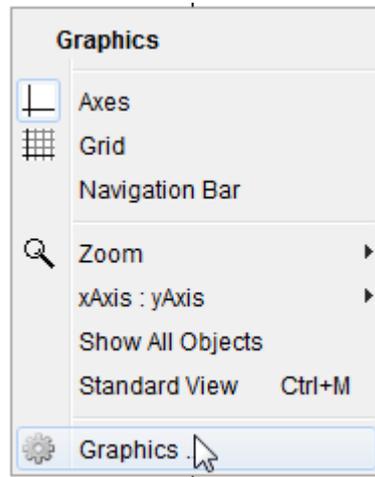
Dalam kegiatan belajar ini kita akan membuat beberapa vhal erkait kostumisasi tampilan, publikasi media GeoGebra dalam format online di Internet dan pemanfaatan GeoGebra dalam membuat multimedia/video pembelajaran.

D. Aktivitas Pembelajaran

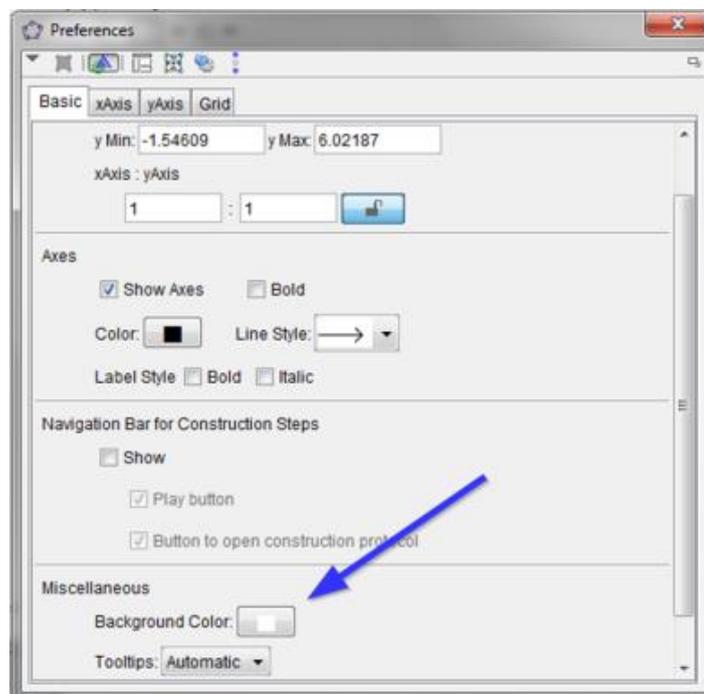
Aktivitas 1: Kostumisasi Layar

Tampilan default GeoGebra adalah putih dengan sumbu berwarna hitam. Tampilan objek objek kebanyakan juga berwarna hitam atau warna yang cenderung gelap. Tampilan dasar GeoGebra agar lebih unik dan lain dari biasanya dapat kita mulai dari tampilan dasar ini.

Untuk mengubah tampilan dasar GeoGebra, lakukan klik kanan pada tampilan latar layar grafik (yang tidak ada objek). Setelah muncul pop-up menu, pilih pada **Graphics**.



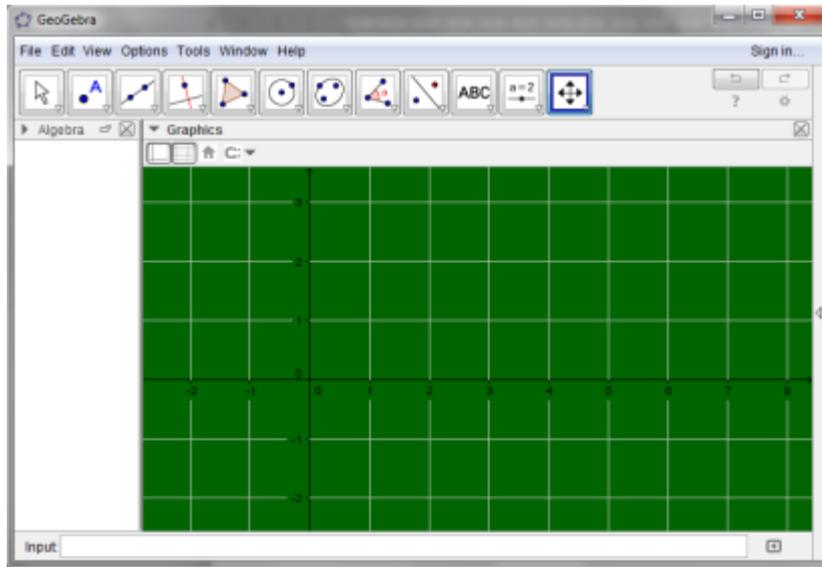
Pada menu ini kita dapat mengatur tampilan grafik secara umum, terkait latar, sumbu, ornamen, dll.



Salah satu tampilan yang paling terlihat menonjol adalah warna latar, pada tampilan default kita akan mendapati latar yang berwarna putih. Cobalah untuk mengubah latar menjadi warna yang lain. Untuk warna latar jangan

Kegiatan Pembelajaran 10

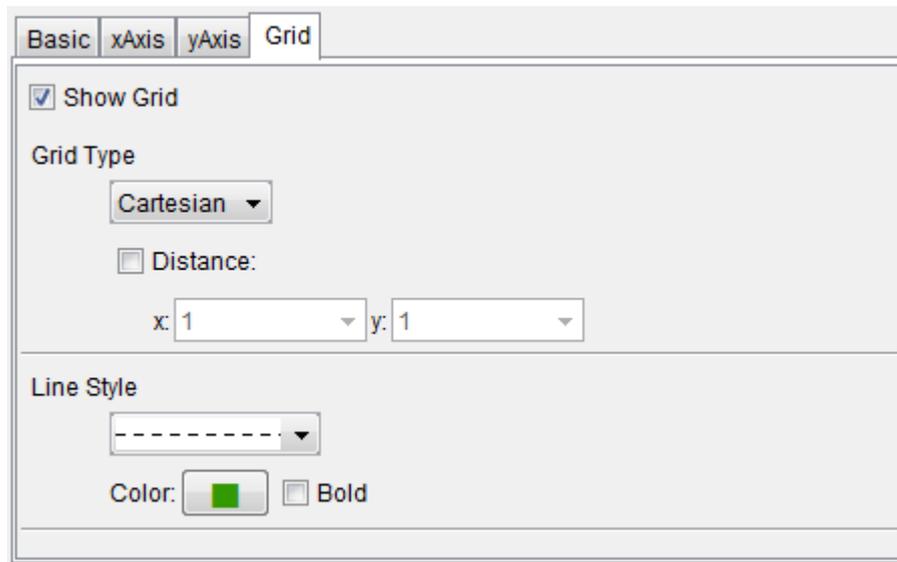
menggunakan warna yang tajam karena akan membuat mata cepat lelah atau tidak nyaman. Sebagai contoh gunakan warna latar di **Background Color** dengan memilih warna hijau tua (seperti warna papan tulis).



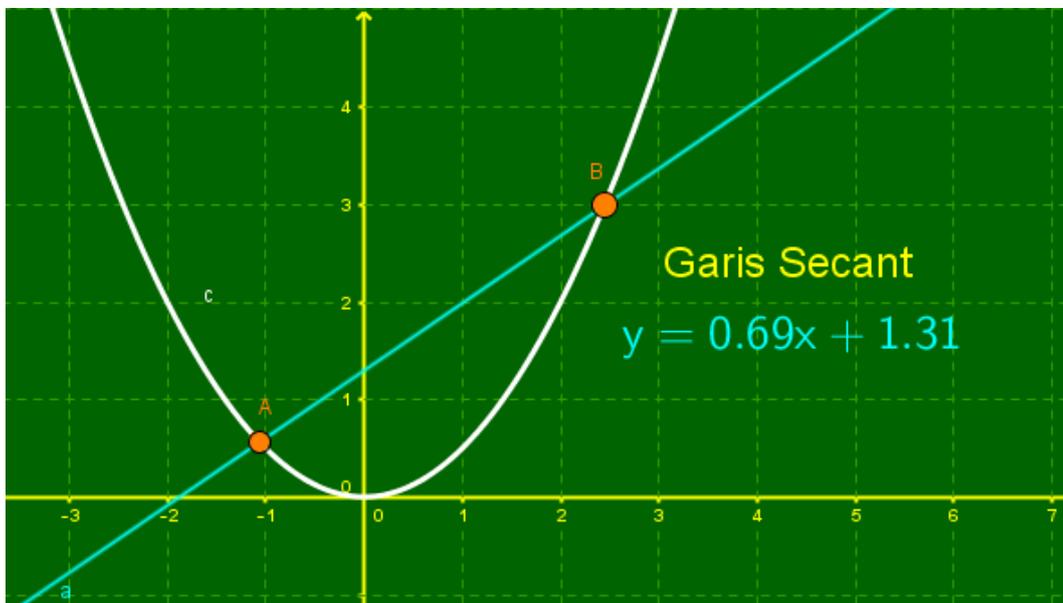
Karena menggunakan latar yang gelap maka sumbu koordinat menjadi kurang nampak. Aturilah warna sumbu dengan warna terang, misalnya putih atau kuning.



Sedangkan tampilan lain yang dapat kita atur ulang adalah grid atau jaring-jaring. Untuk mengatur grid ini dapat kita pilih pada tab **Grid**. Jenis grid dapat disesuaikan kebutuhan apakah yang berjenis **Cartesian**, **Isometric**, atau **Polar**. Jenis garis dapat dipilih pada **Line style** (biasanya akan lebih nyaman menggunakan garis putus-putus). Untuk warna grid sebaiknya pilih warna yang cenderung gelap (agak lebih terang sedikit dibanding warna latar) sehingga tidak mengganggu penampakan objek-objek GeoGebra.



Untuk warna objek dapat dipilih variasi warna-warna terang, misalnya putih, kuning dll. Salah satu objek yang cukup penting ditampilkan adalah teks. Gunakan teks yang memiliki warna terang dan ukuran yang cukup besar sehingga dapat terbaca dengan jelas.



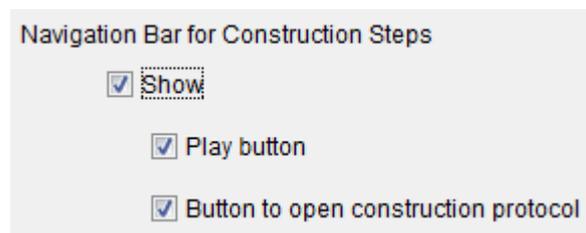
Pilihan layout dan pewarnaan ini sangat tergantung dengan kondisi dan juga selera masing-masing. Silahkan untuk bereksperimen menggunakan variasi layout dan warna yang beragam baik dengan warna dasar putih maupun warna dasar yang gelap.

Aktivitas 2: Navigasi

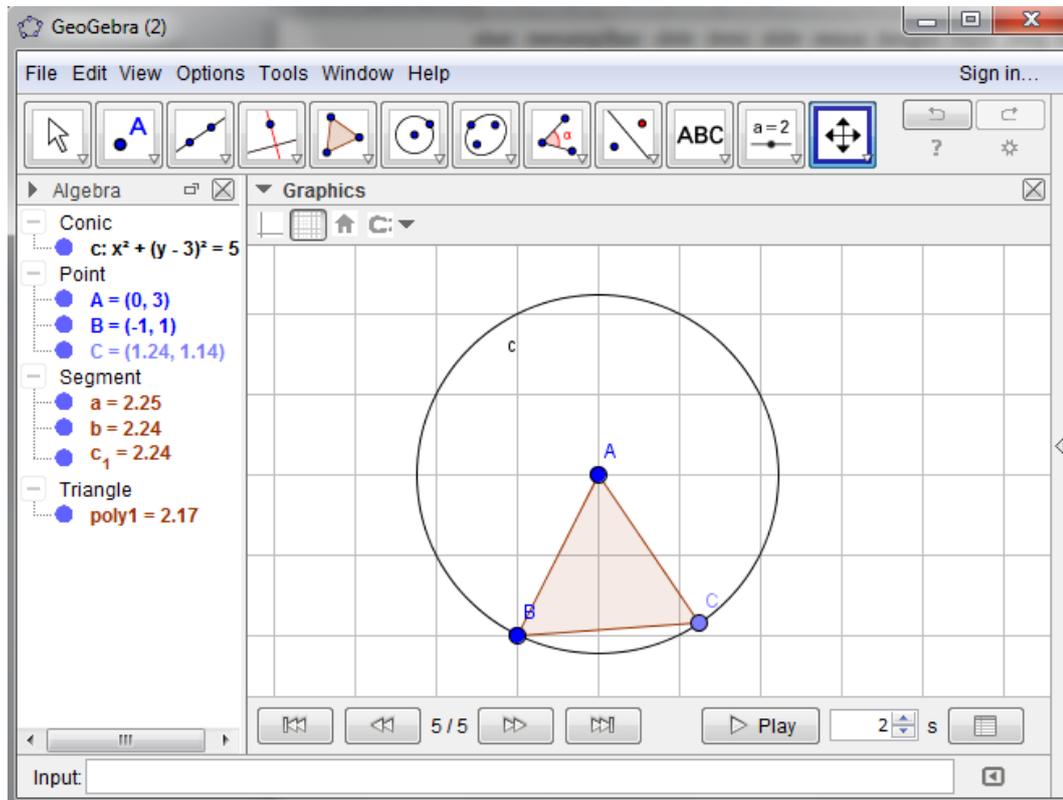
Pada saat presentasi berbantuan slide (misalnya dengan Powerpoint) biasanya kita akan menampilkan slide demi slide sesuai dengan topik yang dibicarakan. Terkadang beberapa komponen akan tampil setahap demi setahap dan tidak semuanya tampil sekaligus dalam satu saat. Dalam GeoGebra ada beberapa fitur untuk menampilkan tampilan secara bertahap atau tampilan suatu objek yang dapat kita setting untuk ditampilkan atau disembunyikan, baik fitur bawaan atau fitur yang kita buat sendiri.

Navigasi dengan Construction Sets

Fitur bawaan GeoGebra untuk menampilkan media secara bertahap adalah **Navigation Bar Construction**. Fitur ini dapat diaktifkan dengan klik kanan pada layar –pilih **Graphics** dan pilih pada bagian **Navigation Bar Construction Steps**.



Centang pada pilihan-pilihan yang ada kemudian tutup jendela setting ini dan perhatikan pada layar bagian bawah GeoGebra akan muncul menu dengan tombol-tombol untuk navigasi dari awal pembuatan sampai langkah terakhir.

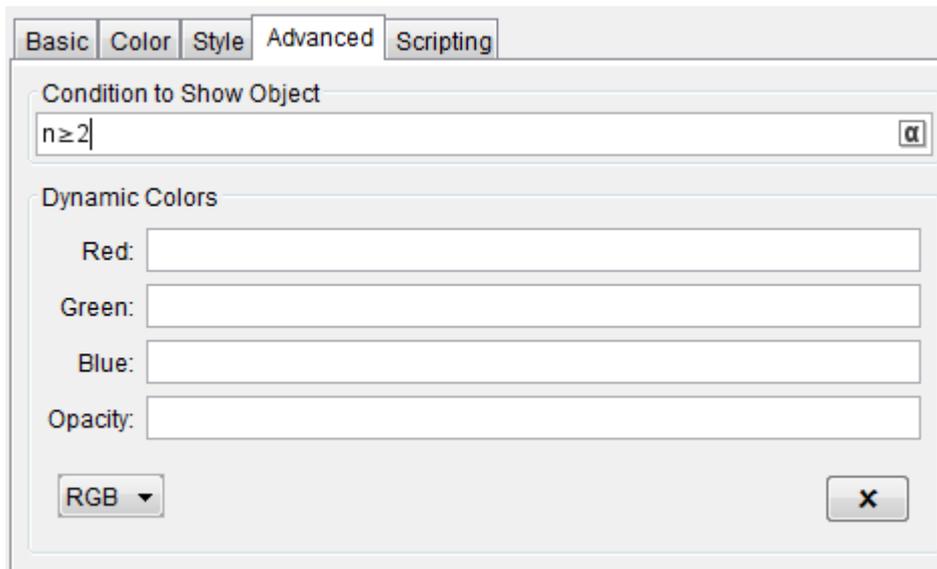


Kekurangan dari fitur ini adalah kita mau tidak mau harus mengikuti urutan konstruksi dan agak sulit untuk dikostumisasi untuk tampilan yang lebih kompleks.

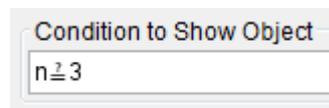
Navigasi dengan Memanfaatkan Slider

Selain mengatur dinamika objek secara dinamis, slider dapat juga dimanfaatkan untuk navigasi tampilan. Slider ini dapat diaktifkan penggunaannya dengan memanfaatkan nilai slider dan dihubungkan dengan objek tertentu di GeoGebra. Pada setiap objek GeoGebra memiliki pilihan untuk menampilkan objek pada kondisi tertentu (klik kanan pada objek kemudian pilih **Object Properties-Advanced-Condition to Show Object**). Pada kondisi ini dapat kita isikan kondisi tertentu, dalam hal ini kita memanfaatkan slider, misalnya objek akan ditampilkan jika slider bernilai 2 atau lebih. Jika slider bernilai 3, 4, 5 dst maka objek akan tetap tampil dan akan tersembunyi jika slider diset pada nilai 1 atau yang lebih kecil.

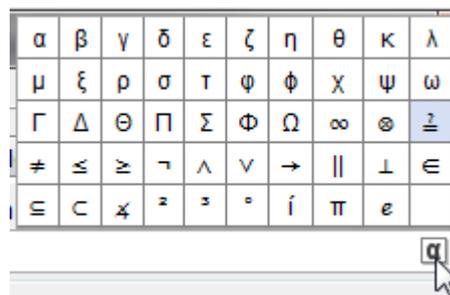
Kegiatan Pembelajaran 10



Jika objek ingin kita tampilkan pada satu tampilan saja yaitu pada saat nilai slider tertentu (misalnya hanya tampil pada saat slider bernilai 3) maka kondisi yang dituliskan adalah dengan menggunakan tanda **Equal** (\geq) bukan tanda “=”. Misalnya $n \geq 3$.



Operator/symbol yang tidak ada di keyboard dapat diambil dengan memilih simbol/operator dengan mengklik tpmbol bertanda α di ujung kanan kolom.

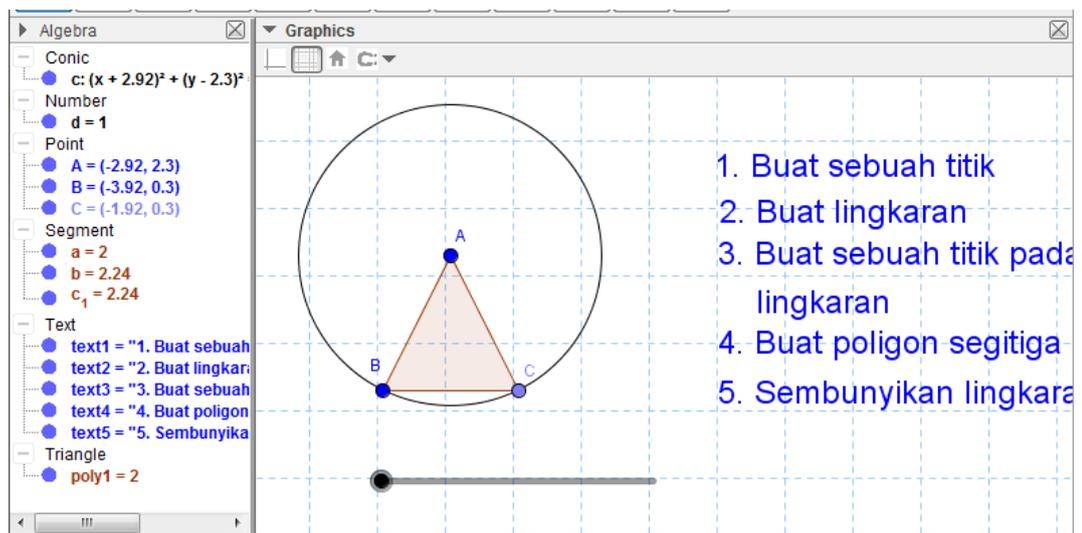


Objek yang dapat ditampilkan/disembunyikan tidak hanya objek matematika tapi juga termasuk objek **Text**.

Sebagai contoh, untuk menampilkan urutan tampilan konstruksi geometri segitiga sama kaki ada beberapa langkah dan setiap langkah ada beberapa objek yang ditampilkan bertahap berikut.

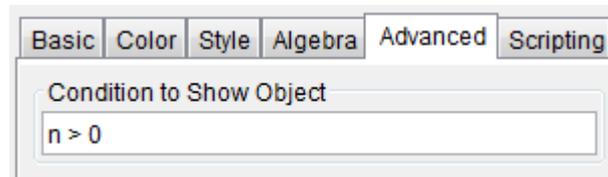
Langkah	Objek yang tampil	Teks
1.	Titik A	Buat sebuah titik
2.	Lingkaran dengan titik pusat A	Buat lingkaran
3.	Titik C	Buat sebuah titik pada lingkaran
4.	Polygon	Buat Polygon
5.	Lingkaran disembunyikan	Sembunyikan lingkaran

Untuk membuat media ini sebaiknya dimulai dengan membuat semua objek tersebut tampil, termasuk objek Text. Setelah itu buat sebuah slider sesuai jumlah langkah yang dibutuhkan (pada contoh di atas adalah 5),

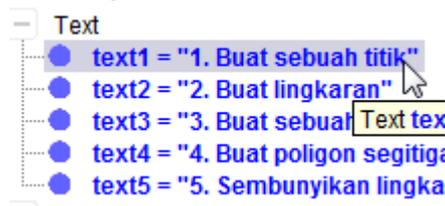


Setelah itu lakukan setting **Condition to Show** di tiap-tiap objek. Sebagai contoh untuk titik A setting kondisi booleannya adalah jika nilai slider lebih

besar sama dengan 1, atau bisa juga dengan nilai slider lebih besar dari 0. (pada contoh di gambar slider diberi nama **n**)



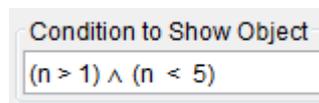
Lakukan dengan memasukkan kondisi yang sama pada **Condition to show** untuk teks yang pertama (**text1**).



Lakukan langkah ini secara berulang-ulang secara berurutan sampai nilai slider 5. Khusus untuk objek lingkaran, karena pada langkah ke 5 lingkaran harus disembunyikan maka kondisinya perlu ditambahkan yaitu $1 < n < 5$ atau dengan kata lain objek lingkaran hanya tampil jika nilai **n** lebih dari 1 dan kurang dari 5 (atau objek lingkaran tersebut akan tampil jika nilai **n** 2,3 atau 4)

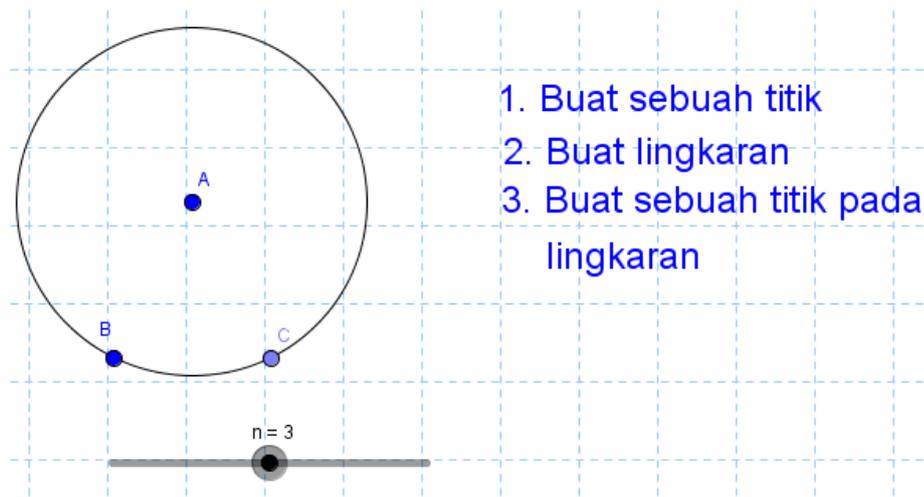
Pada **Condition to show** objek lingkaran ini dituliskan seperti berikut:

$$(n > 1) \wedge (n < 5)$$



(Sebagai catatan, tanda “ \wedge ” merupakan simbol dari operator boolean AND).

Setelah semua objek disetting kondisi penampilannya dengan dibandingkan nilai slider langkah terakhir adalah mencoba apakah objek sudah tampil sesuai urutan slider atau belum



1. Buat sebuah titik
2. Buat lingkaran
3. Buat sebuah titik pada lingkaran

Navigasi dengan Memanfaatkan Perintah Pan

Untuk aktivitas ini kita akan membuat beberapa tampilan (bisa dianalogikan seperti beberapa slide) yang dibuat dalam satu file GeoGebra. Dengan teknik tertentu kita dapat beralih dari satu tampilan ke tampilan lain dalam satu file yang sama tanpa harus berganti ke file lain.

Dalam GeoGebra terdapat beberapa perintah khusus dalam mengatur layar tampilan, diantaranya adalah **Zoom** untuk melakukan perbesaran (*zoom in*) atau pengecilan (*zoom out*) serta perintah **Pan** untuk menggeser layar. Untuk perintah **ZoomIn** format perintahnya adalah sebagai berikut.

ZoomIn[< Faktor>]

Untuk perintah zoomin kita dapat memasukkan parameter berupa faktor perbesaran. Jika faktor perbesaran nilainya kurang dari 1 maka layar akan mengecil (*zoom out*).

Contoh: ZoomIn[2], ZoomIn[0.5]

ZoomIn[< Faktor>, <Titik Pusat>]

Contoh: ZoomIn[2, (0, 0)]

ZoomIn[<Min x>, <Min y>, <Max x>, <Max y>]

Kegiatan Pembelajaran 10

Untuk **ZoomOut** parameternya hampir sama hanya fungsinya adalah kebalikannya, misalnya `ZoomOut(2)` berarti pengecilan sebesar 2 kali ukuran semula.

Sedangkan perintah **Pan** format perintahnya adalah sebagai berikut.

Pan [<x>, <y>]

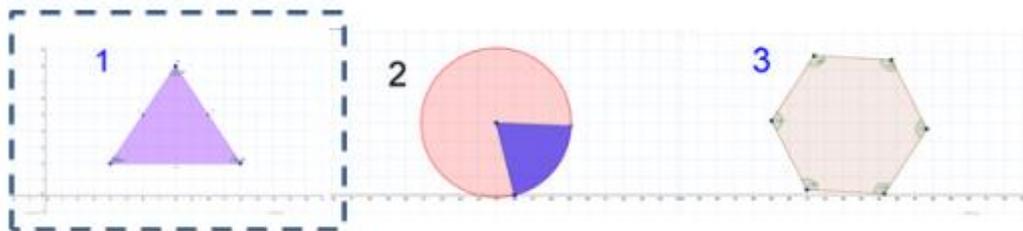
Parameternya adalah nilai piksel pergeseran layar dengan arah horisontal (x) dan vertikal (y). Jika nilai yang dimasukkan bernilai positif maka layar akan bergeser ke kiri dan sebaliknya jika ingin menggeser ke kanan maka parameter x harus kita berikan nilai negatif. Contoh:

Perintah `Pan(300, 0)` akan menggeser layar sebesar 300 piksel ke kiri dan tidak ada perubahan ke arah vertikal.

`Pan(-300, 50)` akan menggeser layar sebesar 300 piksel ke kiri dan 50 piksel ke bawah.

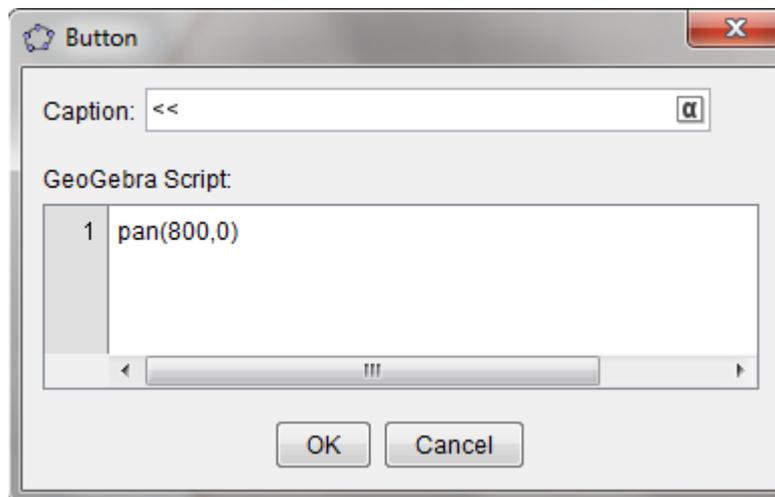
Untuk contoh penggunaan yang akan kita pakai ini akan menggunakan perintah `Pan` dan pergeseran horisontal (pergeseran vertikalnya 0). Untuk langkah detailnya silahkan ikuti langkah berikut.

1. Buatlah media GeoGebra dimana tampilan diaanggap terbagi menjadi beberapa slide sehingga slide memanjang ke kanan. Buatlah tampilan ini di dekat sumbu sehingga mudah untuk diatur. Nantinya untuk satu layar tampilan yang tampil di layar adalah tampilan di area tertentu



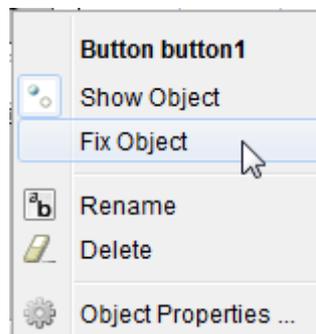


2. Tambahkan objek **Button** () ke layar. Tool (Button berada dalam kelompok slider). Masukkan tombol pertama untuk menggeser layar ke kiri. Untuk mengatur label dari Button ini isikan pada Caption, misal tuliskan “<<” atau “Prev”. Sedangkan pada bagian Script isikan `pan(800,0)` artinya jika tombol diklik maka layar bergeser ke kiri sejauh 800 piksel. Nilai 800 ini hanya nilai awal yang nantinya dapat kita ubah sesuai kebutuhan

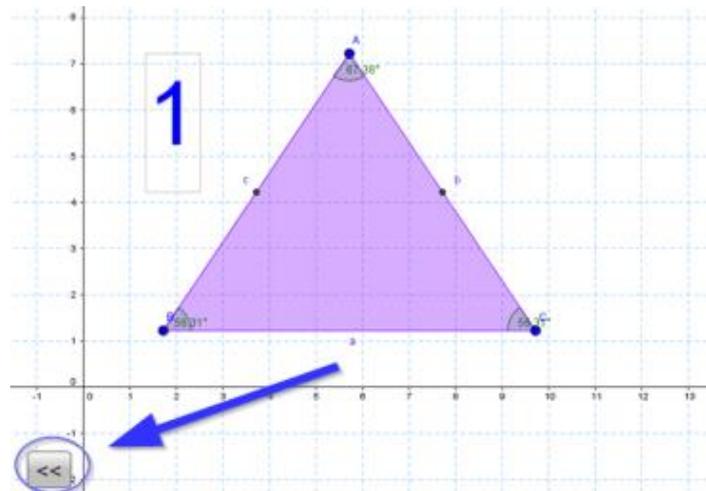


Tempatkan tombol ini di bagian kiri bawah layar. Jika posisi tombol kurang tepat dan akan digeser, maka objek tombol ini harus diubah

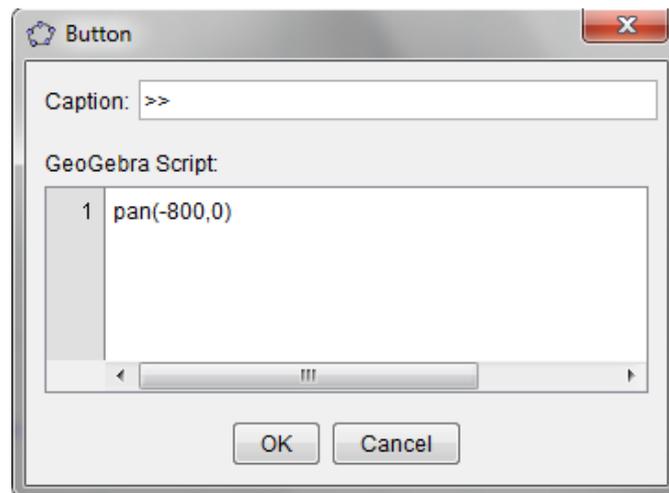
properti **Fix Object** dinon-aktifkan dengan mengklik kanan tombol dan klik **Fix object** untuk menghilangkan tanda centang.



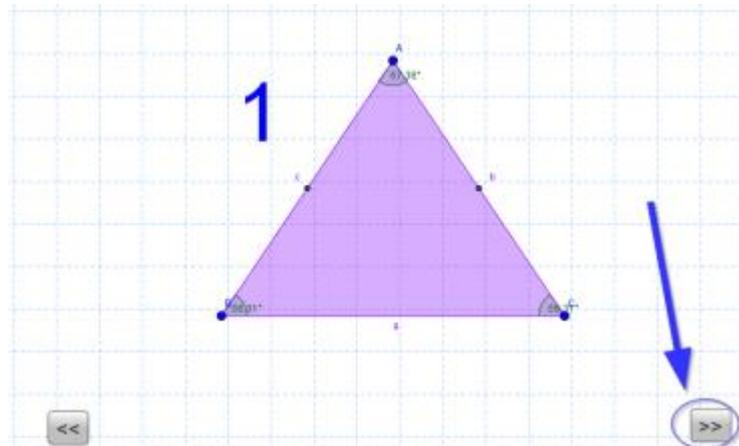
Posisi tombol dapat disesuaikan sesuai kondisi dan tidak harus selalu di bagian bawah.



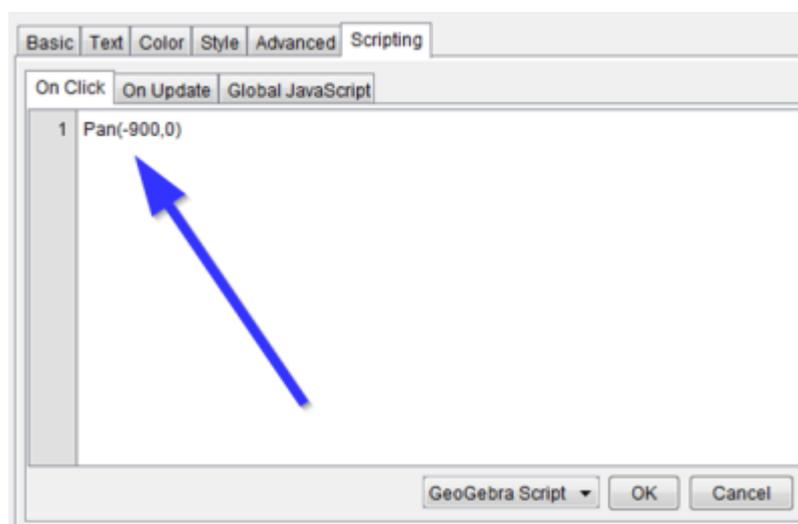
3. Untuk membuat tombol yang dipakai menggeser ke arah kanan, lakukan dengan cara yang serupa hanya diganti pada bagian **Caption** dan **Script**.



Tempatkan tombol ini di kanan bawah (atau tempat lain yang sesuai).



4. Sembunyikan sumbu atau objek bantu lain. Ujilah tampilan ini dengan mengklik tombol kiri dan kanan. Aturlah nilai pergeseran sesuai besar layar tampilan. Sebagai contoh apabila pergeseran 800 piksel masih kurang maka kita harus mengedit Script. Lakukan pengeditan dengan mengklik kanan **Button** dan pilih **Object Properties**, pilih tab **Scripting**. Ganti nilai parameter Pan secara horisontal menjadi lebih besar atau lebih kecil sesuai kondisi tampilan.



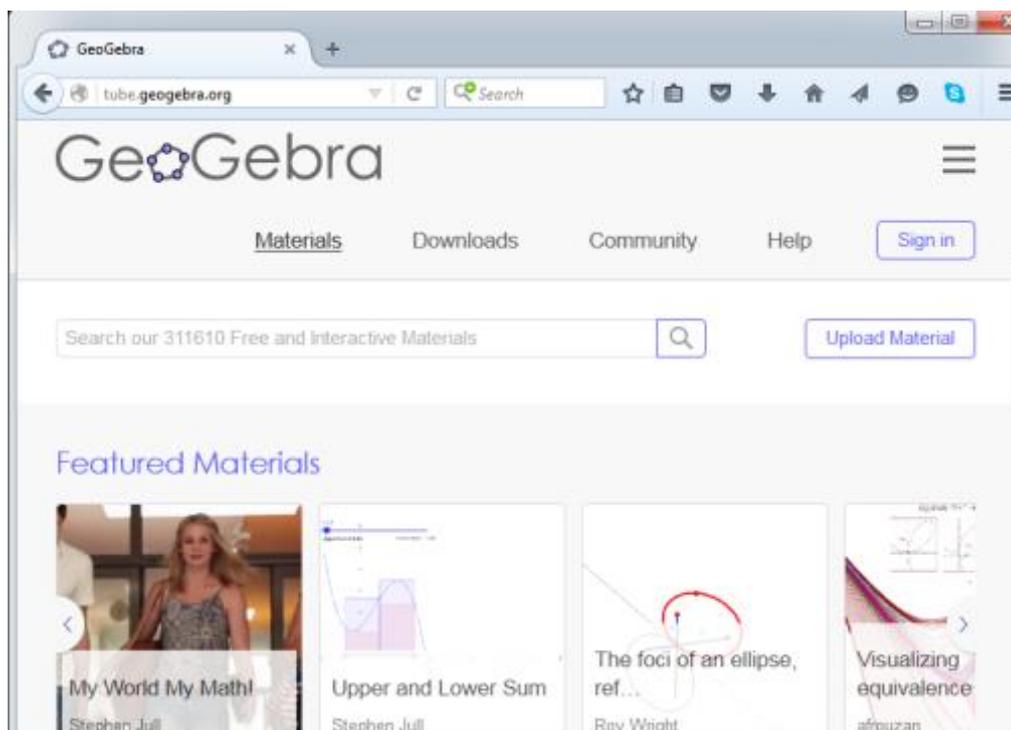
5. Untuk pengaturan lebih lanjut dapat kita kembangkan misalnya jika posisi layar sudah berada pada posisi paling kiri, jika diklik tombol untuk bergeser ke kiri maka harusnya layar sudah tidak bergeser lagi karena sudah mentok. Selain itu tampilan ini juga dapat dikostumisasi menjadi pergeserannya tidak hanya horisontal tapi juga ke arah vertikal. Selain

perintah Pan, kita juga dapat menggunakan perintah untuk Zoom untuk pengembangan lebih lanjut.

Aktivitas 3: Mendaftar di GeoGebra Tube

Untuk membuat publikasi media GeoGebra yang bersifat online kita dapat memanfaatkan situs GeoGebra Tube dimana di situs ini dapat digunakan untuk mengupload file GeoGebra yang sudah kita buat sehingga dapat digunakan dan dimanfaatkan orang lain. Langkah pertama untuk menggunakan GeoGebra Tube sebagai media publikasi adalah mendaftarkan akun. Langkah pendaftarannya adalah sebagai berikut:

1. Masuk ke situs **tube.geogebra.org**. Kemudian klik di **Sign In**.



2. Pada laman ini jika kita sudah memiliki akun dapat langsung melakukan login. Jika belum, klik pada **Create Account**.



3. Pada form pendaftaran kita dapat melakukan pendaftaran menggunakan alamat email ataupun dengan menggunakan akun layanan Google, Office 365, Microsoft, Facebook dan Twitter.

Sign up using a login from ...



Sign up using GeoGebra login

E-mail

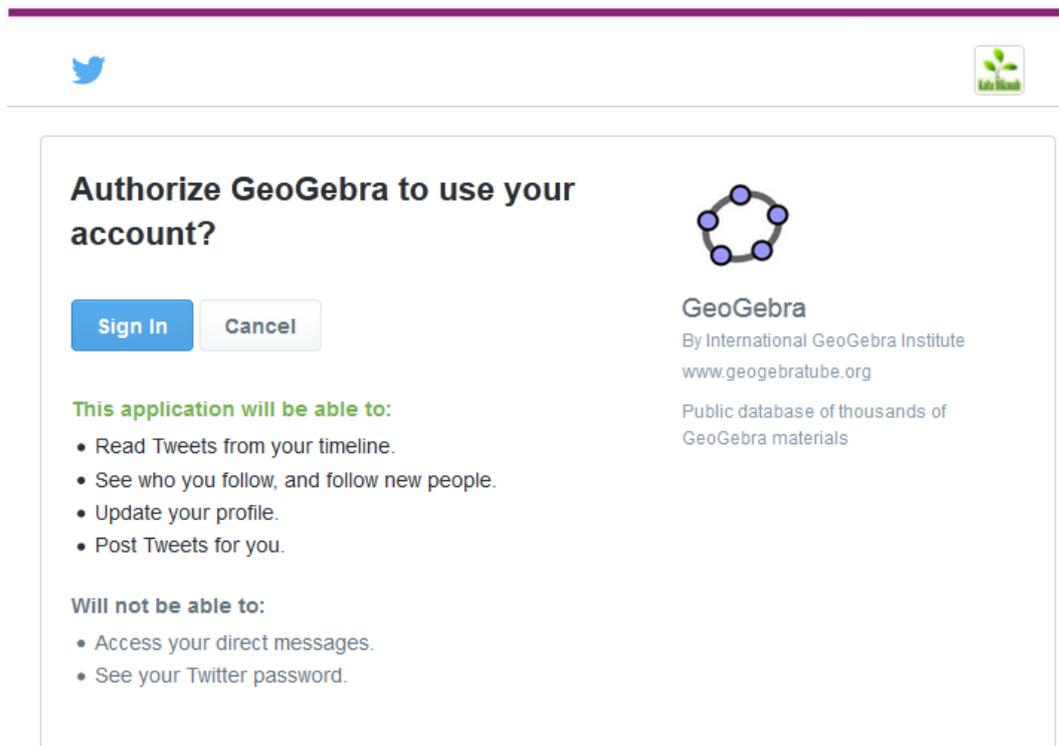
Username

Password

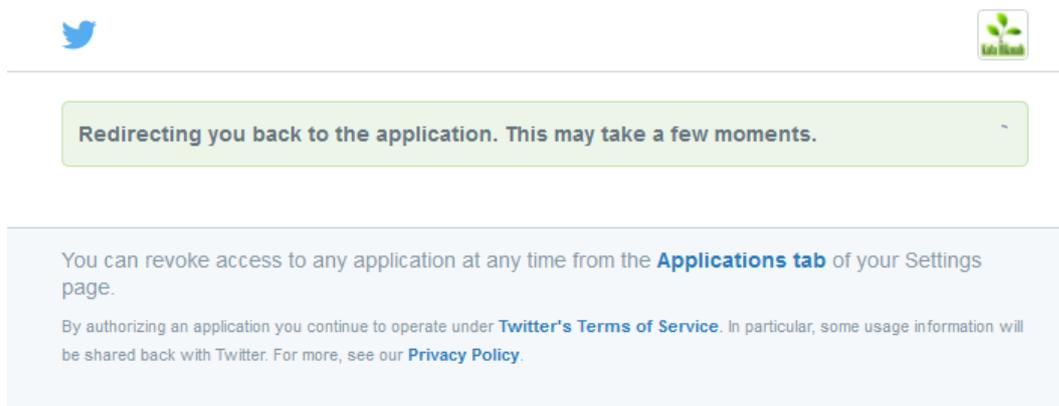
Password confirmation

By creating an account you agree to our [Terms & Privacy Policy](#).

4. Sebagai contoh, apabila kita ingin mendaftar menggunakan Twitter maka klik pada ikon Twitter. Pastikan kita sudah login ke akun Twitter kita. Pada layar akan muncul konfirmasi dari Twitter. Klik pada **Sign In**.



Dalam beberapa saat akan muncul pesan halaman Twitter bahwa proses otorisasi berhasil dan laman akan kembali ke laman GeoGebra Tube.



Setelah itu kita akan diminta untuk melengkapi data yaitu email dan username. Klik **Create Account** untuk melanjutkan.

Sign up

Sign up using your Twitter login

E-mail

Username

By creating an account you agree to our [Terms & Privacy Policy](#).

[Create Account](#)

5. Contoh lain jika kita mendaftar menggunakan Google, maka kita harus login terlebih dahulu dengan akun Google.



Masuk untuk menambahkan akun lain

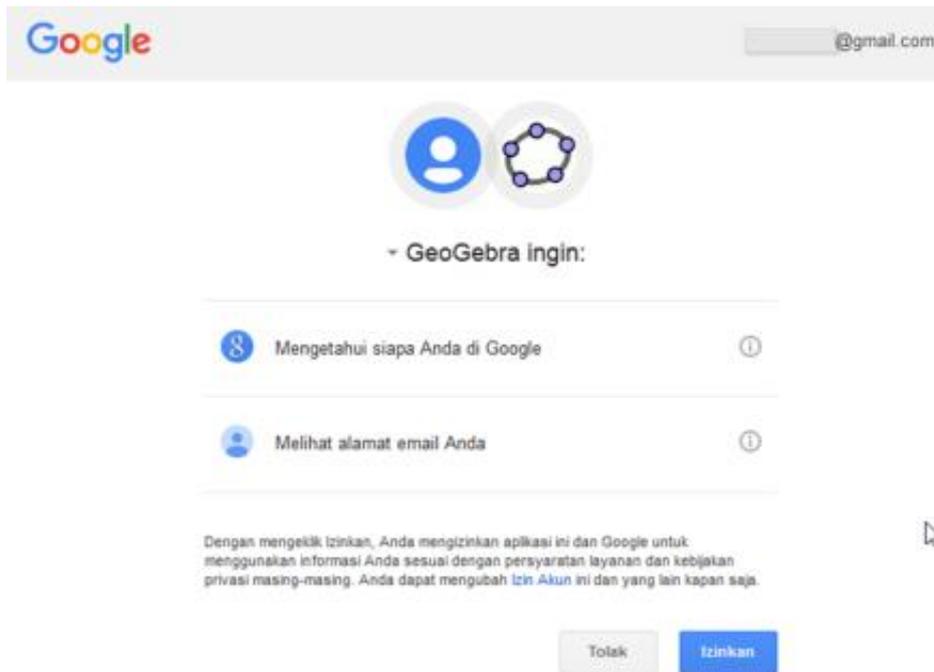
Sandi

Masuk

[Butuh bantuan?](#)

Pada langkah berikutnya akan muncul notifikasi untuk otorisasi. Klik tombol **Izinkan**.

Kegiatan Pembelajaran 10



Google @gmail.com

GeoGebra ingin:

- Mengetahui siapa Anda di Google
- Melihat alamat email Anda

Dengan mengklik Izinkan, Anda mengizinkan aplikasi ini dan Google untuk menggunakan informasi Anda sesuai dengan persyaratan layanan dan kebijakan privasi masing-masing. Anda dapat mengubah [Izin Akun](#) ini dan yang lain kapan saja.

Tolak Izinkan

Isikan data lengkap di formulir yang tersedia. Masukkan foto jika perlu. Klik **Save** untuk menyimpan.

Account settings

Personal Information

Name

I'm using GeoGebra as Student Teacher Not specified

Gender Female Male Not specified

Year of Birth

Location

Language

Website

About Use this field to tell the community more about you. You decide what goes here.
Some ideas: Your hobbies, your mathematical or scientific interests, what you are using GeoGebra for.

B **I** $f(x) =$ [www](#)    

Notification

I want to receive occasional newsletters from GeoGebra

[Save](#)

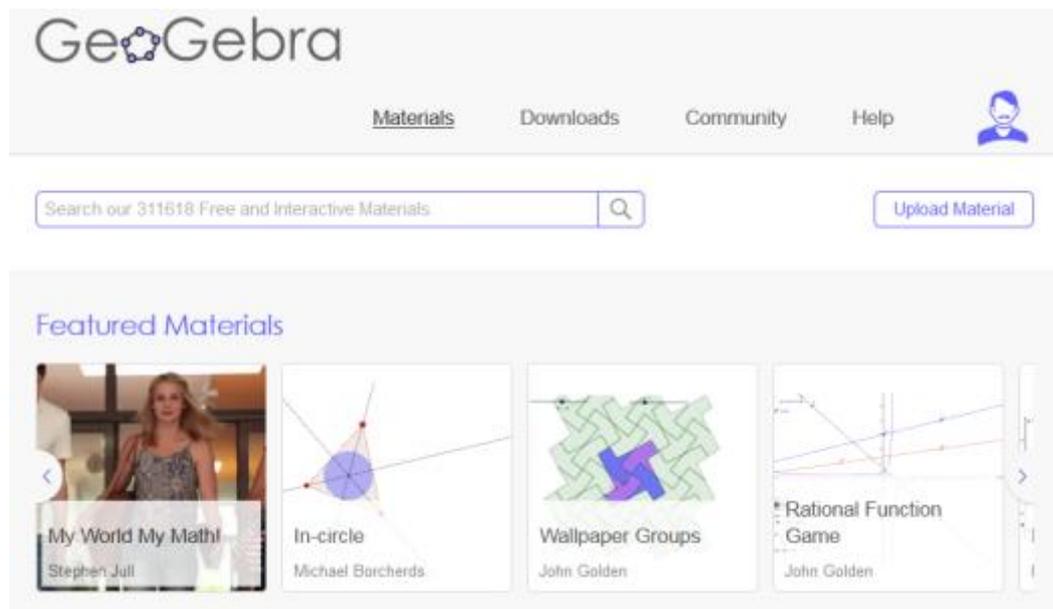
Profile Picture

[Add photo](#)

Aktivitas 4: Publikasi di GeoGebra Tube

Pada aktivitas ini kita akan mengupload media GeoGebra yang sudah kita buat ke situs Geogebra Tube. Berikut ini langkahnya.

1. Silahkan login ke GeoGebra Tube. Setelah berhasil login, klik **Upload Material**



2. Pada bagian Upload File klik tombol Browse dan kemudian pilih file GGB yang ingin diupload. Selanjutnya klik **Upload**.

Kegiatan Pembelajaran 10

GeoGebra

[Materials](#) [Downloads](#) [Community](#) [Help](#) 

Search our 311624 Free and Interactive Materials

Creation progress: 20 %

Upload Material

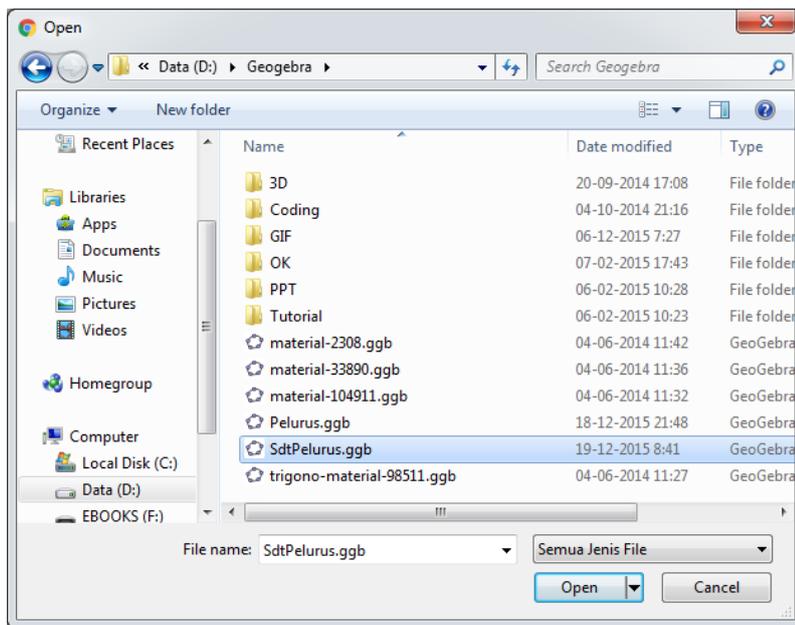
Please upload a GeoGebra file or provide a web address to some online GeoGebra material.

Upload File
Choose a file from your computer. Just files with extension `ggb`, `ggt`, `csv`, `mp3`, `mid` are allowed. Files should not be larger than 2 megabytes.

No file selected.

Web Address
Provide a web address to a GeoGebra material. This could be a link to a worksheet, tutorial, article, or video.

or



Creation progress: 20 %

Upload Material

Please upload a GeoGebra file or provide a web address to some online GeoGebra material.

Upload File
Choose a file from your computer. Just files with extension `ggb`, `ggt`, `csv`, `mp3`, `mid` are allowed. Files should not be larger than 2 megabytes.

SdtPelurus.ggb

- Masukkan deskripsi dari lembar kerja ini pada bagian **information for students** terutama pada bagian Description untuk menjelaskan singkat tentang media ini.

Information for Students

This information will be shown on the student worksheet. Please provide a short explanation for students above the applet, and specific tasks below the applet.

Description or explanation for students appearing above the applet (optional)

Please provide some short description or explanation for your students that should be shown above the applet.

B **I** $f(x) =$ **www**    

Sudut Berpelurus|

- Selain itu isikan juga instruksi atau pertanyaan pada kolom **Questions or tasks for students** untuk memandu penggunaan media. Klik **Continue** untuk melanjutkan.

Questions or tasks for students appearing below the applet (optional)

Please provide some specific questions or tasks for your students that should be shown below the applet.

B **I** $f(x) =$ **www**    

Gerakkan slider dan amati perubahan dari kedua sudut. Apa yang terjadi dengan nilai-nilai sudut tersebut?

Restart Upload

Continue

- Untuk Informations for other teachers isikan data pada form yang disediakan. Informasi ini ditujukan untuk guru.

Kegiatan Pembelajaran 10

Creation progress: 70 %

Information for other Teachers

This information will be shown on the material page. It is intended for other teachers who will be able to use and comment on your material.

Title

The title of your material is shown on the material page and on the student worksheet.

Description

This description will be visible on the material page, but it will not be shown on the student worksheet.

B **I** $f(x) =$ **www**    

5. Jika sudah informasi sudah diisikan klik tombol **Save**

Language

Please choose the main language of your material.

Target Group (Age)

The age of the students this material is intended for.

Age: 3 – 19+

Tags

Tags are key words to describe your material and help with searching. You and other users can add new tags later.

Visibility

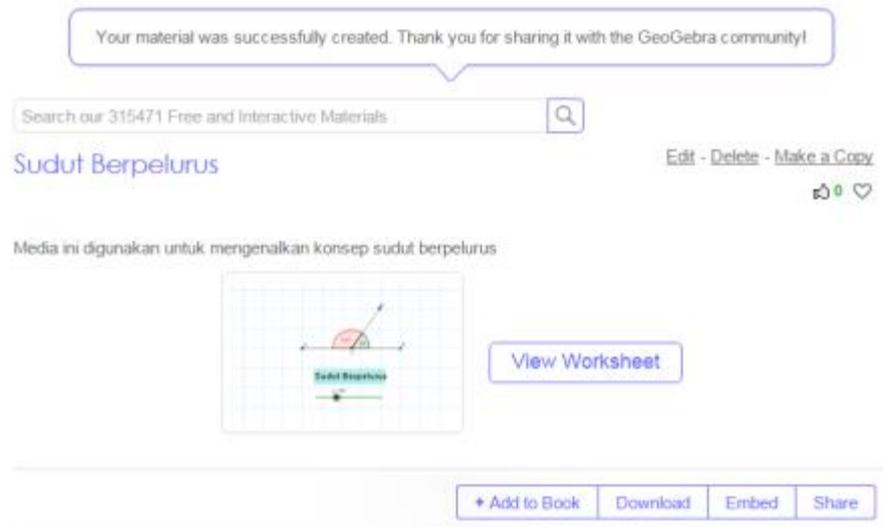
Please choose whether you want to share this material with others or keep it private

- Public** - Everyone can find and view this material. Thank you for sharing it with the community!
- Shared with Link** - Only users who have the link can view this material.
- Private** - Only you can find and view this material.



By uploading a material you agree to publish your work under the [Creative Commons: Attribution Share Alike](#) license.

6. Jika tidak ada masalah dan file berhasil diunggah maka akan ada konfirmasi bahwa media yang kita unggah ke GeoGebra Tube telah berhasil dan dapat diakses online.

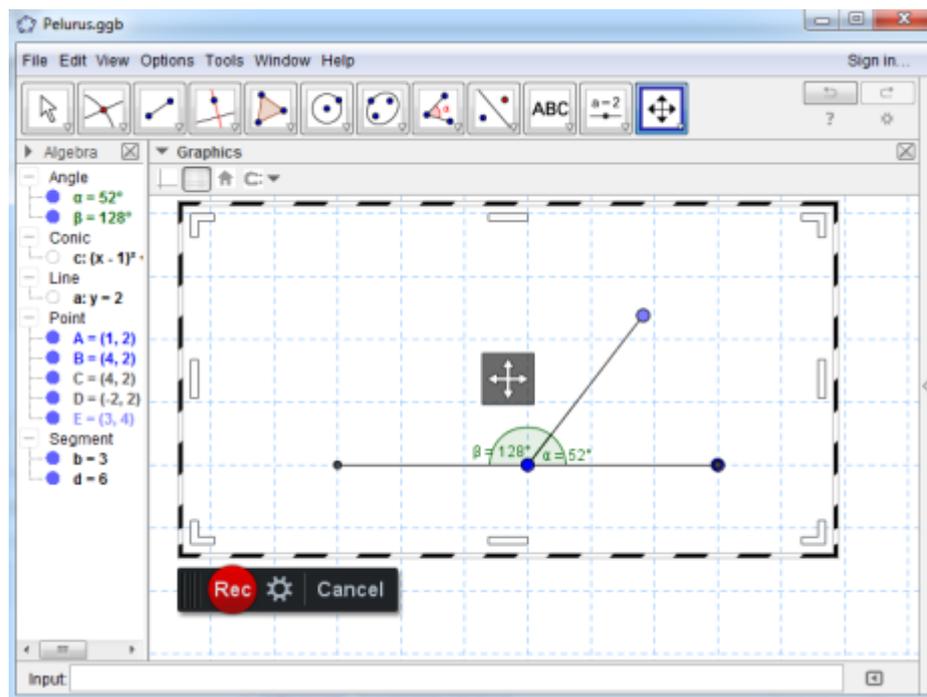


Aktivitas 5: Pengembangan Video Multimedia Dengan Screencast dan GeoGebra

Video merupakan salah satu jenis media yang cukup penting dalam pembelajaran. Video dapat memberikan gambaran visual secara lebih jelas, mudah diikuti dan secara teknis mudah dijalankan di berbagai perangkat serta cukup mudah didistribusikan. Dalam pembelajaran penggunaan video dapat dimaksimalkan dan diharapkan mampu membuat tujuan pembelajaran lebih mudah tercapai. Salah satu teknik yang dapat dimanfaatkan untuk membuat video adalah dengan screencast. Pada kasus ini screencast yang kita rekam adalah tampilan dari GeoGebra. Kita seolah-olah sedang menjelaskan materi tertentu di depan kelas dan memanfaatkan GeoGebra sebagai medianya. Dengan menggunakan screencast proses pembelajaran tadi secara audio visual kita rekam sehingga menjadi bentuk video. Untuk contoh yang akan kita praktikkan di aktivitas ini adalah menggunakan software Screencast-o-matic (dapat diunduh dari screencast-o-matic.com). Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Kegiatan Pembelajaran 10

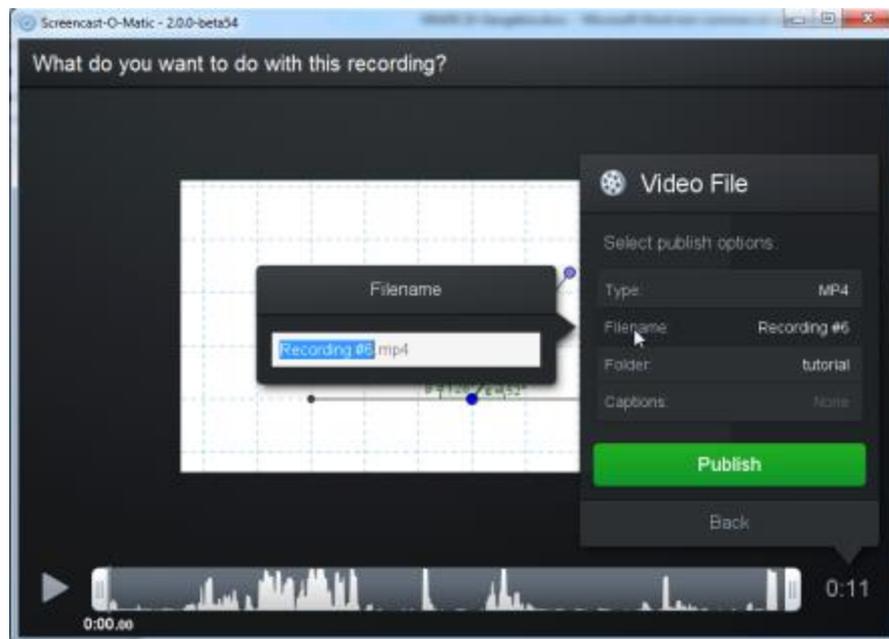
1. Siapkan media GeoGebra yang akan direkam. Sedapat mungkin tampilan dibuat cukup jelas dan gunakan area perekaman yang tidak terlalu besar. Pastikan juga peralatan yang akan digunakan sudah siap, terutama mikrofon.
2. Buka aplikasi *screencast* dan tandai area perekaman dengan tepat. Usahakan area perekaman tidak terlalu besar dan juga tidak terlalu kecil.



3. Untuk mulai perekaman klik **Rec**. Berikan penjelasan seolah-olah sedang menjelaskan materi di depan audiens. Jangan lupa untuk menggunakan mouse untuk menunjukkan atau menjelaskan konsep secara dinamis dengan memanfaatkan dinamisnya GeoGebra (misalnya dengan menggeser objek, mengatur slider dll)
4. Jika proses belum sesuai harapan maka lakukan perekaman ulang sampai diperoleh rekaman yang diharapkan. Jika video sudah sesuai harapan, klik pada tombol **Done**.
5. Untuk menyimpan ke file video klik pada **Save as video file**.



Pilih tipe file video, nama file dan tentukan lokasi file yang akan dihasilkan. Setelah itu klik **Publish**.

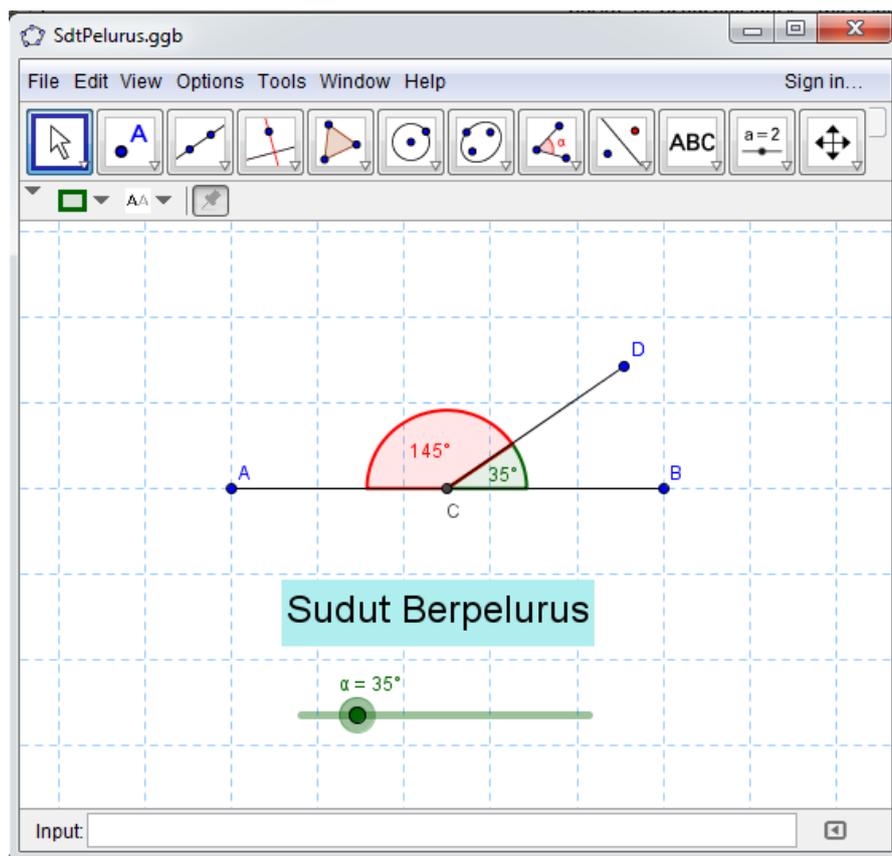


6. File video yang sudah jadi dapat disalin, disebarikan maupun diunggah ke internet, misalnya ke situs jejaring sosial maupun situs *video sharing* seperti Youtube.

Aktivitas 6: Membuat file GIF dari GeoGebra

Dalam dunia grafis, file animasi berbentuk GIF telah sekian lama digunakan dan bahkan dapat dikatakan merajai file animasi yang praktis, relatif kecil dan dapat dijalankan di berbagai aplikasi. File animasi GIF dapat berjalan di platform web maupun di aplikasi seperti PowerPoint. GeoGebra dapat digunakan untuk membuat file animasi GIF dengan menu yang tersedia. Berikut ini langkah pembuatannya.

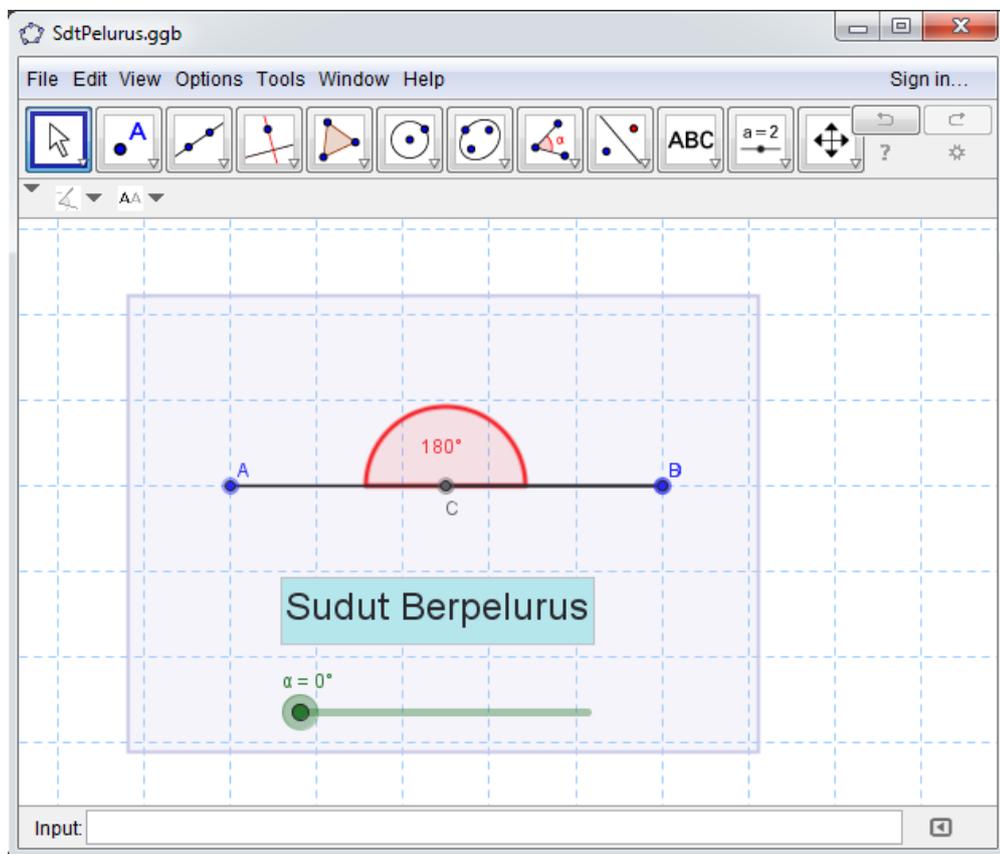
1. Siapkan sebuah file GeoGebra yang di dalamnya terdapat objek dinamis yang diatur dengan slider. Sebagai contoh media berikut yang dapat digunakan untuk mengenalkan sudut berpelurus dimana slider digunakan untuk mengatur besar sudut.



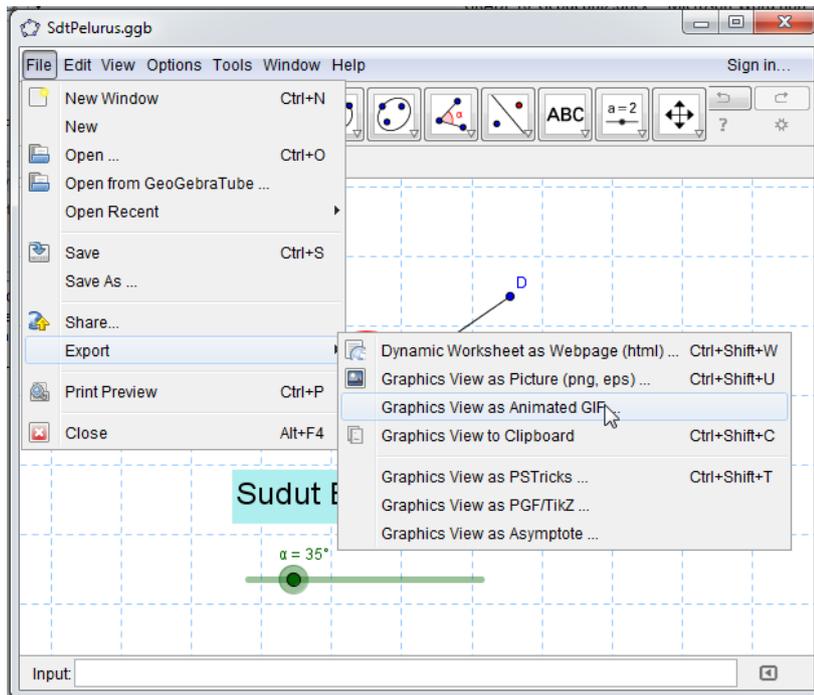
2. Pastikan semua objek sudah berjalan sesuai yang diharapkan, terutama pada bagian slidernya. Perlu dipertimbangkan juga bahwa sebaiknya increment pada slider hendaknya dibuat jangan terlalu kecil. Misalnya

untuk slider berupa nilai sudut pada contoh ini sebaiknya increment dibuat 5° atau 10° . Semakin kecil *increment* maka ukuran file GIF akan semakin besar.

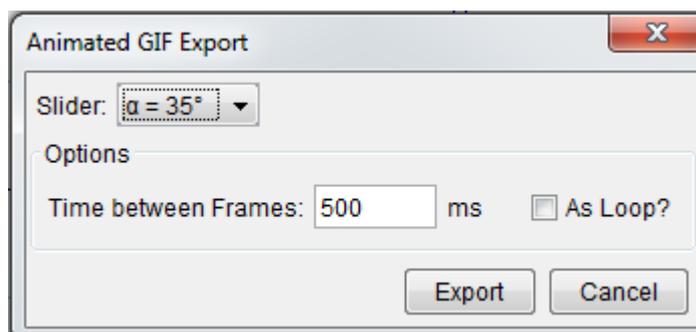
3. Untuk mengeksport media ini ke file animasi GIF ini sebaiknya tandai (mem-blok) area yang akan diekspor yaitu dengan menyeleksi area di jendela Geogebra. Jika tidak ditandai maka animasi akan dibuat satu layar yang aktif. Agar file GIF tidak membengkak maka tandai area seminimal mungkin yang penting informasi penting dari media tidak ada yang terlewat.



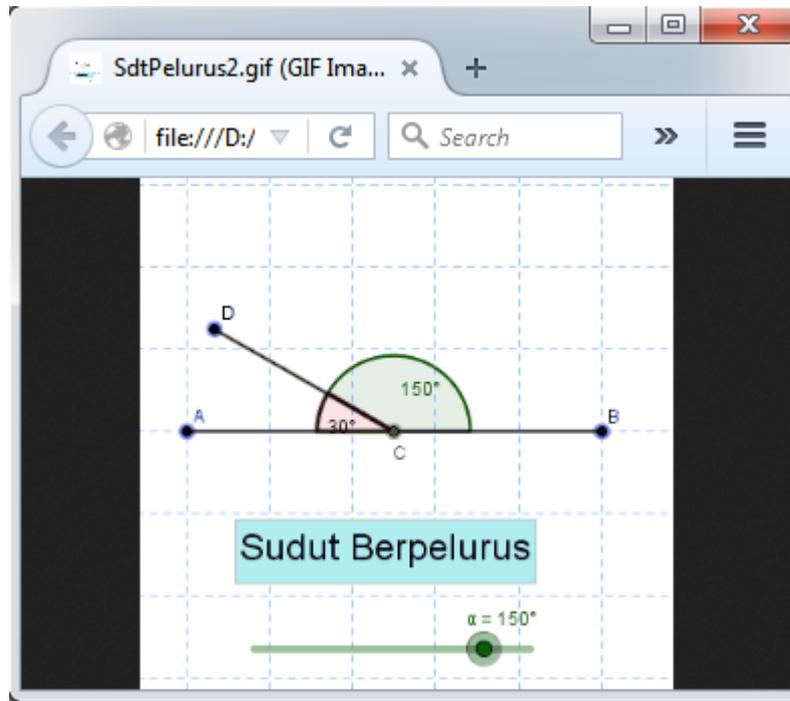
4. Klik **File-Export-Graphics view as animated GIF** untuk memulai konversi ke GIF.



5. Pilih slider yang akan dipakai sebagai acuan dan tentukan setting dari file GIF yang akan dibuat yaitu waktu jeda antar frame (atau kecepatan animasi) dan perulangan atau Loop. Untuk perulangan, jika As Loop tidak dicentang maka animasi GIF hanya akan berjalan satu putaran dan setelah itu akan berhenti.



6. Tunggu beberapa saat sampai proses ini selesai dan file GIF terbentuk. Untuk menjalankan animasi GIF ini dapat dilakukan dengan Preview pada Windows Explorer atau dibuka menggunakan Browser Internet seperti Mozilla FireFox, Chrome dll. File GIF juga dapat dijalankan pada aplikasi presentasi seperti PowerPoint.

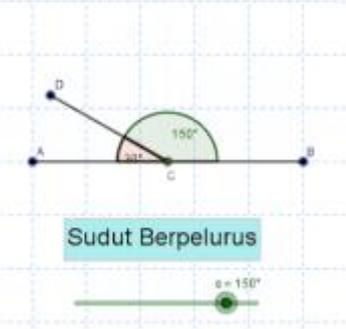


Aktivitas 7: Integrasi Media GeoGebra dengan Blog dan Media Sosial

Media yang sudah dipublikasikan baik ke GeoGebra Tube atau yang dikonversi ke file GIF dan juga yang dibuat menjadi video dapat diunggah ke media online. Untuk file yang berupa animasi GIF dapat diunggah dengan mudah seperti file gambar biasa. Namun, untuk Facebook sampai saat ini belum mendukung GIF secara langsung (animasi tidak dapat dijalankan langsung) namun harus diunggah ke situs lain dulu (misalnya giphy.com, imgur.com, dll). Setelah diunggah di situs tersebut link atau URL dari file GIF dibagikan ke status Facebook. Untuk Twitter dan blog sudah langsung dapat dijalankan. Sedangkan untuk bentuk video maka video tersebut dapat juga diunggah ke web, blog, media sosial lain atau diunggah dulu ke situs *video sharing* seperti **Youtube** dan kemudian ditempelkan (*embed*) ke blog atau media online lain.

Jumat, 18 Desember 2015

Sudut Berpelurus



Sudut Berpelurus

Animasi yang menunjukkan sudut berpelurus

Diposkan oleh tamimp4tk di 19:13

Mengenai Saya

tamimp4tk
Lihat profil lengkapku

Arsip Blog

2015 (6)

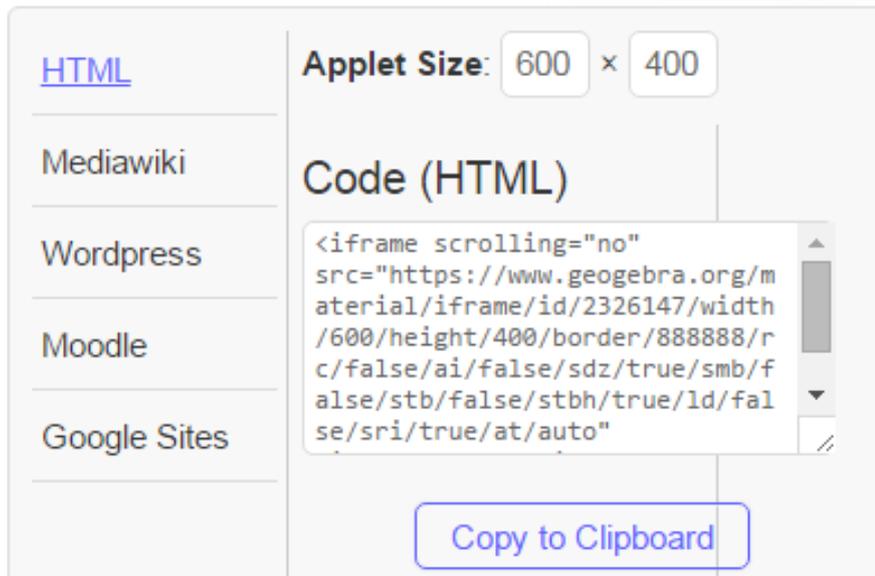
- Desember (2)
 - Sudut Berpelurus
 - Nilai Pi
- November (4)

Khusus, untuk media GeoGebra yang dapat langsung dijalankan secara interaktif secara online dapat menggunakan media yang sudah kita unggah di GeoGebra Tube. Dalam hal ini media GeoGebra yang akan kita pakai sudah dikonversi ke format applet dan dapat dimasukkan ke blog atau website. Sejauh ini untuk situs-situs media sosial belum mendukung penggunaan applet. Untuk memasukkan applet ke blog, ikuti langkah berikut.

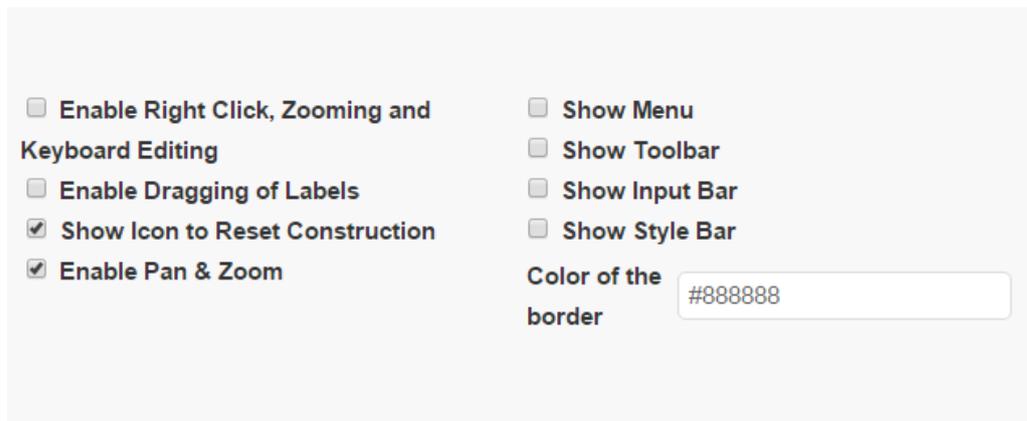
1. Bukalah media di GeoGebra Tube yang sudah kita unggah sebelumnya. Untuk mendapatkan media yang sudah kita buat tersebut silahkan masuk ke **tube.geogebra.org** dan login ke situs tersebut.
2. Cari bagian **My Materials** dan pilih salahsatu media yang akan kita gunakan.

- Setelah terbuka jendela baru dari media yang kita upload klik pada bagian menu Embed (ada pada menu bagian kanan atas).

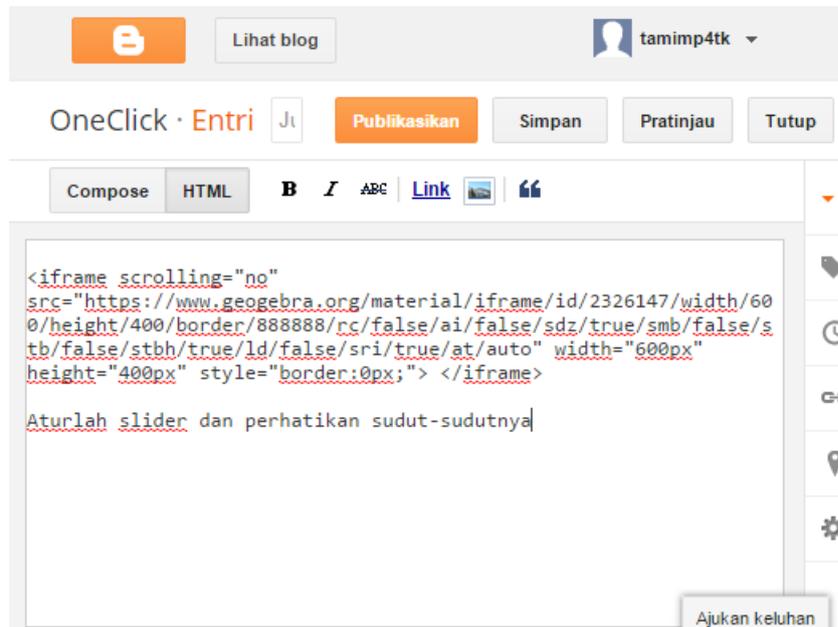
- Pada bagian kode Embed pilih jenis media online yang akan kita pakai (HTML, MediaWiki, Wordpress, Moodle atau Google Sites). Umumnya, yang digunakan adalah HTML.



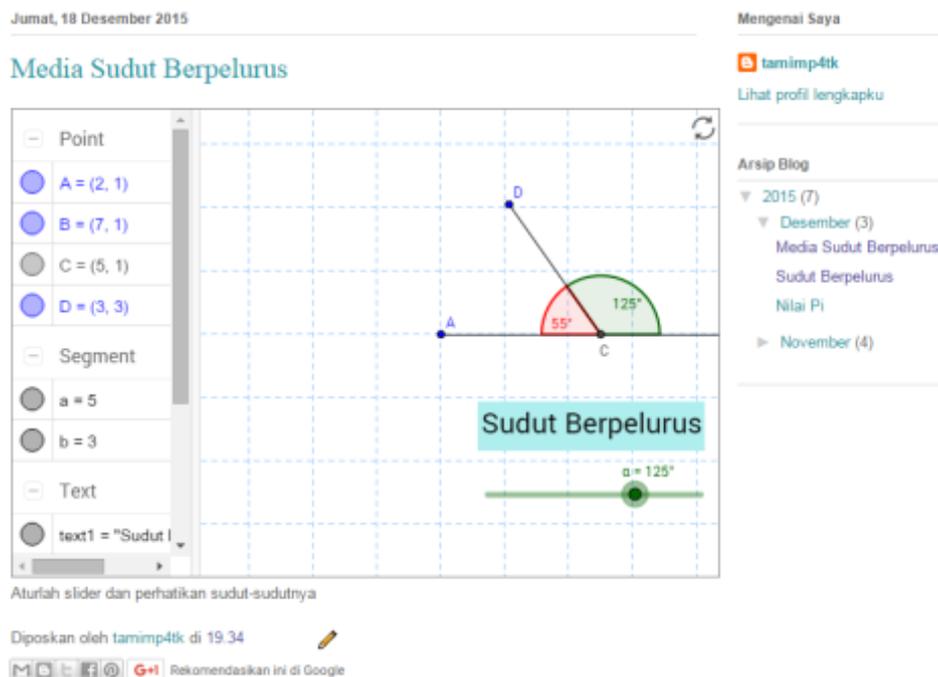
Kita juga dapat menyetting tampilan apa yang muncul atau tidak muncul di applet, misalnya apakah perlu menampilkan menu, toolbar dll.



5. Jika sudah selesai, klik pada Copy to Clipboard untuk menyalin kode HTML tersebut ke *clipboard*.
6. Silahkan buka editor blog (dalam hal ini kita gunakan Blogger) dan salin kode HTML tadi ke dalam editor blog (pastikan mode editornya menggunakan mode HTML)



Untuk tampilan blog yang sudah dipublikasikan dan berisi applet HTML akan tampak seperti gambar berikut. Tampilan applet ini bersifat interaktif dimana kita dapat mengatur slider atau menggeser objek dll seperti ketika menggunakan GeoGebra secara offline.



E. Latihan/Tugas

Latihan 1.

Buatlah sebuah media pembelajaran dengan GeoGebra yang tampilan *layout*-nya dibuat sedemikian rupa sehingga tidak lagi menggunakan layout dan pewarnaan standar GeoGebra. Selain itu gunakan teknik navigasi menggunakan perintah **Pan** untuk membuat layar tampilan seperti *slide* dimana tampilan dapat diatur untuk berpindah antar *slide* menggunakan tombol.

Latihan 2.

Unggahlah media pembelajaran yang telah dibuat pada latihan 1 ke GeoGebra Tube. Berikan deskripsi dan cara penggunaan media dengan lengkap.

Latihan 3.

Buatlah media pembelajaran berupa video dan narasinya dengan memanfaatkan GeoGebra sebagai media yang direkam. Unggah video tersebut ke situs Youtube atau blog.

F. Rangkuman

Dalam pengembangan media pembelajaran GeoGebra, faktor-faktor layout dan tampilan meskipun tidak secara langsung memengaruhi substansi pembelajaran namun menjadi salah satu hal yang patut dipertimbangkan dan diketahui. Layout yang indah serta navigasi yang intuitif akan membuat pengguna menjadi lebih nyaman dan betah dalam penggunaan. Ada beberapa teknik untuk kostumisasi yang dibahas dalam modul ini diantaranya menggunakan pewarnaan yang bervariasi serta membahas teknik membuat navigasi menggunakan slider, serta perintah **Pan** dan **Zoom**.

Bagian lain modul ini membahas publikasi media GeoGebra ke media lain, yakni animasi GIF dan video serta membahas bagaimana publikasi menggunakan Internet, khususnya melalui GeoGebra Tube dan blog.

G. Umpan Balik

Setelah Anda mengerjakan aktivitas dan mencoba menjawab latihan perhatikan kembali apakah aktivitas dan jawaban latihan Anda sudah sesuai dengan perintah/pertanyaan. Jika Anda masih kesulitan dalam mengerjakan aktivitas pembelajaran atau masih belum menemukan jawaban yang benar silahkan membaca kembali uraian materi di kegiatan pembelajaran ini. Jika Anda sudah dapat melakukan semua aktivitas, latihan dan tugas pada kegiatan belajar ini maka Anda telah menguasai materi yang ada di bagian modul ini dan silahkan melanjutkan mempelajari kegiatan pembelajaran berikutnya. Jika belum terselesaikan semua, ulangi kembali untuk dapat memahami materi yang disampaikan.

Evaluasi

1 Tool GeoGebra yang digunakan untuk menyalin lingkaran adalah:

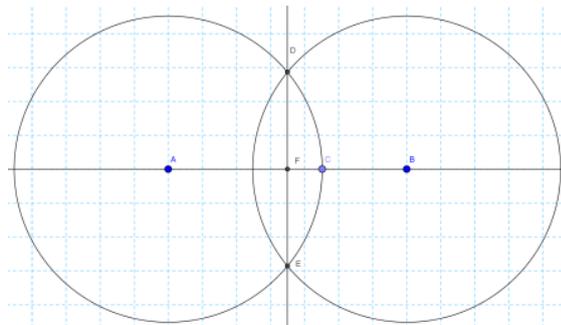
A.  Circle with Center through Point

B.  Circle with Center and Radius

C.  Compass

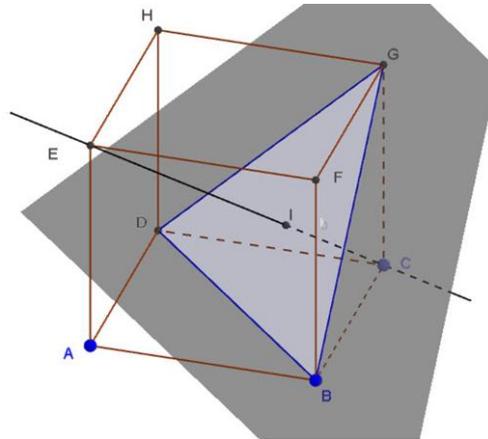
D.  Circle through 3 Points

2. Langkah konstruksi seperti ditunjukkan oleh gambar berikut dapat digunakan untuk konstruksi berikut ini, **kecuali...**



- A. Segitiga siku-siku
- B. Garis tegak lurus
- C. Titik tengah di antara dua titik
- D. Segitiga samasisi

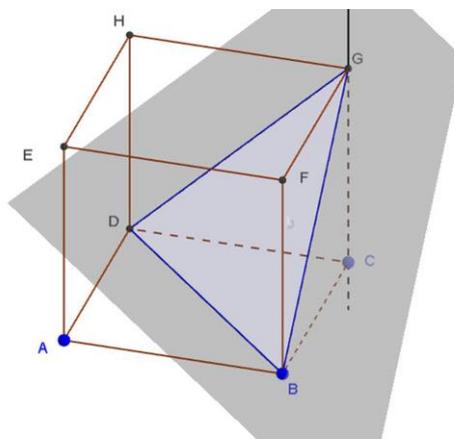
3. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH berikut,



Jika titik I adalah titik potong garis EC dengan bidang BDG, maka jarak titik E ke bidang BDG dapat kita tentukan dengan perintah – perintah berikut, kecuali

- A. `Distance[E, Polygon[B,D,G]]`
- B. `Distance[E, Plane[B,D,G]]`
- C. `Distance[E, I]`
- D. $2 * \text{Distance}[E, C] / 3$

4. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH berikut,



Diketahui panjang rusuk kubus = 1, panjang diagonal bidang sisi = 1,41 dan panjang diagonal ruang = 1,73. Nilai dari $\tan(\text{Angle}[\text{Line}[\text{C}, \text{G}], \text{Plane}[\text{B}, \text{D}, \text{G}]])$ adalah ...

- A. 0,52
 - B. 0,71
 - C. 1,15
 - D. 1,22
 - E.
5. Diketahui matriks A,

```

CAS
1
○ A:={{a,b},{c,d}}
  → A := ( a b
            c d
    
```

Hasil dari $\text{Invert}[\text{Transpose}[\text{A}]]$ adalah ...

- A. $\begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} \frac{c}{ad-bc} & -\frac{d}{ad-bc} \\ -\frac{b}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{c}{ad-bc} \\ -\frac{b}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{c}{ad-bc} \\ -\frac{b}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}$

6. Diketahui vektor \vec{a} dan \vec{b}

```

CAS
1
● a:=Vector[(1,2,3)]
  → a := ( 1
            2
            3
2
● b:=Vector[(-1,-1,1)]
  → b := ( -1
            -1
            1
    
```

Hasil dari **Angle[a, b]** adalah

- A. 0
- B. $\frac{1}{4}\pi$
- C. $\frac{1}{3}\pi$
- D. $\frac{1}{2}\pi$

7. Perhatikan bentuk trigonometri berikut

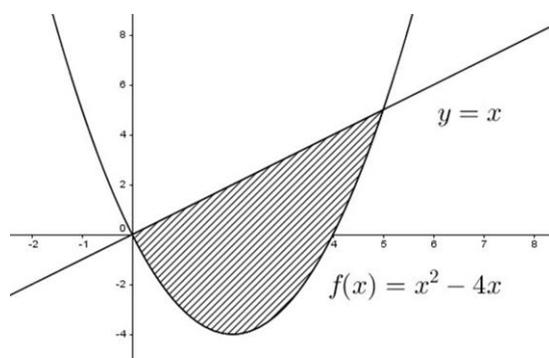
```

▶ CAS
1 p:=(sin(A)*cos(B)+cos(A)*sin(B))/(sin(A)*cos(B)-cos(A)*sin(B))
→ p :=  $\frac{\sin(A) \cos(B) + \sin(B) \cos(A)}{\sin(A) \cos(B) - \sin(B) \cos(A)}$ 
    
```

Hasil dari **TrigCombine[p]** adalah

- A. $\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}$
- B. $\frac{\sin(A+B)}{\sin(A-B)}$
- C. $\frac{\cos(A-B)}{\cos(A+B)}$
- D. $\frac{\cos(A+B)}{\cos(A-B)}$

8.



Hasil dari **IntegralBetween[x^2-4x, x, 0, 5]** adalah ...

- A. $-\frac{56}{3}$
- B. $-\frac{125}{6}$
- C. $\frac{56}{3}$
- D. $\frac{125}{6}$

9. Untuk membuat animasi GIF dalam GeoGebra, dalam media yang dibuat harus ada minimal satu buah...

- A. **Input bar** C. **Checkbox**
- B. **Slider** D. **Button**

10. Untuk menggeser fokus dari layar GeoGebra, baik secara vertikal maupun horisontal, digunakan perintah (*command*)

- A. **ZoomIn** C. **Pan**
- B. **ZoomOut** D. **Move**

Kunci Jawaban :

1. C 2. D 3. A 4. B 5. C 6. B 7. B 8. D 9. B 10. C

Daftar Pustaka

Judith & Markus Hohenwarter. *Introduction to GeoGebra 4.4*.
<http://static.geogebra.org/book/intro-en.pdf>. Diakses Desember 2015.

Bu, Lingguo, and Robert Schoen. *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra*. Vol. 6. Springer Science & Business Media, 2012.

Gerrit Stols, *Geogebra in 10 Lessons*, 2009.

<http://archive.geogebra.org/workshop/en/GerritStols-GeoGebra-in10Lessons.pdf>. Diakses Desember 2015.

Budi Suryatin, Sudigdo P., A. Henny Setyawan, R. Susanto Dwi N., Buku *MATEMATIKA Untuk SMP dan MTs Kelas VIII*.

Soewardi, *Melukis Bentuk Geometri*, Gramedia Jakarta, 1984

Daftar Pustaka

Data Penulis dan Penelaah

A. Data Penulis

1. Nama : Muh Tamimuddin Hidayatullah, M.T.
Jabatan : Widyaiswara Muda
Instansi : PPPPTK MATEMATIKA
Alamat : Jl. Kaliurang Km. 6 Sambisari, Condongcatur, Depok,
Sleman, DIY
No Telp/Hp : 081226123445
Email : tamimp4tk@gmail.com
2. Nama : Abdul Karim, S.Pd..
Jabatan : Guru
Instansi : SMP Nasima
Alamat : Jl. Depok Dalam III No. 6 Pedurungan
No Telp/Hp : 08122264726
Email : thilelogic2003@gmail.com

B. Data Penelaah

1. Nama : Retno Siswanto, S.Pd.Si., M.Pd.
Jabatan : Guru
Instansi : SMAN 1 Cikurur Banten
Alamat : Kp. Kebon Cav 03/09 Cijoropasir Rangkasbitung
No Telp/Hp : 0857772763558
Email : konvergen212@gmail.com
2. Nama : Fadjar Noer Hidayat, S.Si.,M.Ed.
Jabatan : Widyaiswara Muda
Instansi : PPPPTK MATEMATIKA
Alamat : Jl. Kaliurang Km. 6 Sambisari, Condongcatur, Depok,
Sleman, DIY
No Telp/Hp : 08157916886
Email : abu.zidan@gmail.com

PPPPTK MATEMATIKA

Jalan Kaliurang Km. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, D.I.Y.

Telepon: (0274) 885725, 881717, 887755 Faksimile: (0274) 885752

Laman: www.p4tkmatematika.org

E-mail: sekretariat@p4tkmatematika.org