

Inspirasi Pembelajaran yang Memperkuat Numerasi

Pada Mata Pelajaran Matematika
untuk Jenjang Sekolah Menengah Pertama



Direktorat Sekolah Menengah Pertama

Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Tahun 2021

Inspirasi Pembelajaran yang Memperkuat Numerasi

Pada Mata Pelajaran Matematika
untuk Jenjang Sekolah Menengah Pertama



Direktorat Sekolah Menengah Pertama

Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Tahun 2021

Hak Cipta © 2021 pada
Direktorat Sekolah Menengah Pertama
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi RI

Dilindungi Undang-Undang

Milik Negara– Tidak Diperdagangkan

Inspirasi Pembelajaran yang Memperkuat Numerasi pada Mata Pelajaran Matematika untuk Jenjang Sekolah Menengah Pertama

Pengarah

Direktur SMP
Drs. Mulyatsyah, M.M.

Penanggungjawab

Koordinator Bidang Penilaian
Dra. Ninik Purwaning Setyorini, M.A.

Penulis

Dicky Susanto, Ed.D, Savitri Sihombing, M.Sc., Marianna Magdalena Radjawane, M.Si.,
Ambarsari Kusuma Wardani, M.Pd.

Penelaah

Prof. Dr. Ratu Ilma Indraputri.
Dr. Agus Muji Santosa, M.Si.

Kontributor

Dra. Nikensari, M.Ed., Sulastri, S.Pd., M.Si., Sri Sumarni Styati, M.A, Elly Wismayanti, S.Sos.,
Noprigawati, S.Sos., M.Si., Nailus Saadah, S.Pd, Ali Wibawa, S.Pd.

Editor

Tri Hartini, S.S.

Ilustrator

Faris M. Naufal, S.M.

Penata Letak (Desainer)

M. Firdaus Jubaedi, S.Ds.

Penerbit

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi RI
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Direktorat Sekolah Menengah Pertama
Kompleks Kemdikbud, Gedung E, Lantai 15, 16, 17
Jalan Jenderal Sudirman, Senayan, Jakarta, 10270
Telepon/Faksimile: 021-5725707, 5725681
<http://ditsmp.kemdikbud.go.id>

Isi buku ini menggunakan huruf Minion Pro 12/17 pt, Robert Slimbach
x, 120 hlm.: 21 x 29,7 cm.

Kata Pengantar

Puji syukur kehadirat Allah SWT, karena atas limpahan rahmat-Nya, kami dapat melaksanakan tugas dan fungsi Direktorat Sekolah Menengah Pertama (SMP), antara lain “penyusunan Norma, Standar, Prosedur, dan Kriteria (NSPK) di bidang penilaian pada Sekolah Menengah Pertama” dan “fasilitasi penyelenggaraan di bidang penilaian pada Sekolah Menengah Pertama”.

Bentuk-bentuk dokumen (NSPK) yang telah berhasil disusun antara lain berupa manual, pedoman, panduan, dan inspirasi di bidang pembelajaran dan penilaian. Penyiapan dokumen-dokumen NSPK tersebut dilakukan dalam rangka memberikan fasilitasi layanan dan penjaminan mutu pendidikan, khususnya pada jenjang SMP.

Pada tahun 2021, Direktorat SMP menyusun sejumlah dokumen NSPK, diantaranya Inspirasi Pembelajaran yang Memperkuat Literasi dan Numerasi. Dengan dokumen ini diharapkan dapat membantu sekolah dalam meningkatkan kecakapan literasi dan numerasi peserta didik melalui proses pembelajaran, yang pada akhirnya dapat meningkatkan kompetensi peserta didik dalam menghadapi dan menyelesaikan permasalahan kehidupan dengan menggunakan sintesis informasi yang diperolehnya.

Besar harapan kami, dokumen-dokumen yang telah dihasilkan oleh Direktorat SMP bersama tim penulis yang berasal dari unsur akademisi dan praktisi pendidikan tersebut, dapat dimanfaatkan secara optimal oleh semua pihak terkait, baik dari unsur dinas pendidikan kabupaten/kota, para pendidik, dan tenaga kependidikan, sehingga pada akhirnya dapat membantu meningkatkan mutu pendidikan khususnya jenjang SMP.

Kami menyadari bahwa dokumen yang dihasilkan ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, kami sangat mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak, untuk perbaikan dan penyempurnaan lebih lanjut.

Kami menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya atas peran serta aktif dari berbagai pihak dalam penyusunan dokumen-dokumen NSPK dari Direktorat SMP tahun 2021 ini. Secara khusus diucapkan terima kasih dan penghargaan kepada tim penyusun yang telah bekerja keras dalam menuntaskan penyusunan dokumen tersebut.

Jakarta, Mei 2021
Direktur Sekolah Menengah Pertama,

Drs. Mulyatsyah, M.M.
NIP 19640714 19930

Daftar Isi

Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi	iv
Daftar Gambar	ix
Daftar Tabel.....	x

Bab 1 Pendahuluan

A. Latar Belakang	2
B. Apa itu Numerasi dan mengapa penting untuk abad ke-21?	2
C. Mengapa perlu penguatan pembelajaran numerasi di dalam AKM?	5
D. Mengapa melakukan modifikasi bahan ajar merupakan salah satu strategi yang efektif dalam penguatan numerasi?	7

Bab 2 Prinsip Penguatan Numerasi

A. Penalaran Matematika dan Proses Pemecahan Masalah	10
B. Tahap-tahap Pengembangan Materi Penguatan Numerasi dalam Pembelajaran Matematika	16
1. Menentukan Konten Matematika Berdasarkan Kompetensi Dasar (KD)	17
2. Menentukan Konteks yang Sesuai.....	17
3. Menentukan Kompleksitas Level Kognitif	18
4. Merancang Proses Pembelajaran	18
5. Merancang Kegiatan Penutup.....	18
C. Penilaian Numerasi	19
1. Menggunakan Penilaian Pengetahuan, Sikap dan Keterampilan	22
a. Penilaian Proses Pemecahan Masalah	22
b. Penilaian Keterampilan Penalaran Matematika dan Penggunaan Alat Matematika.....	24
c. Penilaian Penilaian Sikap	25
d. Penilaian Diri Peserta Didik.....	25
D. Survei Penilaian Diri Numerasi untuk Guru Matematika (Opsional)	26

Bab 3 Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas VII

A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi.....	32
B. Tujuan Pembelajaran.....	32
C. Deskripsi Umum.....	32
D. Landasan Teori.....	33
E. Pertanyaan Pemantik.....	33
F. Pemahaman Bermakna.....	33
G. Deskripsi Pembelajaran.....	34
H. Pembelajaran: Rasio dan Proporsi.....	34
1. Kegiatan Pembuka.....	35
Masalah 1: MENGEDIT GAMBAR.....	35
2. Kegiatan Inti.....	36
a. Tahap 1. Merumuskan.....	36
b. Tahap 2. Melakukan.....	38
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi.....	39
Masalah 2: MOBIL HEMAT BAHAN BAKAR.....	42
a. Tahap 1. Merumuskan.....	43
b. Tahap 2. Melakukan.....	43
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi.....	45
3. Kegiatan Penutup.....	46
I. Asesmen.....	47
1. Penilaian Pengetahuan.....	47
a. Level 1: Pemahaman (Konteks: Pribadi).....	47
b. Level 2: Penerapan (Konteks: Sosial).....	48
c. Level 3: Penalaran (Konteks: Sosial).....	49
2. Rubrik Penilaian Keterampilan.....	50
3. Rubrik Penilaian Sikap.....	51
4. Penilaian Diri Peserta Didik.....	51

J. Refleksi.....	52
K. Glosarium	54

Bab 4 Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas VIII

A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi.....	56
B. Tujuan Pembelajaran	56
C. Deskripsi Umum	56
D. Landasan Teori	
E. Pertanyaan Pemantik.....	58
F. Pemahaman Bermakna	59
G. Deskripsi Pembelajaran.....	59
H. Pembelajaran: Penerapan Statistika dalam Relasi Siswa dengan Temannya.....	60
1. Kegiatan Pembuka.....	60
Masalah 1	62
2. Kegiatan Inti	63
a. Tahap 1. Merumuskan.....	63
b. Tahap 2. Melakukan	65
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi	72
Masalah 2 Waktu Rata-Rata Berteman secara Online	74
a. Tahap 1. Merumuskan.....	74
b. Tahap 2. Melakukan	75
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi	78
3. Kegiatan Penutup	79
I. Asesmen.....	80
1. Penilaian Pengetahuan	80
a. Level 1: Pemahaman	80
b. Level 2: Penerapan.....	82
c. Level 3: Penalaran	83
2. Rubrik Penilaian Keterampilan	85

3. Rubrik Penilaian Sikap	86
4. Penilaian Diri Peserta Didik	86
J. Refleksi.....	87
K. Glosarium	88

Bab 5 Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas IX

A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi.....	90
B. Tujuan Pembelajaran.....	90
C. Deskripsi Umum.....	90
D. Landasan Teori.....	90
E. Pertanyaan Pemantik.....	92
F. Pemahaman Bermakna	92
G. Deskripsi Pembelajaran.....	93
H. Pembelajaran: Mengidentifikasi Fungsi Kuadrat	93
1. Kegiatan Pembuka.....	94
Masalah 1: Jarak Pengereman	94
2. Kegiatan Inti.....	95
a. Tahap 1. Merumuskan	95
b. Tahap 2. Melakukan	97
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi	101
Masalah 2: Proyektor.....	104
a. Tahap 1. Merumuskan.....	104
b. Tahap 2. Melakukan	104
c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi	105
3. Kegiatan Penutup	106
I. Penilaian	106
1. Penilaian Pengetahuan	106
a. Level 1: Pemahaman	106
b. Level 2: Penerapan (Konteks: sosial budaya).....	107
c. Level 3: Penalaran (konteks: saintifik)	108

2. Rubrik Penilaian Keterampilan	110
3. Rubrik Penilaian Sikap	111
4. Penilaian Diri Peserta Didik	111
J. Refleksi.....	112
K. Glosarium	114
L. Lembar Kerja	115
1. Jarak Pengereman.....	115
2. Proyektor.....	117
Daftar Pustaka	118

Daftar Gambar

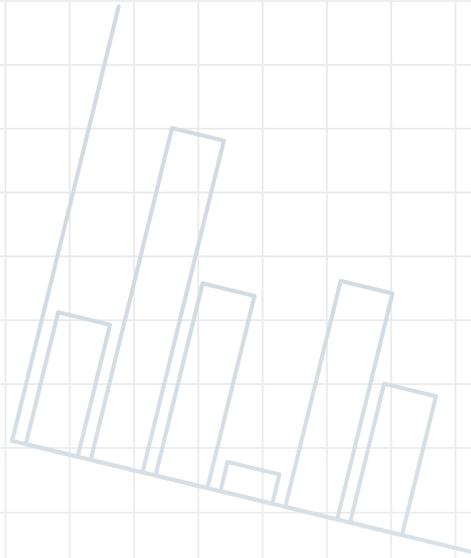
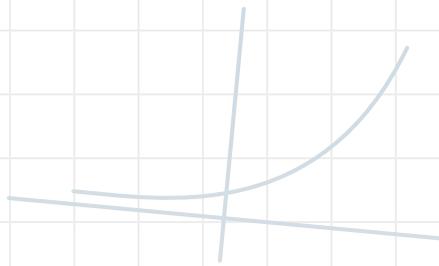
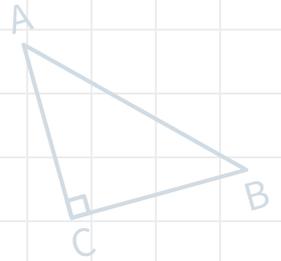
Gambar 1.1	Model Numerasi Abad ke-21	3
Gambar 2.1	Kerangka Kerja PISA 2021 (OECD, 2021).....	11
Gambar 2.2	Tahap - tahap Pengembangan Aktivitas (Akker, dkk 2013).....	16
Gambar 2.3	Contoh Perbedaan Sistem Ukuran Sepatu di Dunia.....	20
Gambar 3.1	Foto keluarga.....	35
Gambar 3.2	Foto Susunan Planet dengan Ukuran Asli	35
Gambar 3.3	Foto Susunan Planet Setelah Diedit	35
Gambar 3.4	Pas Foto dengan Ukuran $a \times b$	40
Gambar 3.5	Brosur Mobil Berbagai Merek.....	42
Gambar 3.6	Jembatan Ampera	48
Gambar 3.7	Lahan Tanam dengan Hidroponik	49
Gambar 3.8	Desain Rak Paralon Hidroponik	49
Gambar 4.1	Diagram Batang dari Banyak Sahabat Peserta Didik.....	67
Gambar 4.2	<i>Line Plot</i> dari Banyak Sahabat Peserta Didik	67
Gambar 4.3	Titik Keseimbangan pada Posisi Data Terbanyak.....	68
Gambar 4.4	Menunjukkan Rerata dengan Menggeser Titik Keseimbangan	69
Gambar 4.5	Menentukan Median dalam <i>Line Plot</i>	69
Gambar 4.6	Menentukan Modus dalam <i>Line Plot</i>	70
Gambar 4.7	<i>Line Plot</i> Waktu Berteman <i>Online</i> Siswa Laki-Laki dan Siswa Perempuan	76
Gambar 4.8	<i>Line Plot</i> Waktu Berteman <i>Online</i> Siswa SMP.....	76
Gambar 4.9	Diagram Batang Waktu Berteman <i>Online</i> Siswa SMP.....	77
Gambar 4.10	Tinggi Badan Peserta Didik Kelas 8	81
Gambar 4.11	Grafik Cuaca Jakarta Berdasarkan Bulan.....	84
Gambar 5.1	Rambu Lalu Lintas tentang Batas Kecepatan.....	94
Gambar 5.2	Jarak untuk Berhenti.....	96
Gambar 5.3	Bidang Koordinat Kartesius	98
Gambar 5.4	Proyektor di Kelas	104
Gambar 5.5	Proyektor dan Layar	104

Daftar Tabel

Tabel 1.1	Perbedaan Tes PISA dan AKM	5
Tabel 2.1	Deskripsi dan Contoh Konteks PISA 2021 (OECD, 2021)	14
Tabel 2.2	Level Kognitif AKM.....	15
Tabel 2.3	Kriteria Evaluasi yang Berkaitan dengan Tahapan dalam Pengembangan.....	17
Tabel 2.4	Konversi Ukuran Sepatu.....	21
Tabel 2.5	Rubrik Penilaian Proses Pemecahan Masalah	22
Tabel 2.6	Rubrik Penilaian Keterampilan Penalaran Matematika dan Penggunaan Alat Matematika (Goos, dkk., 2020).....	24
Tabel 2.7	Rubrik Penilaian Sikap (Disposisi) Numerasi (Goos, dkk., 2020).....	25
Tabel 2.8	Rubrik Penilaian Diri Numerasi untuk Guru Matematika	28
Tabel 3.1	Rasio Ukuran Gambar A dan Gambar B	39
Tabel 3.2	Penggunaan Bahan Bakar Berbagai Merek Mobil	43
Tabel 3.3	Penggunaan Bahan Bakar dalam Satuan yang Sama.....	44
Tabel 4.1	Kriteria Sahabat	63
Tabel 4.2	Cara Pengumpulan Data	65
Tabel 4.3	Jumlah Sahabat dari Peserta Didik.....	66
Tabel 4.4	Menentukan <i>Mean</i>	70
Tabel 4.5	Menentukan Median	71
Tabel 4.6	Menentukan Modus	71
Tabel 4.7	Waktu Rata-Rata Berteman Daring.....	75
Tabel 4.8	Data Rata-Rata Tinggi Badan Anak Indonesia	81
Tabel 4.9	Perbandingan Jumlah Pengunjung Tiga Museum di Jakarta Tahun 2010-2019.....	83
Tabel 5.1	Cara Mengenali Fungsi Kuadrat	92
Tabel 5.2	Kecepatan Mobil dan Jarak yang dibutuhkan untuk Berhenti.	96

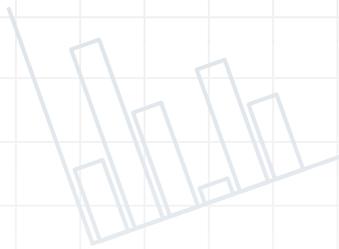
CO₂

+



CO₂

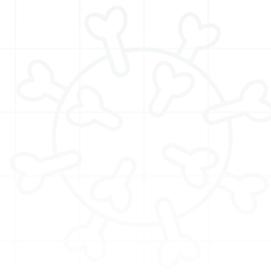
Bab 1



Pendahuluan

CO₂

+



+

A. Latar Belakang

Panduan penguatan numerasi ini dibuat dalam rangka memberikan inspirasi kepada guru matematika maupun nonmatematika di jenjang Sekolah Menengah Pertama dalam mengembangkan aktivitas pembelajaran dengan penguatan atau unsur numerasinya. Panduan ini tidak dimaksudkan untuk menggantikan *Modul Pembelajaran Jarak Jauh Pada Masa Pandemi Covid-19* yang telah dikembangkan oleh Direktorat Sekolah Menengah Pertama (Kemendikbud, 2020) atau buku lainnya, namun bertujuan sebagai suplemen untuk memberikan pedoman salah satu cara bagaimana penguatan numerasi dapat dilakukan. Melalui contoh yang diberikan, diharapkan guru dapat mengembangkan aktivitas pembelajaran sehingga meningkatkan kemampuan numerasi dari peserta didik. Perlu dicermati bahwa pendekatan yang disampaikan dalam panduan ini bukan satu-satunya cara. Guru dapat menjajaki cara-cara lain untuk makin memperkaya diri dalam berbagai pendekatan/ model/metode/teknik peningkatan numerasi peserta didik.

B. Apa itu Numerasi dan mengapa penting untuk abad ke-21?

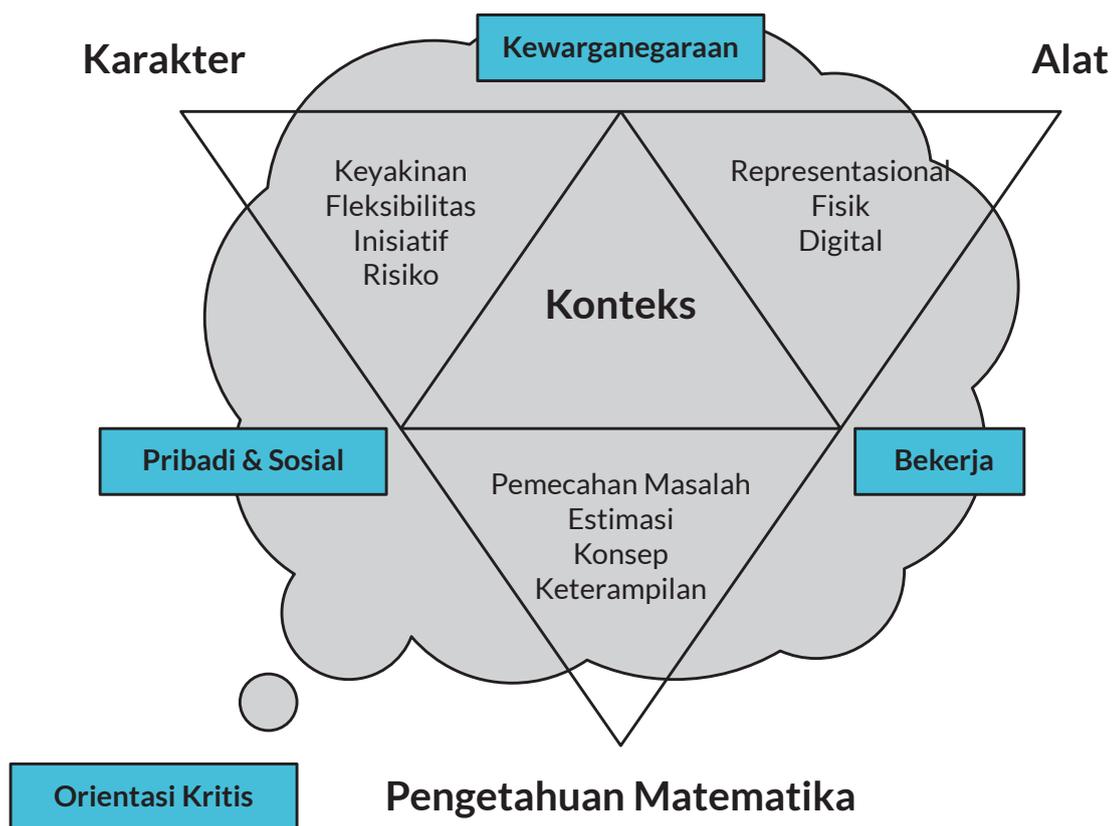
Numerasi sering kali diartikan secara sempit sebagai keterampilan yang hanya melibatkan kecakapan dengan angka dan berhitung menggunakan kertas dan pensil atau mencongak sehingga penggunaan kalkulator dianggap sebagai bukti seseorang tidak memiliki numerasi. Namun, definisi “keterampilan dasar” dari numerasi semacam ini sudah ketinggalan zaman di dunia abad ke-21 yang kaya akan data dan teknologi (Goos, dkk., 2014).

Numerasi, disebut juga literasi numerasi dan literasi matematika, dapat diartikan sebagai kemampuan untuk mengaplikasikan konsep dan keterampilan matematika untuk memecahkan masalah praktis dalam berbagai ragam konteks kehidupan sehari-hari, misalnya, di rumah, pekerjaan, dan partisipasi dalam kehidupan masyarakat dan sebagai warga negara (Kemendikbud, 2017). Selain itu, numerasi juga termasuk kemampuan untuk menganalisis dan menginterpretasi informasi kuantitatif yang terdapat di sekeliling kita yang ditampilkan dalam berbagai bentuk (grafik, tabel, bagan,

dsb.) lalu menggunakan interpretasi hasil analisis tersebut untuk memprediksi dan mengambil keputusan (Kemendikbud, 2017).

Berdasarkan definisi di atas, numerasi merupakan kunci bagi peserta didik untuk mengakses dan memahami dunia dan membekali peserta didik dengan kesadaran dan pemahaman tentang peran penting matematika di dunia modern. Penekanan pada aplikasi dari matematika yang berhubungan dengan kehidupan memungkinkan peserta didik untuk mengembangkan kemampuan dan kepercayaan diri untuk berpikir secara numerik, spasial, dan data untuk menafsirkan dan menganalisis secara kritis situasi sehari-hari dan untuk memecahkan masalah.

Menjadi **numerat**, yaitu memiliki keterampilan numerasi yang baik, melibatkan lebih dari sekadar menguasai matematika dasar saja, tetapi dapat menghubungkan matematika yang dipelajari di sekolah dengan situasi di luar sekolah yang juga membutuhkan pemecahan masalah dan penilaian kritis dalam nonmatematika.



Gambar 1.1 Model Numerasi Abad ke-21
 Sumber: Goos, dkk., 2020

Gambar 1.1 menunjukkan sebuah model numerasi abad ke-21 (Goos, dkk., 2020) dengan lima dimensinya. Seorang numerat tentu membutuhkan **pengetahuan matematika** yang melingkupi konsep, keterampilan dan strategi pemecahan masalah, serta kemampuan untuk membuat taksiran. Karena numerasi berhubungan dengan penggunaan matematika dalam dunia nyata, seseorang perlu menjadi numerat dalam beragam **konteks**. Konteks merupakan aspek dari kehidupan seseorang di mana masalah ditempatkan. Selain pengetahuan dan konteks, menjadi numerat juga berarti memiliki **disposisi** (atau sikap) yang positif, yaitu kemauan dan kepercayaan diri ketika menyelesaikan permasalahan, baik secara mandiri maupun berkolaborasi dengan orang lain, dan dengan luwes dan mudah beradaptasi menerapkan pengetahuan matematika yang dimilikinya. Situasi numerasi sering kali membutuhkan **alat**, termasuk alat fisik, alat representasi, dan alat digital. Oleh karena itu, keterampilan numerasi di abad ke-21 tentunya termasuk kefasihan dalam memilih dan menggunakan alat yang tepat sesuai dengan kebutuhan dari masalah yang dihadapi. Keempat dimensi di atas berlandaskan pada **orientasi kritis** yang menuntut seorang numerat bukan saja mengetahui dan menggunakan metode yang efisien, namun juga menilai kelayakan dari hasil yang didapat dan menyadari kegunaan penalaran matematika untuk menganalisis situasi dan mengambil kesimpulan.

Dari model di atas terlihat jelas bahwa kemampuan numerasi tidaklah sama dengan kompetensi matematika. Kompetensi matematika dapat dipikirkan sebagai kemampuan seseorang untuk bertindak secara sesuai dalam respons terhadap tantangan matematika tertentu pada situasi tertentu (Niss & Højgaard, 2019). Meskipun keduanya berlandaskan pada pengetahuan dan keterampilan yang sama, perbedaannya terletak pada pemberdayaan pengetahuan dan keterampilan tersebut dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan tersebut sering kali diwarnai dengan keadaan yang tidak terstruktur, dengan informasi dalam masalah yang terbatas atau justru terlalu banyak. Permasalahan dapat memiliki banyak cara penyelesaian, atau bahkan tidak ada penyelesaian yang tuntas (Kemendikbud, 2017).

C. Mengapa perlu penguatan pembelajaran numerasi di dalam AKM?

Salah satu kompetensi hasil belajar peserta didik yang diukur pada asesmen nasional mulai tahun 2021 adalah literasi membaca dan numerasi, yang disebut sebagai Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) (Kemendikbud, 2020). Kompetensi mendasar numerasi yang diukur mencakup keterampilan berpikir logis-sistematis, keterampilan bernalar menggunakan konsep dan pengetahuan matematika yang telah dipelajari, serta keterampilan memilah serta mengolah informasi kuantitatif dan spasial. Peserta didik akan diuji kemampuan berpikir menggunakan konsep, prosedur, fakta, dan alat matematika untuk menyelesaikan masalah sehari-hari pada berbagai konteks yang relevan dengan mereka sebagai warga Indonesia dan warga dunia.

Komponen AKM numerasi selain mencakup konten (bilangan, pengukuran dan geometri, data dan ketidakpastian, dan aljabar) juga melibatkan proses kognitif, yaitu pemahaman, penerapan, dan penalaran. Peserta didik diharapkan memahami fakta, prosedur serta alat matematika yang dapat digunakan di dalam penyelesaian masalah. Selain itu, mereka mampu menerapkan dan bernalar dengan konsep matematika dalam situasi nyata, baik yang bersifat rutin maupun nonrutin, dalam berbagai ragam konteks (personal, sosial budaya, dan saintifik). Perbedaan antara PISA dan AKM adalah sebagai berikut.

Tabel 1.1 Perbedaan Tes PISA dan AKM

Elemen	Tes PISA	Tes AKM
Peserta	Peserta didik usia 15	Peserta didik kelas 5, 8, 11
Konten	<ol style="list-style-type: none"><i>Change and Relationships</i> (Perubahan dan Hubungan)<i>Space and Shape</i> (Ruang dan Bentuk)<i>Quantity</i> (Bilangan)<i>Uncertainty and Data</i> (Ketidakpastian dan Data)	<ol style="list-style-type: none">AljabarGeometri dan PengukuranBilanganData dan Ketidakpastian

Elemen	Tes PISA	Tes AKM
Level atau Proses Kognitif	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu merumuskan masalah secara matematika 2. Mampu menggunakan konsep, fakta, prosedur dan penalaran dalam matematika 3. Menafsirkan, menerapkan dan mengevaluasi hasil dari suatu proses matematika 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pemahaman 2. Penerapan 3. Penalaran
Konteks	<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Personal</i> 2. <i>Occupational (Pekerjaan)</i> 3. <i>Societal (Masyarakat)</i> 4. <i>Scientific (Ilmiah)</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Personal 2. Sosial budaya 3. Sainifik

Selain AKM yang merupakan bagian dari Asesmen Nasional yang dilakukan pada kelas 5, 8, dan 11, guru juga dapat menggunakan AKM kelas untuk kelas 2, 4, 6, 8, dan 10 untuk melakukan asesmen diagnostik untuk memetakan kecakapan numerasi peserta didik. Hasil dari AKM kelas dapat digunakan untuk memberikan penanganan yang sesuai terhadap peserta didik yang memerlukan intervensi khusus. Hasil AKM dilaporkan dalam empat kelompok yang menggambarkan kemampuan numerasi yang berbeda sebagai berikut (Kemendikbud, 2020).

- 1. Perlu Intervensi Khusus.** Seorang peserta didik yang membutuhkan intervensi khusus adalah yang memiliki pengetahuan matematika yang terbatas, dan menunjukkan penguasaan konsep yang parsial, serta keterampilan komputasi yang terbatas.
- 2. Dasar.** Seorang peserta didik dengan tingkat kompetensi numerasi dasar adalah yang memiliki keterampilan dasar matematika, yaitu komputasi dasar dalam bentuk persamaan langsung, konsep dasar terkait geometri dan statistika, serta menyelesaikan masalah matematika sederhana yang rutin.
- 3. Cakap.** Peserta didik dengan kompetensi numerasi cakap memiliki kemampuan mengaplikasikan pengetahuan matematika yang dimiliki dalam konteks yang lebih beragam.

4. **Mahir.** Seorang peserta didik dengan kompetensi numerasi mahir mampu bernalar untuk menyelesaikan masalah kompleks serta nonrutin berdasarkan konsep matematika yang dimilikinya.

D. Mengapa melakukan modifikasi bahan ajar merupakan salah satu strategi yang efektif dalam penguatan numerasi?

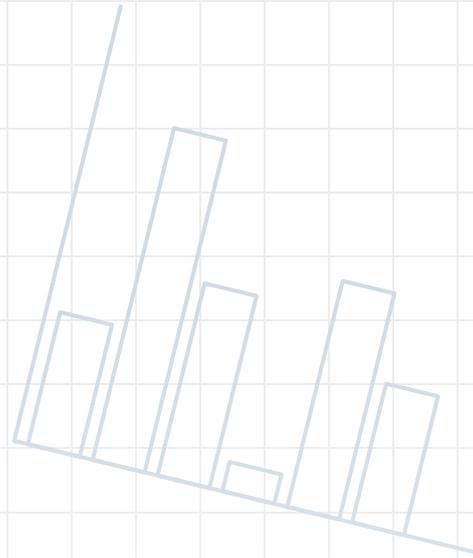
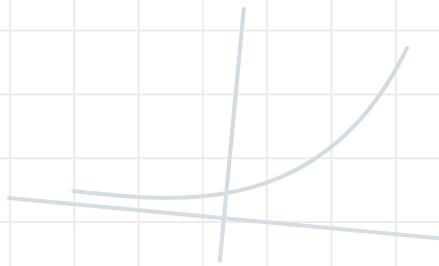
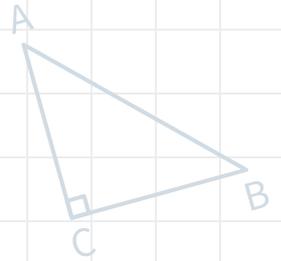
Sebagaimana penjelasan di bagian sebelumnya, numerasi bukan merupakan bagian yang terpisah dari matematika, namun berlandaskan pada pengetahuan dan keterampilan yang sama dengan matematika. Perbedaan terletak pada pemberdayaan pengetahuan dan keterampilan tersebut dalam kehidupan sehari-hari. Numerasi sebaiknya tidak dilihat sebagai sesuatu tambahan yang perlu dimasukkan dalam kurikulum, tetapi melibatkan pengetahuan matematika yang melekat dalam disiplin ilmu lain. Sebagai contoh, kemampuan membaca dan menginterpretasi informasi yang ditampilkan dalam bentuk grafik merupakan keterampilan yang dibutuhkan di berbagai disiplin ilmu. Oleh karena itu, strategi penguatan numerasi yang sesuai adalah melakukan mengembangkan terhadap materi pembelajaran yang sudah ada.

Modifikasi dapat dilakukan baik pada mata pelajaran matematika maupun mata pelajaran lainnya. Strategi numerasi lintas kurikulum (*numeracy across the curriculum*), yaitu penerapan numerasi secara konsisten dan menyeluruh di sekolah untuk mendukung pengembangan numerasi bagi setiap peserta didik. Kenyataan bahwa peserta didik sering kali tidak dapat menerapkan pengetahuan matematika mereka di bidang lain secara langsung menunjukkan adanya suatu kebutuhan bahwa semua pendidik perlu memfasilitasi proses tersebut. Keterampilan numerasi secara eksplisit diajarkan di dalam mata pelajaran matematika, tetapi peserta didik diberikan berbagai kesempatan untuk menggunakan matematika di luar mata pelajaran matematika, dalam berbagai situasi. Menggunakan keterampilan matematika lintas kurikulum memperkaya pembelajaran bidang studi lain dan memberikan kontribusi dalam memperluas dan memperdalam pemahaman

numerasi. Selain melalui kurikulum, numerasi juga dimunculkan di dalam lingkungan sekolah oleh tenaga kependidikan atau melalui kegiatan-kegiatan rutin yang dilaksanakan di sekolah, yang memberikan kesempatan nyata bagi peserta didik untuk mempraktikkan keterampilan numerasi mereka, misalnya, membuat anggaran untuk berbagai kegiatan sekolah yang sudah dilaksanakan secara rutin.

CO₂

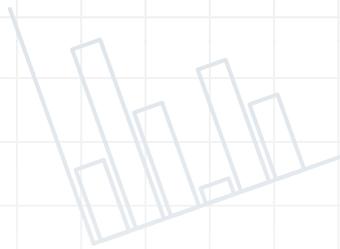
+



CO₂



Bab 2



Prinsip Penguatan Numerasi untuk Matematika

+



+

Numerasi berperan menentukan cara dan arah pembelajaran matematika di sekolah, sehingga pembelajaran matematika lebih bermakna bagi peserta didik secara kontekstual. Berdasarkan model Numerasi Abad Ke-21 (Goos et al. 2020) yang telah dibahas di Bab I, dimensi numerasi mencakup (1) memberikan perhatian pada konteks kehidupan nyata; (2) menerapkan pengetahuan matematika dalam menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari; (3) penggunaan alat fisik, representasi dan digital untuk membantu dalam penyelesaian masalah; (4) meningkatkan sikap positif (disposisi) terhadap penggunaan matematika untuk memecahkan masalah yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari; dan (5) memiliki orientasi kritis untuk menginterpretasi hasil matematika dan membuat keputusan berdasarkan bukti.

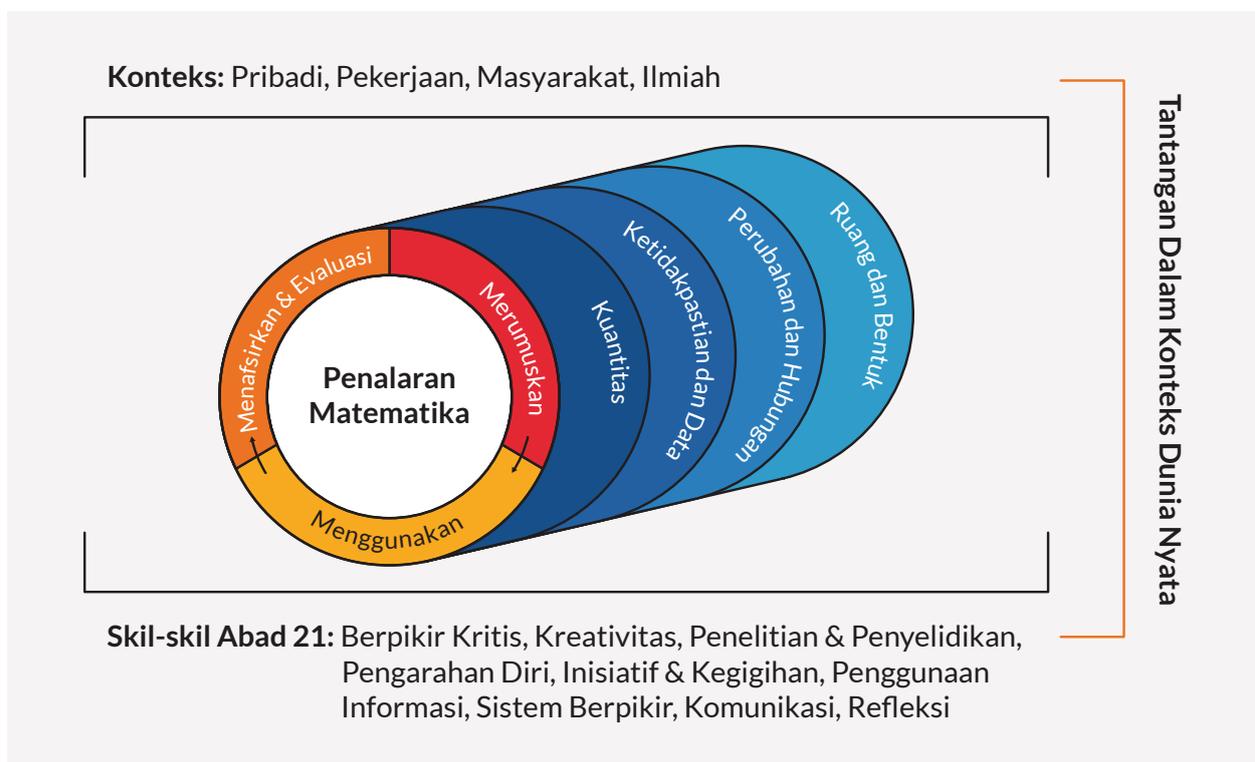
Tuntutan numerasi (*numeracy demands*) dalam mata pelajaran matematika melibatkan pengetahuan dan kapasitas untuk memanfaatkan keterkaitan ide-ide matematika (baik dalam satu topik maupun antar topik). Penguatan numerasi di matematika dapat dilakukan dengan melihat mata pelajaran lain sebagai menyediakan konteks yang bermakna di mana konsep matematika dapat diperkenalkan atau dikembangkan. Untuk guru matematika, tantangannya adalah memberikan perhatian khusus pada bagaimana matematika digunakan di luar kelas matematika, misalnya memberikan masalah yang solusinya bergantung pada konteks tertentu dan meminta peserta didik untuk memeriksa kebenaran solusi mereka dan pilihan keterampilan matematika yang mereka gunakan dalam menyelesaikan masalah.

A. Penalaran Matematika dan Proses Pemecahan Masalah

Kemampuan untuk bernalar secara logis dan menyampaikan argumen jujur dan meyakinkan adalah keterampilan penting di dunia saat ini. Untuk menerapkan matematika di dalam kehidupan sehari-hari, peserta didik perlu tahu bagaimana memodelkan situasi yang mereka temui ke dalam bentuk matematika. Pada umumnya, kegiatan pembelajaran matematika yang terjadi di kelas dimulai oleh guru menyampaikan konsep matematika, biasanya langsung memberikan definisi dan rumus, kemudian dilanjutkan dengan menjelaskan beberapa contoh soal dan penyelesaiannya, dan kegiatan pembelajaran diakhiri

dengan memberikan latihan soal yang mirip dengan contoh soal. Praktik seperti ini haruslah diubah agar peserta didik mencapai kemampuan numerasi yang diharapkan.

Gambar 2.1 menunjukkan kerangka kerja PISA 2021 yang menggambarkan hubungan antara penalaran matematika, proses pemecahan masalah, konten matematika, konteks dan keterampilan abad ke-21. Agar peserta didik menjadi numerat, penekanan harus diberikan kepada penalaran matematika sebagai aspek inti numerasi dan dijawabantahkan melalui proses pemecahan masalah sebagai berikut (OECD, 2021).



1. **Merumuskan (*Formulate*)**. Pada tahap ini peserta didik berusaha mengenali aspek dari masalah kontekstual yang dapat diabstraksi dan disajikan ke dalam bentuk matematika untuk diselesaikan. Mereka bernalar dan memahami batasan dan asumsi dalam masalah. Proses merumuskan situasi secara matematis ini mencakup aktivitas antara lain sebagai berikut ini.
 - Mengidentifikasi aspek matematika dari suatu masalah yang terletak dalam konteks kehidupan nyata dan mengidentifikasi variabel yang signifikan.

Gambar 2.1 Kerangka Kerja PISA 2021 (OECD, 2021)
(sumber: <https://pisa2021-maths.oecd.org>)

- Mengenal struktur matematika (termasuk keteraturan, hubungan dan pola) dalam masalah atau situasi.
- Menyederhanakan situasi atau masalah sehingga lebih mudah untuk dianalisis secara matematis.
- Mengidentifikasi kendala dan asumsi di balik pemecahan masalah matematika dan penyederhanaan yang diperoleh dari konteks.
- Merepresentasikan situasi matematis, menggunakan variabel, simbol, diagram dan model yang sesuai.
- Merepresentasikan masalah dengan cara yang berbeda, termasuk mengorganisir sesuai dengan konsep matematika dan membuat asumsi yang sesuai.
- Memahami dan menjelaskan hubungan antara bahasa konteks dari suatu masalah dan bahasa simbolik dan formal yang diperlukan untuk merepresentasikannya secara matematis.
- Menerjemahkan masalah ke dalam bahasa atau representasi matematika.

2. Mengerjakan (*Employ*). Setelah merumuskan masalah dalam bentuk matematis, peserta didik mengaplikasikan konsep, fakta, prosedur dan penalaran matematika untuk menyelesaikan masalah untuk memperoleh hasil dan menemukan solusi matematika. Proses penggunaan konsep matematika, fakta, prosedur, dan penalaran ini mencakup antara lain aktivitas berikut.

- Merancang dan menerapkan strategi untuk menemukan solusi matematika.
- Menggunakan alat matematika, termasuk teknologi, untuk membantu menemukan solusi yang tepat atau perkiraan.
- Menerapkan fakta, aturan, algoritma, dan struktur matematika saat mencari solusi.
- Mengutak-atik angka, data dan informasi grafik dan statistik, ekspresi dan persamaan aljabar, dan representasi geometris.
- Menarik informasi dari diagram matematika dan grafik yang dibuat.
- Menggunakan dan mengubah dari satu representasi ke representasi yang lain dalam proses menemukan solusi.

- Membuat generalisasi berdasarkan hasil penerapan prosedur matematika untuk menemukan solusi.
- Mengevaluasi signifikansi pola dan keteraturan yang diamati (atau diusulkan) dalam data.

3. Menafsirkan dan Mengevaluasi (*Interpret and Evaluate*).

Pada tahap ini, peserta didik diberi kesempatan untuk merefleksikan solusi matematika, hasil atau kesimpulan dan menafsirkannya kembali ke konteks masalah kehidupan nyata yang memulai proses pemecahan masalah. Ini melibatkan penerjemahan solusi matematika atau penalaran kembali ke dalam konteks masalah dan menentukan apakah hasilnya masuk akal dalam konteks masalah. Proses menafsirkan, menerapkan, dan mengevaluasi hasil matematika ini mencakup aktivitas antara lain sebagai berikut.

- Menafsirkan hasil matematika kembali ke konteks dunia nyata.
- Mengevaluasi kewajaran solusi matematika dalam konteks masalah dunia nyata.
- Memahami bagaimana dunia nyata memengaruhi hasil dan perhitungan prosedur atau model matematika untuk membuat penilaian kontekstual tentang bagaimana hasil harus disesuaikan atau diterapkan.
- Menjelaskan mengapa hasil atau kesimpulan matematis masuk akal atau tidak masuk akal mengingat konteks masalah.
- Memahami jangkauan dan batasan konsep matematika dan solusi matematika.
- Mengkritik dan mengidentifikasi batasan model yang digunakan untuk memecahkan masalah.

Berikut ini sebuah contoh yang menggambarkan proses pemecahan masalah matematika.

Masalah: Sebuah kota memutuskan untuk memasang lampu jalan di sebuah taman berbentuk segitiga kecil sehingga menerangi seluruh taman. Di manakah lampu harus ditempatkan?

Masalah ini dapat diselesaikan dengan ketiga proses pemecahan masalah yang telah dijelaskan di atas sebagai berikut.

1. **Merumuskan:** Masalahnya adalah untuk mengetahui lokasi lampu jalan yang dapat menerangi seluruh taman. Taman dapat direpresentasikan sebagai segitiga dan cahaya dapat dianggap sebagai lingkaran dengan pusat di lokasi lampu jalan.
2. Menemukan lokasi pusat lingkaran yang merupakan lingkaran luar segitiga.
3. **Mengerjakan:** Lingkaran dengan pusat sebagai titik perpotongan dari garis sumbu dua sisi adalah lingkaran luar segitiga.
4. **Menafsirkan dan Mengevaluasi:** Penting untuk merefleksikan solusi dan memahami solusi dalam konteksnya. Misalkan salah satu sudut taman segitiga tumpul, maka lampu jalan mungkin berada di luar taman atau apa yang harus dilakukan jika banyak tanaman/pohon yang menghalangi cahaya dan lain sebagainya.

Pengembangan numerasi melalui penalaran matematika dan proses pemecahan masalah terjadi dalam konteks yang menantang atau masalah yang muncul dari kehidupan sehari-hari. Konteks dapat dipilih dari kehidupan personal, pekerjaan, sosial-budaya, dan ilmiah/akademik, sebagaimana dapat dilihat pada tabel berikut (OECD, 2021). Tabel 2.1 menunjukkan empat kategori konteks yang dapat digunakan untuk mengembangkan numerasi dengan penjelasan dan contohnya.

Tabel 2.1 Deskripsi dan Contoh Konteks PISA 2021 (OECD, 2021)

Kategori Konteks	Deskripsi	Contoh
Personal	Aktivitas diri sendiri, keluarga, atau kelompok sebaya	makanan, belanja, permainan, olahraga dan kesehatan pribadi, perjalanan dan transportasi pribadi, penjadwalan pribadi, dan keuangan pribadi
Pekerjaan	Kegiatan dalam dunia kerja	Mengukur, menentukan biaya, memesan bahan untuk bangunan, pembukuan, pengendalian mutu, inventaris, desain/arsitektur, dan pengambilan keputusan terkait pekerjaan

Kategori Konteks	Deskripsi	Contoh
Sosial	Komunitas (baik lokal, nasional, atau global)	sistem pemungutan suara, transportasi umum, pemerintahan, kebijakan publik, demografi, periklanan, statistik nasional, dan ekonomi
Ilmiah	Penerapan matematika pada dunia alam dan masalah serta topik yang berkaitan dengan sains dan teknologi	cuaca dan iklim, ekologi, kedokteran, genetika, dan dunia matematika itu sendiri

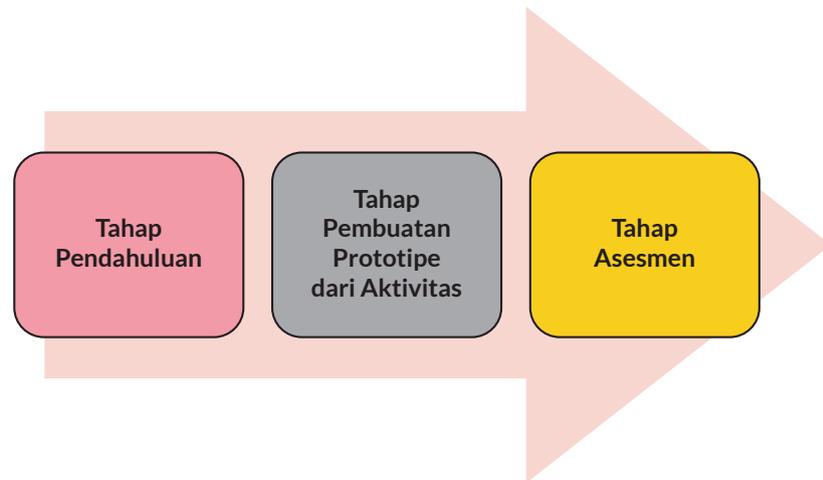
Selain kerangka kerja PISA di atas, untuk kasus AKM, terdapat tiga level kompleksitas kognitif yang perlu diperhatikan dalam pengembangan kemampuan numerasi, yaitu (1) Pemahaman, (2) Penerapan, dan (3) Penalaran (Kemendikbud, 2020). Tabel berikut memberikan gambaran mengenai masing-masing level kognitif. Selain kerangka kerja PISA di atas, untuk kasus AKM, terdapat tiga level kompleksitas kognitif yang perlu diperhatikan dalam pengembangan kemampuan numerasi, yaitu (1) Pemahaman, (2) Penerapan, dan (3) Penalaran (Kemendikbud, 2020). Tabel berikut memberikan gambaran mengenai masing-masing level kognitif.

Tabel 2.2 Level Kognitif AKM

Level Kognitif	Penjelasan
Pemahaman	Kemampuan mengenai fakta, proses, konsep, dan prosedur. Menilai kefasihan dengan konsep dan keterampilan matematika. menerapkan konsep matematika dalam situasi nyata yang bersifat rutin.
Penerapan	Kemampuan dalam mengaplikasi pengetahuan dan pemahaman konseptual mengenai fakta, relasi, proses, konsep, prosedur, dan metode dalam konteks kehidupan nyata untuk menyelesaikan masalah atau menjawab pertanyaan.
Penalaran	Kemampuan bernalar dalam menganalisis data dan informasi, membuat kesimpulan, dan memperluas pemahaman dalam situasi baru, termasuk situasi yang tidak diketahui sebelumnya atau konteks yang lebih kompleks. Pertanyaan dapat mencakup lebih dari satu pendekatan atau strategi.

B. Tahap-tahap Pengembangan Materi Penguatan Numerasi dalam Pembelajaran Matematika

Penguatan numerasi dapat dilakukan guru dengan menekankan pada penalaran matematika dan proses pemecahan masalah matematika dalam konteks kehidupan sehari-hari. Berikut adalah langkah-langkah yang dapat dilakukan guru untuk mengembangkan aktivitas pembelajaran matematika.



Gambar 2.2 Tahap - tahap Pengembangan Aktivitas (Akker, dkk 2013)

1. **Tahap Pendahuluan:** analisis kebutuhan dan konteks, kajian literatur, pengembangan kerangka konseptual atau teoritis dari konten yang akan dikembangkan;
2. **Tahap Pembuatan Prototipe:** desain dari prototipe awal sampai prototipe yang sudah valid dan praktis;
3. **Tahap Asesmen:** prototipe yang sudah valid dan praktis, diujicobakan pada satu kelas, untuk mengetahui efek yang berpotensi dari aktivitas yang sudah dikembangkan tersebut. Seperti terhadap kemampuan pengetahuan, sikap dan keterampilan peserta didik.

Pada tabel 2.3, kriteria evaluasi yang berkaitan dengan tahapan dalam pengembangan dan penjelasan singkat dari masing-masing tahapan diberikan.

Tabel 2.3 Kriteria Evaluasi yang Berkaitan dengan Tahapan dalam Pengembangan

No	Kategori Konteks	Kriteria	Deskripsi singkat dari masing-masing tahapan
1	Tahap pendahuluan	Penekanan terutama pada validitas konten, bukan pada konsistensi dan kepraktisan	Menganalisis Kurikulum, KD, dan kajian pustaka untuk menghasilkan prototipe awal.
2	Tahap pembuatan prototipe	Diawali dengan validitas konstruk dan kepraktisan. Selanjutnya untuk efisiensi.	Pengembangan dari prototipe awal sampai akhir yang akan diujicobakan dan di-revisi berdasarkan penilaian ahli dan/atau me-lalui FGD (<i>Focus Group Discussion</i>).
3	Tahap Asesmen	Kepraktisan dan efisiensi	Prototipe dievaluasi untuk mengetahui kepraktisan, keberlanjutan dan keefektifannya setelah di ujicobakan kepada peserta didik yang menjadi sasaran/target

Untuk tahap pengembangan prototipe, guru dapat mengikuti langkah-langkah praktis berikut ini.

1. Menentukan Konten Matematika Berdasarkan Kompetensi Dasar (KD)

Pada tahap ini, guru mempelajari KD dan mengidentifikasi apa yang menjadi konsep utama dari kompetensi yang ingin dicapai, kemungkinan “pintu masuk” ke konsep tersebut, serta model yang mendukung pembelajaran matematika. Identifikasi ini dapat dilakukan dengan cara mempelajari natur dari konten matematika yang akan diajar, berdiskusi dengan guru lain, maupun mendasarkan pada pengalaman mengajar peserta didik. Guru kemudian dapat menurunkan KD menjadi Indikator Pencapaian Kompetensi dan Tujuan Pembelajaran.

2. Menentukan Konteks yang Sesuai

Pada tahap ini, guru memikirkan konteks yang relevan dengan peserta didik atau konteks yang menarik bagi peserta didik, dan juga memberikan tantangan yang cukup bagi peserta didik. Guru

perlu membedakan antara masalah (*problem*) dengan latihan (*exercise*). Latihan digunakan untuk mengasah kemampuan peserta didik dalam pemahaman dan keterampilan yang sudah dipelajari sebagai upaya meneguhkan pembelajaran yang telah terjadi. Masalah melibatkan situasi yang belum diketahui solusi maupun cara penyelesaiannya oleh peserta didik dan membutuhkan pemikiran kritis dan pengambilan keputusan.

3. Menentukan Kompleksitas Level Kognitif

Setelah menetapkan konteks, guru menetapkan kompleksitas kognitif yang ingin dicapai. Satu aktivitas pembelajaran dapat dirancang menargetkan satu level saja atau bisa lebih dari satu level kognitif.

4. Merancang Proses Pembelajaran

Pada langkah ini guru merancang aktivitas pembelajaran sesuai tahapan pemecahan masalah, yaitu (1) Merumuskan, (2) Mengerjakan, dan (3) Menafsirkan dan Mengevaluasi (OECD, 2021) sebagai kegiatan inti. Sebelumnya, guru memikirkan kegiatan pembuka atau pendahuluan yang bertujuan menarik perhatian dan menumbuhkan minat belajar peserta didik melalui penyajian masalah yang berkaitan dengan kehidupan nyata sesuai dengan topik dalam konteks yang sudah dipersiapkan di langkah sebelumnya. Masalah yang digunakan haruslah dapat diakses oleh semua peserta didik dengan kemampuan yang beragam namun cukup menantang bagi peserta didik dengan kemampuan yang baik.

5. Merancang Kegiatan Penutup

Setelah merancang aktivitas pembelajaran inti mengikuti ketiga tahapan pemecahan masalah matematika, guru kemudian membuat kegiatan penutup yang memberikan kesempatan untuk mengadakan diskusi kelas untuk mengkonsolidasi hasil pemecahan masalah yang telah dilakukan oleh peserta didik. Guru juga dapat menggunakan kesempatan untuk melakukan asesmen sebelum mengakhiri pembelajaran untuk mengetahui ketercapaian dari tujuan pembelajaran dari peserta didik.

Prototipe aktivitas pembelajaran numerasi kemudian dapat divalidasi dan diujicobakan kepada peserta didik. Hasil evaluasi dari ujicoba tersebut kemudian dapat digunakan untuk memperbaiki aktivitas pembelajaran.

C. Penilaian Numerasi

Penilaian formatif adalah penilaian terhadap pembelajaran yang dilakukan secara aktif, terencana, terus menerus dan sistematis untuk mengumpulkan bukti pembelajaran dengan tujuan untuk meningkatkan capaian pembelajaran peserta didik. Guru kemudian dapat menyesuaikan pendekatan pembelajaran menjadi lebih baik memenuhi kebutuhan belajar dari peserta didik yang teridentifikasi. Penilaian formatif juga memberikan umpan balik kepada peserta didik. Tujuan utama penilaian formatif adalah meningkatkan capaian pembelajaran oleh peserta didik, dan dilakukan ketika pembelajaran sedang berlangsung. Fokus dari penilaian formatif adalah pada proses dan peningkatan (*progress*) dari pembelajaran dan merupakan bagian yang integral (tidak terpisahkan) dari proses belajar-mengajar.

Penilaian formatif mencakup berbagai macam strategi untuk mengungkapkan pemahaman peserta didik sehingga memungkinkan guru untuk secara tepat membantu mereka mengatasi kesulitan pembelajaran yang dihadapi. Guru dapat melakukan penilaian formatif sebelum, selama, dan sesudah pembelajaran. Sebelum pembelajaran, penilaian formatif bersifat diagnostik, yaitu bertujuan mengetahui apakah peserta didik sudah memiliki pengetahuan prasyarat yang dibutuhkan dalam pembelajaran yang akan dilaksanakan. Selama pembelajaran, penilaian formatif bertujuan memeriksa perkembangan pembelajaran dan memberikan informasi pada guru apakah perlu mengubah pendekatan yang dilakukan. Sesudah pembelajaran, penilaian formatif bertujuan mengukur seberapa tercapainya tujuan pembelajaran oleh peserta didik dan menentukan tindakan selanjutnya.

Guru dapat menggunakan AKM versi kelas sebagai diagnostik untuk mengetahui kemampuan numerasi dari peserta didik. Sebagai penilaian formatif, guru dapat memberikan tugas rumah, misalnya proyek sederhana, yang menuntut peserta didik untuk dapat menghubungkan matematika yang mereka pelajari di sekolah dengan kehidupan mereka sehari-hari.

Sebagai contoh, ketika peserta didik berbelanja di toko mereka akan menemukan berbagai sistem yang digunakan untuk ukuran sepatu (juga untuk pakaian) seperti terlihat pada gambar 2.4.



Gambar 2.3 Contoh Perbedaan Sistem Ukuran Sepatu di Dunia

Kemudian jika ditelusuri, mereka dapat menemukan informasi bagaimana mengkonversi dari satu sistem ukuran ke sistem ukuran yang lainnya seperti terlihat pada tabel 2.4. Peserta didik diharapkan dapat menggunakan pengetahuan mengenai rasio dan perbandingan untuk menentukan ukuran sepatu yang tepat. Keterampilan ini menjadi penting khususnya jika berbelanja secara daring tanpa bisa mencoba sepatu terlebih dahulu sebelum membelinya.

Tabel 2.4 Konversi Ukuran Sepatu

Tabel Konversi Ukuran Sepatu Pria dan Wanita Dewasa																			
M/W Mengindikasikan Ukuran Sepatu Pria & Wanita. Sistem Lain untuk Kedua Jenis Kelamin																			
Sistem	Ukuran															Sistem			
Eropa	35	35½	36	37	37½	38	38½	39	40	41	42	43	44	45	46½	49½	Eropa		
Meksiko	4,5 5 5,5 6 6,5 7 7,5 9 10 11 12,5															Meksiko			
Jepang	M	21,5	22	22,5	23	23,5	24	24,5	25	25,5	26	26,5	27,5	28,5	29,5	30,5	31,5	Jepang	M
	W	21	21,5	22	22,5	23	23,5	24	24,5	25	25,5	26	27	28	29	30	31	Jepang	W
U.K	M	3	3½	4	4½	5	5½	6	6½	7	7½	8	8½	10	11	12	13½	U.K	M
	W	2½	3	3½	4	4½	5	5½	6	6½	7	7½	8	9½	10½	11½	13	U.K	W
Australia	M	3	3½	4	4½	5	5½	6	6½	7	7½	8	8½	10	11	12	13½	Australia	M
	W	3½	4	4½	5	5½	6	6½	7	7½	8	8½	9	10½	11½	12½	14	Australia	W
AS & Kanada	M	3½	4	4½	5	5½	6	6½	7	7½	8	8½	9	10½	11½	12½	14	AS & Kanada	M
	W	5	5½	6	6½	7	7½	8	8½	9	9½	10	10½	12	13	14	15½	AS & Kanada	W
Rusia & Ukraina	W	33½	34	35	36	37	38	39									Rusia & Ukraina	W	
Korea (mm)	228	231	235	238	241	245	248	251	254	257	260	267	273	279	286	292	Korea		
Inci	9	9⅛	9¼	9⅝	9½	9⅞	9¾	9⅞	10	10⅞	10¾	10½	10¾	11	11¼	11½	Inci		
Sentimeter	22,8	23,1	23,5	23,8	24,1	24,5	24,8	25,1	25,4	25,7	26,0	26,7	27,3	27,9	28,6	29,2	Sentimeter		
Mondopoint	228	231	235	238	241	245	248	251	254	257	260	267	273	279	286	292	Mondopoint		

Pada kesempatan lain, peserta didik juga dapat dilibatkan untuk memerhatikan struk pembayaran untuk memeriksa perhitungan apakah sudah sesuai setelah dikenakan diskon dan Pajak Pertambahan Nilai (PPN). Mereka dapat diajak mendiskusikan pertanyaan, misalnya, “Apakah PPN dikenakan sebelum atau setelah diskon atau tidak ada bedanya?”

Guru juga melaksanakan penilaian terhadap kemampuan peserta didik melakukan pemecahan masalah matematika, keterampilan penalaran matematika dan penggunaan alat matematika dalam proses pemecahan masalah, serta sikap peserta didik dalam pembelajaran numerasi. Hasil asesmen ini bersifat formatif dan dikomunikasikan kepada peserta didik beserta dengan umpan balik bagaimana peningkatan keterampilan dapat dicapai oleh peserta didik. Guru juga dapat menggunakan kesempatan untuk menilai kinerja peserta didik untuk memahami kekuatan dan kelemahan mereka. Peserta didik juga dapat menilai kinerja mereka sendiri (penilaian diri dan penilaian sebaya) selama tahap ini.

1. Menggunakan Penilaian Pengetahuan, Sikap dan Keterampilan

a. Penilaian Proses Pemecahan Masalah

Proses pemecahan masalah mencakup peserta didik memahami masalah dalam konteks yang dihadapi, menyederhanakan dan memodelkan masalah secara matematis, memecahkan masalah dengan mendapatkan solusi matematikanya, serta menafsirkan dan memeriksa kesahihan hasil dalam konteks masalah tersebut. Berikut ini merupakan rubrik penilaian proses pemecahan masalah yang telah diadaptasi dari Tekin-Dede dan Bukova-Güzel (2018).

Tabel 2.5 Rubrik Penilaian Proses Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Aspek Pemahaman Masalah				
Memahami Masalah	Peserta didik tidak memahami masalah, tidak menentukan apa yang diberikan dan tujuan, dan tidak membentuk atau salah membentuk hubungan di antara keduanya.	Peserta didik memahami sebagian masalah, menentukan hal yang diberikan dan tujuan sampai batas tertentu tetapi tidak membentuk atau secara keliru membentuk hubungan di antara keduanya.	Peserta didik memahami masalah secara lengkap, menentukan apa yang diberikan dan tujuannya, tidak membentuk atau salah membentuk hubungan di antara keduanya.	Peserta didik memahami masalah secara lengkap, menentukan apa yang diberikan dan tujuan, dan membentuk hubungan di antara keduanya.
Aspek Penyederhanaan Masalah dan Pemecahan Masalah				
Menyederhanakan Masalah	Peserta didik tidak menyederhanakan masalah, tidak menentukan variabel yang diperlukan / tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah menjadi sebagian, menentukan variabel yang diperlukan / tidak perlu sampai batas tertentu, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan variabel yang diperlukan / tidak perlu, dan membuat asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan variabel yang diperlukan / tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang realistis.

Aspek Pemecahan masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memodelkan Masalah secara Matematis	Peserta didik tidak membuat, atau salah membuat, model matematika.	Peserta didik membuat model matematika yang tidak lengkap/salah berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat model matematika yang benar berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat model matematika yang dibutuhkan dengan benar sesuai dengan asumsi realistik, menjelaskan model dan menghubungkannya satu sama lain.
Aspek Pemecahan Masalah				
Memecahkan Masalah Matematika	Peserta didik tidak menyajikan solusi matematika, salah menyelesaikan model yang dibuat, atau mencoba menyelesaikan model matematika yang salah.	Terdapat kekurangan/kesalahan dalam penyelesaian model matematika yang dibuat secara tidak lengkap/salah.	Terdapat kekurangan/kesalahan dalam solusi model matematika yang dibuat dengan benar.	Peserta didik mencapai solusi matematika yang benar berdasarkan model matematika yang dibuat dengan benar.
Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi				
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak menafsirkan solusi matematika dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik salah menafsirkan solusi matematika dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik menafsirkan secara tidak lengkap solusi matematika dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik menafsirkan dengan benar dan lengkap solusi matematika dalam konteks kehidupan nyata.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah.	Peserta didik memvalidasi sebagian, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, mengoreksi kesalahan yang ditentukan.

b. Penilaian Keterampilan Penalaran Matematika dan Penggunaan Alat Matematika

Selain asesmen kognitif dengan menggunakan AKM kelas, guru juga perlu melakukan asesmen nonkognitif melalui observasi perilaku peserta didik dengan memerhatikan dan mencatat apa yang mereka katakan dan lakukan di dalam kelas. Ada dua aspek yang berkaitan dengan numerasi yang perlu diperhatikan ketika mengobservasi peserta didik, yaitu (a) kemampuan menggunakan keterampilan dan alat matematika, dan (b) disposisi atau sikap dari peserta didik. Berikut rubrik yang dapat digunakan untuk menilai kedua aspek tersebut.

Tabel 2.6 Rubrik Penilaian Keterampilan Penalaran Matematika dan Penggunaan Alat Matematika (Goos, dkk., 2020)

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penalaran Matematika			
1. Peserta didik memahami keterampilan matematika yang dibutuhkan			
2. Peserta didik menggunakan strategi yang sesuai untuk menemukan jawaban			
3. Peserta didik mencapai solusi yang benar			
4. Peserta didik dapat menjelaskan bagaimana jawaban didapat			
Penggunaan Alat Matematika			
1. Peserta didik memilih alat yang sesuai dengan permasalahan			
2. Peserta didik dapat menjelaskan alasan pemilihan alat			
3. Peserta didik menggunakan alat dengan sesuai			
4. Peserta didik mendapatkan hasil penggunaan alat yang akurat atau tepat			

c. Penilaian Penilaian Sikap

Untuk menilai disposisi (yaitu: tidak usahkualitas yang melekat pada pikiran dan karakter seseorang yang mencakup sikap dan/atau kepercayaan) termasuk rasa percaya diri, keluwesan (fleksibilitas), inisiatif dan risiko, guru dapat menggunakan rubrik berikut ini pada saat mengobservasi peserta didik ketika mereka mengerjakan pekerjaan/tugas numerasi.

Tabel 2.7 Rubrik Penilaian Sikap (Disposisi) Numerasi (Goos, dkk., 2020)

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
1. Peserta didik tampak terlibat dalam pembelajaran			
2. Peserta didik tampak bersemangat dan menikmati apa yang dilakukan			
3. Peserta didik mencoba pendekatan yang berbeda (termasuk alat yang berbeda) untuk menangani tugas, dalam upaya menemukan jawaban (fleksibel)			
4. Peserta didik mencari informasi tambahan dan siap untuk mencoba sesuatu yang baru atau tidak diketahui (mengambil risiko)			
5. Peserta didik mencari informasi tambahan dan siap untuk mencoba sesuatu yang baru atau tidak diketahui (mengambil risiko)			

d. Penilaian Diri Peserta Didik

Lingkari kata (satu atau lebih) yang menggambarkan bagaimana perasaanmu ketika sedang mengerjakan tugas. Selanjutnya peserta didik dapat menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

senang	tidak bahagia	mantap	bodoh
pintar	bingung	bersemangat	tertarik
tidak terlibat	antusias	tertekan	frustasi
khawatir	bosan	puas	...

Lingkari kata (satu atau lebih) yang menggambarkan tugas tersebut. Selanjutnya peserta didik dapat menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

menyenangkan	menantang	susah
sangat mudah	mengecewakan	sama seperti biasanya
mengayikkan	membosankan	...
menarik	berbeda	...

D. Survei Penilaian Diri Numerasi untuk Guru Matematika (Opsional)

Catatan: Bagian ini bersifat opsional (tambahan) bagi guru untuk menilai kesiapan diri dalam menerapkan penguatan numerasi

Tujuan penilaian diri adalah untuk membantu guru mengambil peran aktif dalam mengembangkan kemampuan dan keterampilan mengajar (Ross & Bruce 2007). Penilaian diri mengarahkan guru menjadi lebih kritis terhadap apa yang mereka lakukan. Ini memperkuat tanggung jawab guru atas pekerjaan mereka. Selain itu, penilaian diri membantu guru untuk mengenali kekuatan dan target perkembangan mereka sendiri. Terdapat beberapa cara guru dapat melakukan penilaian diri, di antaranya melalui angket, hasil observasi, dan hasil wawancara.

Untuk mengevaluasi kesiapan numerasi, guru dapat mengisi survei penilaian diri (Goos, dkk., 2014) yang mencakup tiga aspek berikut.

1. **Pengetahuan profesional** mencakup pengetahuan mengenai peserta didik dan kebutuhan belajar numerasi mereka, pengetahuan numerasi sesuai jenjang dan mata pelajaran dan pengetahuan tentang bagaimana mendukung pembelajaran numerasi peserta didik.

2. **Atribut profesional** mencakup sifat pribadi seperti ekspektasi yang tinggi bagi peserta didik untuk mengembangkan numerasi, komitmen dalam pengembangan profesional pribadi untuk meningkatkan pengetahuan numerasi dan strategi pengajarannya, dan rasa tanggung jawab dalam mengomunikasikan informasi yang tepat tentang numerasi.
3. **Praktik profesional** mencakup pembentukan lingkungan belajar numerasi yang mendukung dan menantang, merencanakan pembelajaran numerasi di semua bidang kurikulum, mendemonstrasikan strategi pengajaran numerasi yang efektif dan menggunakan strategi penilaian yang memungkinkan semua peserta didik untuk mendemonstrasikan pengetahuan numerasi mereka.

Gunakan rating berikut dan jawablah dengan sejujurnya. Tujuan survei ini adalah untuk mengenali kesiapan diri dan mengidentifikasi hal yang perlu dikembangkan sebagai refleksi pribadi.

Rating:

5 sangat percaya diri

4 percaya diri

3 tidak yakin

2 tidak percaya diri

1 sangat tidak percaya diri

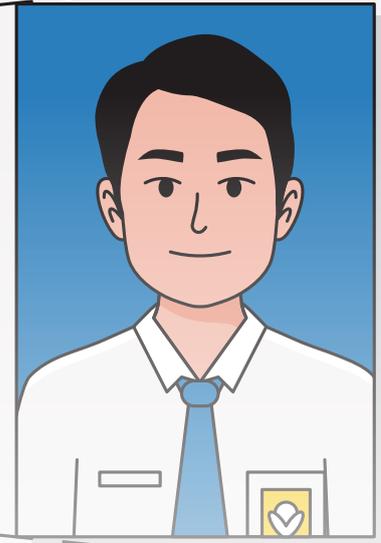
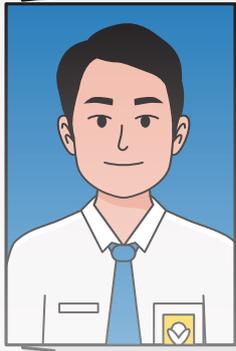
Tabel 2.8 Rubrik Penilaian Diri Numerasi untuk Guru Matematika

Sub domain	Dalam praktik mengajar saya, saya mampu...	Rating 5-1
Pengetahuan profesional		
Peserta didik	Memahami keragaman kemampuan matematika dan kebutuhan numerasi peserta didik	
Numerasi	Menunjukkan pengetahuan yang baik tentang matematika yang sesuai untuk mengajar peserta didik saya	
	Memahami keberadaan numerasi dan perannya dalam situasi sehari-hari	
	Menunjukkan pengetahuan yang relevan tentang konsep utama, cara penyelidikan dan struktur matematika	
	Menunjukkan hubungan antara berbagai topik matematika dan antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya	
	Mengenali peluang belajar numerasi lintas kurikulum	
Pembelajaran numerasi peserta didik	Memahami teori kontemporer tentang bagaimana peserta didik mempelajari matematika	
	Memiliki kumpulan strategi pengajaran kontemporer, berlandaskan teori, dan berpusat pada peserta didik	
	Menunjukkan pengetahuan tentang berbagai sumber daya yang sesuai untuk mendukung pembelajaran numerasi peserta didik	
	Mengintegrasikan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan pembelajaran numerasi peserta didik	

Sub domain	Dalam praktik mengajar saya, saya mampu...	Rating 5-1
Atribut profesional		
Atribut pribadi	Menunjukkan disposisi (sikap) positif terhadap matematika dan pengajaran matematika	
	Menyadari bahwa semua peserta didik dapat belajar matematika dan menjadi numerat	
	Menyatakan harapan yang tinggi untuk pembelajaran matematika dan pengembangan numerasi peserta didik saya	
	Menunjukkan tingkat kompetensi numerasi pribadi yang memuaskan untuk mengajar	
Pengembangan profesional pribadi	Menunjukkan komitmen untuk terus meningkatkan pengajaran matematika saya	
	Menunjukkan komitmen untuk berkolaborasi dengan guru disiplin ilmu selain matematika untuk meningkatkan pengajaran dan pembelajaran numerasi	
Tanggung jawab komunitas	Mengembangkan dan mengomunikasikan perspektif tentang numerasi di dalam dan di luar sekolah	

Sub domain	Dalam praktik mengajar saya, saya mampu...	Rating 5-1
Praktik profesional		
Lingkungan belajar	Mendorong keterlibatan aktif dalam pembelajaran numerasi	
	Menciptakan lingkungan belajar numerasi yang mendukung dan menantang	
	Mendorong pengambilan risiko dan penyelidikan kritis dalam pembelajaran numerasi	
Perencanaan	Menekankan hubungan antara berbagai topik matematika dan antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya	
	Memenuhi keragaman kemampuan matematika dan kebutuhan numerasi peserta didik	
	Menentukan kebutuhan belajar peserta didik dalam numerasi untuk membantu perencanaan dan implementasi pengalaman belajar	
	Menanamkan cara berpikir dan bekerja secara matematis dalam pengalaman belajar numerasi	
	Merencanakan berbagai peluang penilaian numerasi yang autentik	
Pengajaran	Menunjukkan berbagai strategi pengajaran yang efektif untuk pembelajaran numerasi	
	Memanfaatkan beberapa representasi ide matematika dalam matematika dan di bidang kurikulum lainnya	
	Mengurutkan alur pengalaman belajar matematika dengan tepat	
	Menunjukkan kemampuan untuk memaknakan matematika dan memodelkan pemikiran dan penalaran matematis	
Penilaian (Asesmen)	Memberikan kesempatan kepada semua peserta didik untuk menunjukkan pengetahuan numerasi mereka	
	Mengumpulkan dan menggunakan berbagai sumber bukti yang sah untuk membuat penilaian tentang pembelajaran numerasi peserta didik	

(Sumber: Diadaptasi dari Goos, dkk., 2014)



Bab 3

Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas VII

Rasio dan Proporsi di Kehidupan Sehari-hari



A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.4 Menjelaskan rasio dua besaran (satunya sama dan berbeda) dengan fokus pada faktor skala dan proporsi, kecepatan dan debit.	<ol style="list-style-type: none">1. Mengidentifikasi perbedaan rasio dan proporsi2. Menggunakan rasio dua besaran terkait proporsi untuk menyelesaikan masalah
4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rasio dua besaran (satunya sama dan berbeda) dengan fokus pada faktor skala dan proporsi, kecepatan dan debit.	<ol style="list-style-type: none">1. Menggunakan proses berpikir kritis untuk menganalisis suatu masalah kontekstual yang berkaitan dengan proporsi2. Menyelesaikan masalah penalaran proporsional yang berkaitan dengan proporsi dengan cermat

B. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat mengidentifikasi perbedaan rasio dan proporsi pada berbagai permasalahan sehari-hari.
2. Peserta didik dapat menggunakan rasio dua besaran terkait proporsi untuk menyelesaikan masalah sehari-hari.
3. Peserta didik dapat menerapkan proses pemecahan masalah kontekstual (merumuskan, melakukan, menafsirkan, serta mengevaluasi) terkait proporsi dengan bernalar kritis dan berpikir kreatif.

C. Deskripsi Umum

Dalam matematika sekolah menengah, rasio dan proporsi adalah topik penting. NCTM (2000) mengungkapkan bahwa proporsi merupakan salah satu ide dasar dalam matematika yang membantu peserta didik untuk memahami skema matematika lainnya dan menghubungkannya. Singh (2000) menyatakan pemahaman rasio dan proporsi sangat penting dalam pengembangan penalaran matematis yang lebih tinggi. Dalam matematika, konsep rasio merupakan dasar dari beberapa topik matematika. Tetapi pada kenyataannya, peserta didik masih mengalami kebingungan terkait perbedaan antara rasio dan proporsi (Lestari, 2016).

Untuk itu diperlukan aktivitas pembelajaran yang dapat menggiring peserta didik untuk memahami definisi dari rasio dan proporsi.

D. Landasan Teori

Lamon (1994) menyatakan bahwa tahapan pembelajaran yang digunakan untuk mempelajari Rasio dan proporsi sebaiknya tidak dimulai dari notasi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Tetapi peserta didik sebaiknya disuguhkan aktivitas pembelajaran mengenai rasio dan proporsi yang diangkat dari aktivitas kehidupan sehari-hari peserta didik. Hamidah, Putri & Somakim (2018) menambahkan bahwa rasio dan proporsi sangat erat kaitannya dengan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari peserta didik. Langkah-langkah membuat minuman atau makanan, tarif angkutan, Skala pada peta, menghitung jarak, menentukan harga barang belanjaan adalah berbagai contoh penerapan rasio dan proporsi pada situasi kehidupan sehari-hari. Maka dari itu, kompetensi dasar mengenai rasio dan proporsi dipilih untuk diberikan penguatan numerasi. Hal ini dimaksudkan supaya memberikan pemahaman bermakna kepada peserta didik terkait materi tersebut.

Alokasi waktu	2 JP
Alat	Foto/gambar
Media	Kertas berpetak

E. Pertanyaan Pemantik

1. Berapa rasio panjang dan lebar foto?
2. Apakah ukuran foto proporsional?
3. Bagaimana bentuk foto yang proporsional menurutmu?

F. Pemahaman Bermakna

1. Rasio merupakan perbandingan ukuran dua jumlah unit yang sama.
2. Proporsi mengacu pada kesetaraan dua rasio.

G. Deskripsi Pembelajaran

1. Konteks	Pribadi Masalah yang diangkat pada aktivitas pembelajaran adalah masalah yang terkait dengan keseharian peserta didik dalam mengerjakan tugas sekolah. Sehingga konteks tersebut masuk dalam kategori konteks pribadi.
2. Konten	Bilangan Konten pada masalah pada bab ini berkaitan dengan mengukur serta membandingkan bilangan, lalu mengidentifikasi hubungan bilangan sebagai rasio dan proporsi. Untuk itu, masalah tersebut mengangkat konten bilangan.
3. Level Kognitif	Pemahaman, Penerapan, Penalaran Aktivitas pembelajaran diawali dengan masalah yang terdiri dari beberapa pertanyaan. Pertanyaan tersebut menuntut peserta didik melakukan ketiga level kognitif. Pertama, peserta didik diminta untuk mengamati dan mengidentifikasi informasi yang diberikan. Pada tahap ini, peserta didik melakukan pemahaman terhadap masalah. Kedua, peserta didik dituntut untuk menentukan atau memilih strategi yang tepat serta menerapkannya dalam menentukan rasio dan proporsi. Dengan menjawab pertanyaan terkait poin kedua, berarti peserta didik telah menguasai level penerapan. Dan yang terakhir, peserta didik diminta untuk menilai dan mengevaluasi pernyataan terkait rasio dan proporsi. Peserta didik juga diberi kesempatan untuk mengkomunikasikan alasan dari jawaban yang diungkapkan. Lalu di akhir masalah peserta didik diminta untuk menyimpulkan terkait definisi dari proporsi dan mengidentifikasi perbedaan proporsi dengan rasio. Maka dari itu, dengan aktivitas pembelajaran ini, peserta didik telah digiring untuk melakukan penalaran.

H. Pembelajaran: Rasio dan Proporsi

Aktivitas pembelajaran menekankan kepada peserta didik untuk dapat memahami perbedaan mendasar antara rasio dan proporsi. peserta didik diarahkan untuk mengidentifikasi secara mandiri definisi dari proporsi dengan konteks foto.

1. Kegiatan Pembuka

Apakah kamu pernah mengedit dan mencetak foto sendiri?

Berapa saja ukuran foto yang kamu tahu?



Gambar 3.1 Foto keluarga

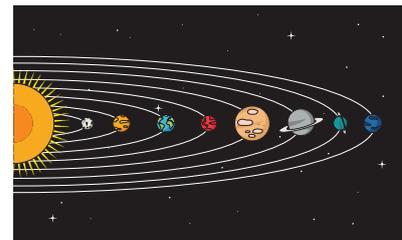
Masalah 1: MENGEDIT GAMBAR

Peserta didik kelas VII sedang mempersiapkan presentasi tugas mengenai tata surya.

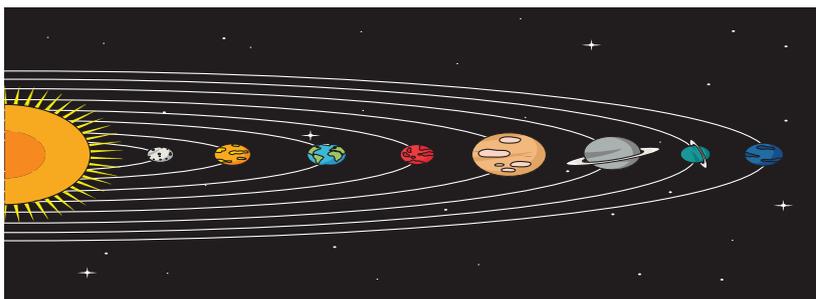
Kelompok 1 ingin menyalin gambar susunan planet lalu menempelkan ke kotak dengan ukuran tertentu.

Gambar 3.2 merupakan gambar asli yang diambil dari situs internet.

Lalu, Bayu, salah satu anggota kelompok A ingin membuat gambar agar tampak lebih besar, maka gambar tersebut diedit menjadi seperti pada gambar 3.3.



Gambar 3.2 Foto Susunan Planet dengan Ukuran Asli



Gambar 3.3 Foto Susunan Planet Setelah Diedit

Apakah gambar 3.3 terlihat proporsional seperti gambar 3.2? Jelaskan jawabanmu.

Catatan untuk guru: Guru dapat terlebih dahulu mengajak peserta didik mendiskusikan arti proporsional, khususnya dalam kasus gambar. Peserta didik diarahkan untuk melihat hasil pembesaran dari bentuk yang proporsional tidak mengubah bentuk tetapi hanya ukurannya saja. Guru dapat mengaitkan dengan konsep kesebangunan jika peserta didik sudah mempelajarinya.

Jika ingin memperbaiki gambar 3.3 agar terlihat lebih proporsional, maka berapa tinggi gambar 3.3 agar terlihat sesuai dengan gambar 3.2?

Sebelum menyelesaikan masalah di atas, jawablah pertanyaan di bawah ini.

1. Informasi apa saja yang kamu ketahui dari masalah tersebut?
2. Apakah informasi pada soal cukup untuk kamu menemukan penyelesaian dari masalah di atas?
3. Apa tujuan yang ingin dicapai dari masalah di atas?
4. Adakah hal yang belum kalian mengerti dari masalah tersebut? Jika ada, tuliskan.
5. Bagaimana hubungan antara informasi pada masalah dan tujuan dari masalah tersebut?

Penilaian Formatif Aspek Pemahaman Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memahami Masalah	Peserta didik tidak memahami, tidak dapat menyebutkan informasi yang diberikan pada masalah dan maksud/tujuan masalah, peserta didik tidak dapat merumuskan pertanyaan terkait hal yang belum dimengerti dari masalah.	Peserta didik memahami sebagian masalah, dapat menyebutkan sebagian informasi yang diberikan pada masalah dan maksud/tujuan masalah, peserta didik dapat merumuskan sebagian pertanyaan terkait hal yang belum dimengerti dari masalah.	Peserta didik memahami masalah secara lengkap, dapat menyebutkan informasi yang diberikan pada masalah dan maksud/tujuan masalah, peserta didik dapat menilai kecukupan informasi pada masalah	Peserta didik memahami masalah secara lengkap, dapat menyebutkan informasi yang diberikan pada masalah dan maksud/tujuan masalah, peserta didik dapat menilai kecukupan informasi pada masalah, dan membentuk hubungan di antara ketiganya.

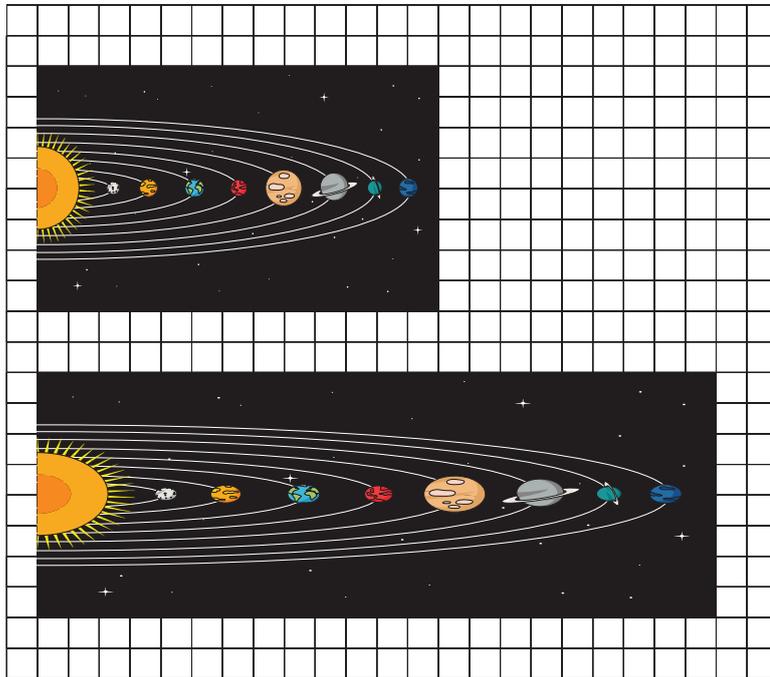
2. Kegiatan Inti

a. Tahap 1. Merumuskan

(Mengidentifikasi masalah dalam konteks, mengorganisir masalah dengan bantuan konsep matematika, mengubah masalah menjadi masalah matematika)

Dalam merumuskan masalah, ajaklah peserta didik untuk menjawab pertanyaan berikut.

1. Bandingkanlah gambar 3.2 dan gambar 3.3.



Mengapa gambar 3.3 dinilai tidak proporsional dibanding gambar 3.2? Jelaskan jawabanmu.

2. Tuliskan informasi apa yang dapat kamu ketahui dari gambar 3.2 dan gambar 3.3 terkait dengan proporsional atau tidaknya gambar tersebut.

Kunci Jawaban

1. Alternatif jawaban: Karena panjang foto pada gambar 3.3 terlalu panjang. Sehingga gambar terlihat tidak proporsional.
2. Alternatif jawaban: Gambar 3.2 dan gambar 3.3 lebarnya sama yaitu 4 satuan. Gambar 3.3 tidak proporsional karena panjangnya berbeda dengan gambar 3.2.

Diferensiasi

Jika peserta didik tidak dapat menjawab pertanyaan di atas, maka guru diharapkan dapat mengingatkan peserta didik untuk membandingkan ukuran foto pada gambar terlebih dahulu.

Penilaian Formatif Aspek Penyederhanaan Masalah dan Pemodelan Matematika

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menyederhanakan Masalah	Peserta didik tidak menyederhanakan masalah, Tidak dapat membuat asumsi mengenai gambar yang tidak proporsional.	Peserta didik menyederhanakan masalah menjadi sebagian, membuat asumsi yang salah mengenai gambar yang tidak proporsional.	Peserta didik menyederhanakan masalah, membuat asumsi yang dapat diterima sebagian mengenai gambar yang tidak proporsional.	Peserta didik menyederhanakan masalah, dapat membuat asumsi yang realistis mengenai gambar yang tidak proporsional.
Memodelkan Masalah secara Matematis	Peserta didik tidak membuat model matematika dari ukuran gambar 3.2 dan gambar 3.3.	Peserta didik membuat model matematika dari ukuran gambar 3.2 dan gambar 3.3 yang salah berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat model matematika dari ukuran gambar 3.2 dan gambar 3.3 yang tidak lengkap benar berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat model matematika dari ukuran gambar 3.2 dan gambar 3.3 dengan benar sesuai dengan asumsi realistik, menjelaskan model dan menghubungkannya satu sama lain.

b. Tahap 2. Melakukan

Dalam melakukan pemecahan masalah, ajaklah peserta didik untuk menjawab pertanyaan berikut.

1. Berapa rasio dari tinggi dan panjang gambar 3.2?
2. Berapa rasio dari tinggi dan panjang gambar 3.3?
3. Bandingkan rasio tinggi dan panjang gambar 3.2 dengan gambar 3.3. Apa yang kamu temukan?
4. Lalu, jika ingin mengedit gambar menjadi proporsional, maka berapa ukuran tinggi pada gambar 3.3?

Kunci jawaban

1. 7 : 4
2. 14 : 4
3. Rasio panjang pada gambar 3.3 dua kali pada gambar 3.2, rasio lebar pada kedua gambar sama.
4. 14 : 8

Diferensiasi

Jika peserta didik tidak dapat menjawab pertanyaan pada tahap melakukan pemecahan masalah 1, maka guru diharapkan dapat memberikan contoh beberapa nilai rasio dan meminta peserta didik untuk menilai apakah rasio yang disebutkan proporsional atau tidak.

Penilaian Formatif Aspek Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memecahkan Masalah Matematika	Peserta didik tidak menyajikan solusi matematika, salah menyelesaikan model yang dibuat terkait rasio foto, atau mencoba menyelesaikan model matematika yang salah.	Terdapat kekurangan/kesalahan dalam penyelesaian model matematika yang dibuat dibuat terkait rasio foto secara tidak lengkap/salah.	Terdapat kekurangan/kesalahan dalam solusi model matematika yang dibuat dibuat terkait rasio foto dengan benar.	Peserta didik mencapai solusi matematika yang benar berdasarkan model matematika yang dibuat dibuat terkait rasio foto dengan benar.

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

Dalam menafsirkan dan mengevaluasi penyelesaian masalah, ajaklah peserta didik untuk menjawab pertanyaan berikut.

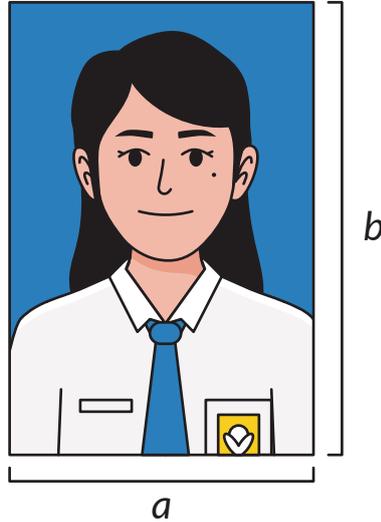
- a. Jika terdapat gambar A dengan ukuran yang berbeda seperti yang ada pada tabel di bawah ini, maka lengkapi kemungkinan ukuran tinggi dan panjang dari gambar B agar gambar tetap terlihat proporsional.

Tabel 3.1 Rasio Ukuran Gambar A dan Gambar B

	Tinggi	Panjang
Gambar A	2	3
Gambar B	4
	9

- b. Untuk ukuran gambar A pada nomor 2, apakah gambar B terlihat proporsional jika ukuran tinggi gambar sebesar 12 satuan dan panjangnya 20 satuan? Jelaskan alasanmu.

2. Diketahui ukuran foto berikut ini.



Gambar 3.4 Pas Foto dengan Ukuran $a \times b$

Tentukan ukuran foto lain yang memiliki rasio senilai dengan foto tersebut.

Kunci Jawaban:

1. a.

	Tinggi	Panjang
Gambar A	2	3
Gambar B	4	6
	6	9
	8	12
	10	15

- b. Gambar B akan tidak proporsional dengan ukuran tersebut. Jika ukuran lebar gambar 12, maka agar foto terlihat proporsional panjang foto seharusnya 18.

2. Ukuran foto yang memiliki rasio senilai dengan ukuran foto tersebut:

- $(a \times 2) : (b \times 2)$
- $(a \times 3) : (b \times 3)$
- $(a \times 4) : (b \times 4)$
- $(a \times n) : (b \times n)$

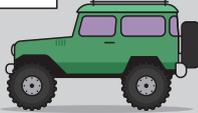
Diferensiasi

Jika peserta didik tidak dapat menjawab pertanyaan terkait menggeneralisasi ukuran foto dengan rasio yang senilai, maka guru diharapkan dapat mengajak peserta didik untuk mengamati dan memahami kembali jawaban pada pertanyaan nomor 2 lalu ukuran pada tabel dapat diganti dengan $a \times b$.

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak menafsirkan solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik salah menafsirkan solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik menafsirkan secara tidak lengkap solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks kehidupan nyata.	Peserta didik menafsirkan dengan benar dan lengkap solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks kehidupan nyata.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah mengenai ukuran foto yang proporsional.	Peserta didik memvalidasi sebagian, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai ukuran foto yang proporsional.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai ukuran foto yang proporsional.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai ukuran foto yang proporsional.

Masalah 2: MOBIL HEMAT BAHAN BAKAR

MILIKI MOBIL IMPIAN ANDA		AUTOMOBIL INDONESIA	
BETA	Rp 143 Juta	ALPHA	Rp 135 Juta
Manual 4 duduk Penggunaan bahan bakar: Dalam kota 0,083 liter/km Luar kota 0,056 liter/km		Manual 4 duduk Penggunaan bahan bakar: Dalam kota 1:17 km Luar kota 1:24 km	
DELTA	Rp 185 Juta	CERIA	Rp 162 Juta
Manual 6 duduk Penggunaan bahan bakar: Dalam kota 14 km/liter Luar kota 16 km/liter		Otomatis 4 duduk Penggunaan bahan bakar: Dalam kota 180 km/10 liter Luar kota 200 km/10 liter	
ECHO	Rp 197 Juta	Hubungi: PT Auto Mobil Indonesia, Jakarta (021) 4457 9993 32	
Manual 6 duduk Penggunaan bahan bakar: Dalam kota 75 km/5 liter Luar kota 125 km/5 liter			

Gambar 3.5 Brosur Mobil Berbagai Merek

Ayah ingin membeli mobil baru. Berdasarkan dana yang tersedia Ayah sudah menyeleksi lima merek mobil dan mendapatkan brosurnya. Ayah memikirkan berbagai pertimbangan untuk mengambil keputusan, dan salah satu kriteria yang harus dimiliki mobil adalah hemat bahan bakar. Jika ayah meminta tolong kepadamu untuk membantu memilih di antara kelima merek mobil yang ada pada gambar 3.5, bagaimana kamu menentukan mobil mana yang akan kamu pilih?

Catatan untuk Guru

Di sini peserta didik diajak untuk memahami permasalahan, yaitu memilih mobil berdasarkan kriteria yang paling hemat bahan bakar. peserta didik diajak diskusi mengenai apa artinya hemat bahan bakar untuk mobil, dan dapat mencapai kesimpulan berikut:

1. Untuk setiap liter bensin (atau jumlah bensin yang sama) dapat menempuh jarak terjauh.
2. Untuk setiap km jarak (atau jarak tertentu yang sama) membutuhkan liter bensin paling sedikit.

Peserta didik juga berdiskusi mengenai mengapa dibedakan antara dalam kota dan luar kota, dan menyimpulkan bahwa mobil lebih boros jika banyak berhenti (kondisi dalam kota dengan lampu merah dan kemacetan) dibandingkan jika jalan dengan lancar (luar kota/tol). Peserta didik juga diajak mendiskusikan berbagai cara menuliskan penggunaan bahan bakar, 1 liter : 10 km; 1 km : 0,05 liter; 0,05 liter/km, 15 km/liter, dsb.

a. Tahap 1. Merumuskan

Pada tahap ini, masalah kontekstual dirumuskan secara matematis dengan menyederhanakan informasi pada brosur menjadi tabel dan menentukan perbandingan (rasio) bahan bakar dengan jarak tempuh dengan adanya perbedaan satuan atau bentuk rasio yang digunakan sehingga dibutuhkan menyamakan satuan untuk dapat membandingkan.

Tabel 3.2 Penggunaan Bahan Bakar Berbagai Merek Mobil

No.	Merek Mobil	Penggunaan bahan bakar	
		Dalam kota	Luar Kota (Tol)
1	Alpha (Muatan 4 orang)	1 : 17	1 : 24
2	Beta (Muatan 4 orang)	0,083 liter/km	0,056 liter/km
3	Ceria (Muatan 4 orang)	180 km/10 liter	200 km/10 liter
4	Delta (Muatan 6 orang)	14 km/liter	16 km/liter
5	Echo (Muatan 6 orang)	75 km/5 liter	125 km/ 5 liter

Catatan:

1 : 2 (1 liter bensin dapat menempuh 2 km)

b. Tahap 2. Melakukan

Dalam melakukan pemecahan masalah, peserta didik melakukan curah ide (brainstorming) berbagai cara untuk menyamakan satuan penggunaan bahan bakar tiap merek mobil pada tabel di bawah ini. Peserta didik dapat memilih salah satu satuan yang akan digunakan (liter:km; km/liter; liter/km).

Tabel 3.3 Penggunaan Bahan Bakar dalam Satuan yang Sama

No.	Merek Mobil	Penggunaan bahan bakar	
		Dalam kota	Luar Kota (Tol)
1	Alpha (Muatan 4 orang)
2	Beta (Muatan 4 orang)
3	Ceria (Muatan 4 orang)
4	Delta (Muatan 6 orang)
5	Echo (Muatan 6 orang)

Kunci Jawaban (Alternatif jawaban):

No.	Merek Mobil	Penggunaan bahan bakar	
		Dalam kota	Luar Kota (Tol)
1	Alpha (Muatan 4 orang)	17 km/liter	24 km/liter
2	Beta (Muatan 4 orang)	8 km/liter	12,5 km/liter
3	Ceria (Muatan 4 orang)	18 km/liter	20 km/liter
4	Delta (Muatan 6 orang)	14 km/liter	16 km/liter
5	Echo (Muatan 6 orang)	15 km/liter	25 km/liter

Catatan untuk Guru

Di sini ada kesempatan bagi peserta didik untuk melatih kemampuan numerasi dalam hal mengkonversi satuan menggunakan pemahaman perkalian atau pembagian.

Diferensiasi

Masalah 2 mengandung unsur numerasi konversi satuan. Jika peserta didik kesulitan dalam melakukan penyamaan satuan, maka guru diharapkan untuk membimbing peserta didik dalam memilih bentuk satuan yang mana dari penulisan penggunaan bahan bakar. Sebagai tambahan, peserta didik juga dapat menggunakan kalkulator dalam melakukan konversi satuan.

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

Dalam menafsirkan dan mengevaluasi penyelesaian masalah, ajaklah peserta didik untuk menjawab pertanyaan berikut.

1. Simak dua pendapat berikut ini, jika diminta memilih mobil mana yang akan dibeli.
 - a. Andi memilih merek Ceria. Karena menurut Andi, keluarganya lebih banyak beraktivitas di dalam kota saja. Dan di antara kelima merek di atas, mobil dengan penggunaan bahan bakar yang paling hemat untuk dalam kota adalah merek Ceria.
 - b. Ayah Zeta sering kerja keluar kota melalui jalur darat dan banyak melewati jalan tol. Sehingga menurut Zeta, mobil yang tepat adalah merek Echo.

Apakah kamu setuju dengan pendapat Andi atau Zeta? Jelaskan jawabanmu beserta dengan alasannya.

2. Jika Lena yang akan membantu memilih merek mobil, maka ia akan membandingkan kedua penggunaan mobil baik dalam kota maupun luar kota. Operasi hitung apa yang digunakan dan bagaimana menginterpretasi hasilnya?

Kunci Jawaban

1. Alternatif jawaban: Saya setuju dengan pendapat Andi. Karena keluarga saya lebih banyak menggunakan mobil di dalam kota, sehingga saya memilih mobil Ceria
2. Alternatif jawaban: Jika membandingkan kedua penggunaan mobil di dalam dan luar kota, maka Lena sebaiknya memilih mobil Alpha. Memilih merek tersebut dengan operasi pengurangan / membandingkan selisih. Di dalam kota, mobil Alpha 17 km/liter beda 1 km/liter dengan mobil

Ceria. Lalu di luar kota, mobil Alpha 24 km/liter, hanya selisih 1 km/liter dengan mobil Echo.

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak menafsirkan solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks membandingkan penggunaan bahan bakar berbagai merek mobil.	Peserta didik salah menafsirkan solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks membandingkan penggunaan bahan bakar berbagai merek mobil.	Peserta didik menafsirkan secara tidak lengkap solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks membandingkan penggunaan bahan bakar berbagai merek mobil.	Peserta didik menafsirkan dengan benar dan lengkap solusi matematika mengenai proporsi dalam konteks membandingkan penggunaan bahan bakar berbagai merek mobil.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah mengenai memilih mobil dengan penggunaan bahan bakar yang paling hemat.	Peserta didik memvalidasi sebagian, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai memilih mobil dengan penggunaan bahan bakar yang paling hemat.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai memilih mobil dengan penggunaan bahan bakar yang paling hemat.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai memilih mobil dengan penggunaan bahan bakar yang paling hemat.

3. Kegiatan Penutup

Untuk menutup aktivitas pembelajaran, peserta didik diajak untuk merangkum hasil pembelajaran yaitu definisi dari rasio dan proporsi.

Proporsi adalah bentuk perbandingan yang memiliki rasio senilai.

Sedangkan rasio adalah suatu proses membandingkan dua besaran sejenis dan memiliki satuan yang sama.

I. Asesmen

Pada aktivitas pembelajaran ini, guru akan melakukan penilaian kognitif dan non kognitif. Penilaian kognitif yaitu penilaian pengetahuan dan keterampilan. Penilaian kognitif dapat didasarkan pada hasil peserta didik mengerjakan soal yang terdiri dari tiga level kognitif berbeda yaitu pemahaman, penerapan dan penalaran. Sedangkan penilaian non kognitif didasarkan pada sikap peserta didik selama mengikuti pembelajaran. Untuk itu, guru diharapkan dapat melakukan pengamatan langsung terhadap respon dan tingkah laku peserta didik selama pembelajaran berlangsung.

1. Penilaian Pengetahuan

a. Level 1: Pemahaman (Konteks: Pribadi)

MEMBUAT BOLU

Ibu ingin membuat bolu untuk perayaan Hari Raya. Berikut catatan bahan yang diperlukan untuk membuat 1 loyang bolu dengan ukuran loyang 20×20 .

8 butir telur
250 gram gula pasir
250 gram tepung terigu
200 gram margarin

Tapi ternyata Ibu baru ingat bahwa loyang yang ada di rumah ukurannya 10×20 .

Berapa bahan yang dibutuhkan ibu jika ingin membuat 3 bolu menggunakan loyang yang ibu punya?

Alternatif jawaban.

Misal: p = telur, q = gula pasir, r = tepung terigu, s = margarin

$$1 \text{ loyang ukuran } 20 \times 20 = 8p + 250q + 250r + 200s$$

$$1 \text{ loyang ukuran } 10 \times 20 = \frac{8p + 250q + 250r + 200s}{2}$$

$$1 \text{ loyang ukuran } 10 \times 20 = 4p + 125q + 125r + 100s$$

$$3 \text{ loyang ukuran } 10 \times 20 = (4p + 125q + 125r + 100s) \times 3 = 12p + 375q + 375r + 300s$$

Jadi bahan yang diperlukan untuk membuat 3 loyang bolu ukuran 10×20 adalah:

12 butir telur
375 gram gula pasir
375 gram tepung terigu
300 gram margarin.

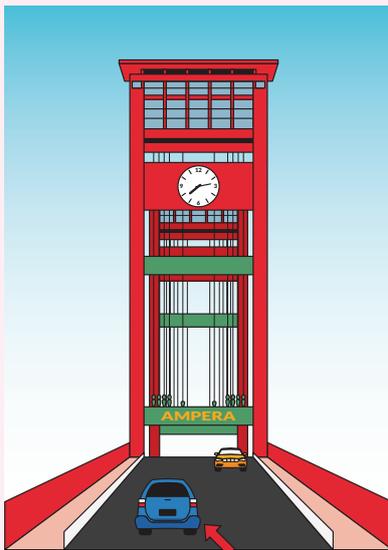
Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak dapat membuat model matematika dari bahan membuat bolu untuk loyang ukuran 20×20 dan 10×20 . Perlu ditindaklanjuti dengan memperdalam kemampuan untuk memahami masalah dan menerjemahkannya ke dalam model matematika.	Peserta dapat menentukan model matematika dari bahan membuat bolu namun tidak dapat mengidentifikasi bahwa loyang ukuran 10×20 adalah setengah dari 20×20 antara loyang. Peserta didik perlu diingatkan untuk memahami mengenai volume bangun ruang.	Jawaban benar seluruhnya.

b. Level 2: Penerapan (Konteks: Sosial)

JEMBATAN AMPERA

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.6 Jembatan Ampera

Jika diketahui tinggi mobil (yang ditunjuk tanda merah) sebenarnya adalah 1,5 m. Maka perkiraan tinggi jembatan ampera sebenarnya. Bagaimana kamu mengetahuinya?

Alternatif jawaban.

Tinggi Mobil pada gambar = 1 satuan

Tinggi mobil sebenarnya = 1,5 m

Tinggi jembatan ampera = 17 satuan

Tinggi jembatan ampera sebenarnya = ...

1 satuan = 1,5 m

17 satuan = $17 \times 1,5 \text{ m} = 25,5 \text{ m}$

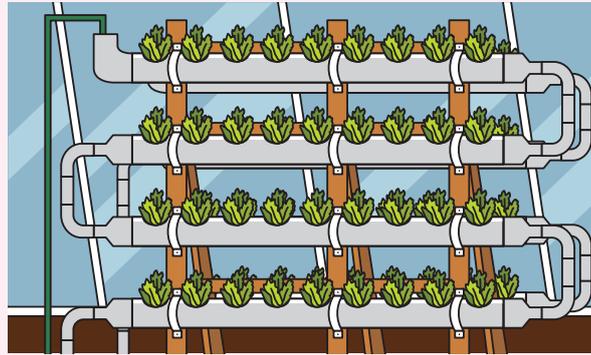
Jadi, perkiraan tinggi jembatan ampera adalah 25,5 m

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak dapat membuat model matematika tinggi mobil dan tinggi jembatan. Perlu ditindaklanjuti dengan memperdalam kemampuan untuk memahami masalah dan menerjemahkannya ke dalam model matematika.	Peserta dapat menentukan model matematika dari tinggi mobil namun tidak dapat mengidentifikasi hubungan antara tinggi mobil dan tinggi jembatan. Peserta didik perlu diingatkan untuk memahami rasio dan proporsi.	Jawaban benar seluruhnya.

c. Level 3: Penalaran (Konteks: Sosial)

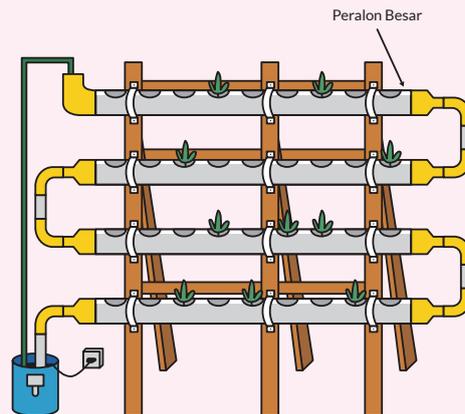
HIDROPONIK



Gambar 3.7 Lahan Tanam dengan Hidroponik

Hidroponik adalah budidaya menanam tanpa menggunakan tanah, tetapi dengan memanfaatkan aliran air. Berikut merupakan contoh rak paralon untuk lahan menanam hidroponik.

Berikut desain untuk membuat rak paralon seperti gambar di atas.



Gambar 3.8 Desain Rak Paralon Hidroponik

Desain di atas Menggunakan Desain rak hidroponik dengan empat baris. Untuk membuat desain seperti di atas, diperlukan 3 jenis penghubung peralon yang berbentuk:

 7 buah

 7 buah

 3 buah

 Ini merupakan pipa ukuran $\frac{1}{2}$ inch. Pipa tipe ini biasanya dijual satuan dengan panjang 4 meter.

Jika 1 potong pipa kecil yang digunakan pada rak hidroponik adalah sepanjang 20 cm. Apakah cukup hanya membeli 1 pipa ukuran $\frac{1}{2}$ inch untuk rak hidroponik dengan 20 paralon besar? Jelaskan jawabanmu.

Alternatif Jawaban

Jika, Paralon besar = 4

Pipa kecil = 3

Maka, paralon besar = 20

Pipa kecil = 19

1 pipa kecil = 20 cm

19 pipa kecil = 20 cm \times 19 = 380 cm.

Satu Pipa $\frac{1}{2}$ inch sepanjang 4 m atau 400 cm. Sehingga, jika ingin membuat rak dengan paralon besar sebanyak 20 buah, cukup dengan membeli satu pipa $\frac{1}{2}$ inch dengan panjang 4 m.

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak dapat membuat model matematika dari jumlah pipa paralon besar dan jumlah pipa kecil. Perlu ditindaklanjuti dengan memperdalam kemampuan untuk memahami masalah dan menerjemahkannya ke dalam model matematika.	Peserta dapat menentukan model matematika dari jumlah pipa paralon besar dan pipa kecil namun tidak dapat mengidentifikasi ukuran pipa kecil. Peserta didik perlu diingatkan untuk memahami mengenai konversi satuan.	Jawaban benar seluruhnya.

2. Rubrik Penilaian Keterampilan

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penalaran Matematika			
1. Peserta didik memahami keterampilan matematika yang dibutuhkan			
2. Peserta didik menggunakan strategi yang sesuai untuk menemukan jawaban			
3. Peserta didik mencapai solusi yang benar			
4. Peserta didik dapat menjelaskan bagaimana jawaban didapat			

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penggunaan Alat Matematika			
1. Peserta didik memilih alat yang sesuai dengan permasalahan			
2. Peserta didik dapat menjelaskan alasan pemilihan alat			
3. Peserta didik menggunakan alat dengan sesuai			
4. Peserta didik mendapatkan hasil penggunaan alat yang akurat atau tepat			

3. Rubrik Penilaian Sikap

Sikap	Ya	Tidak	Catatan
1. Peserta didik tampak terlibat dalam pembelajaran			
2. Peserta didik tampak bersemangat dan menikmati apa yang dilakukan			
3. Peserta didik mencoba pendekatan yang berbeda (termasuk alat yang berbeda) untuk menangani tugas, dalam upaya menemukan jawaban (fleksibel)			
4. Peserta didik mencari informasi tambahan dan siap untuk mencoba sesuatu yang baru atau tidak diketahui (mengambil risiko)			
5. Peserta didik segan dan sering mencari bantuan atau persetujuan untuk ide mereka (kurang percaya diri)			

4. Penilaian Diri Peserta Didik

Lingkari kata (boleh lebih dari satu) yang paling menggambarkan bagaimana perasaanmu ketika melakukan pembelajaran ini. Harap menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

senang	tidak bahagia	mantap	bodoh
pintar	bingung	bersemangat	tertarik
tidak terlibat	antusias	tertekan	frustasi
khawatir	bosan	puas	...

Lingkari kata (satu atau lebih) yang menggambarkan tugas tersebut. Selanjutnya peserta didik dapat menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

menyenangkan	menantang	susah
sangat mudah	mengecewakan	sama seperti biasanya
mengayikkan	membosankan	...
menarik	berbeda	...

J. Refleksi

Guru dapat melakukan refleksi dengan membubuhkan tanda centang. Tabel ini dapat dimodifikasi sesuai keperluan dan sesuai kondisi.

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
Lingkungan Belajar			
1. Saya sudah mendorong keterlibatan aktif dalam pem-belajaran numerasi			
2. Saya sudah menciptakan lingkungan belajar numerasi yang mendukung dan menantang			
3. Saya sudah mendorong pengambilan risiko dan penyelidikan kritis dalam pembelajaran numerasi			
Perencanaan			
1. Saya sudah menekankan hubungan antara berbagai topik matematika atau antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya			
2. Saya sudah memenuhi keragaman kemampuan matematika dan kebutuhan numerasi peserta didik			

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
3. Saya sudah menentukan kebutuhan belajar peserta didik dalam numerasi untuk membantu perencanaan dan implementasi pengalaman belajar			
4. Saya sudah menanamkan cara berpikir dan bekerja secara matematis dalam pengalaman belajar numerasi			
5. Saya sudah merencanakan berbagai peluang penilaian numerasi yang autentik			
Pelaksanaan			
1. Saya sudah menunjukkan berbagai strategi pengajaran yang efektif untuk pembelajaran numerasi			
2. Saya sudah memanfaatkan representasi ide matematika dalam matematika dan di bidang kurikulum lainnya			
3. Saya sudah mengurutkan alur pengalaman belajar matematika dengan tepat			
4. Saya sudah menunjukkan kemampuan untuk memaknakan matematika dan memodelkan pemikiran dan penalaran matematis			
Penilaian			
1. Saya sudah memberikan kesempatan kepada semua peserta didik untuk menunjukkan pengetahuan numerasi mereka			
2. Saya sudah mengumpulkan dan menggunakan berbagai sumber bukti yang sah untuk membuat penilaian tentang pembelajaran numerasi pada peserta didik			

K. Glosarium

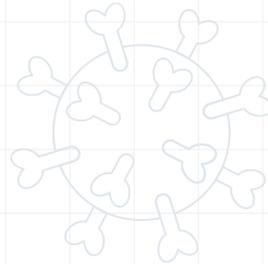
Rasio	suatu proses membandingkan dua besaran sejenis dan memiliki satuan yang sama
Proporsi	perbandingan yang memiliki rasio senilai
Proporsional	sesuai dengan proporsi; sebanding; seimbang



Bab 4

Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas VIII

Statistika



A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menganalisis data berdasarkan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil kesimpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membuat pertanyaan yang akan dijawab dengan pengolahan data. 2. Menentukan representasi data yang bersesuaian dengan atribut data. 3. Menentukan dan menginterpretasi ukuran pemusatan data yang menunjukkan atribut (rata-rata, median dan modus). 4. Menentukan dan menginterpretasi sebaran data 5. Mengambil kesimpulan berdasarkan analisis ukuran pemusatan dan sebaran data yang telah diolah
4.8 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil kesimpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Menyajikan representasi data sesuai dengan atribut data yang dikumpulkan 2. Menggunakan data untuk membuat keputusan dan prediksi sesuai dengan masalah atau pertanyaan yang diajukan

B. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat menerapkan investigasi data dengan mengajukan pertanyaan, mengumpulkan dan menganalisis data, dan membuat interpretasi untuk menjawab pertanyaan yang memerlukan statistik.
2. Peserta didik dapat merepresentasikan data dengan menggunakan grafik.
3. Peserta didik dapat menginterpretasi data dengan menggunakan ukuran pemusatan dan sebaran data.

C. Deskripsi Umum

Statistika ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, apakah dalam ruang lingkup hidup peserta didik, masyarakat sekitar, bangsa dan akhirnya dunia. Statistika diperlukan karena menyangkut keragaman data. Contoh data di

seputar kehidupan peserta didik adalah tinggi badan, berat badan, kegemaran/*hobby*, jumlah saudara dan jumlah sahabat. Semua contoh data mempunyai keragaman karena tinggi badan, berat badan, kegemaran, jumlah saudara dan jumlah sahabat dapat berbeda-beda. Ketua RT mempunyai data penghuni setiap rumah yang tertulis dalam data Kartu Keluarga. Suatu negara melakukan sensus untuk mengetahui jumlah penduduk, sebaran usianya, sebaran tempat tinggalnya, sebaran pekerjaannya dan lainnya. Dunia juga mendata jumlah penduduk dengan sebarannya dan lainnya. Mengapa data diperlukan? Karena adanya pertanyaan yang muncul seperti berapa tinggi badan rata-rata peserta didik kelas 8, berapa banyak yang bekerja dalam suatu RT, berapa banyak kepadatan penduduk di suatu daerah dan berapa banyak penduduk dunia yang masih hidup di bawah garis kemiskinan.

Penguatan numerasi dalam KD ini karena statistika sangat diperlukan dalam kehidupan sehari-hari dan masa kini adalah masa tentang data. Numerasi mendekatkan peserta didik dengan kehidupan nyata sehingga peserta didik tahu mengapa harus menggunakan data.

Bab ini berkaitan dengan KD 3.8 dan 4.8 dan membahas proses belajar statistik, yang dimulai dengan suatu pertanyaan, pengumpulan data, pengolahan data, interpretasi data serta pembuatan keputusan dan prediksi. Semua proses ini dicerminkan dalam indikator pencapaian kompetensi (IPK).

D. Landasan teori

Statistika merupakan sebuah disiplin yang metodologis yang berfungsi sebagai alat yang digunakan oleh bidang studi lain untuk menangani data sebagai konsekuensi logis adanya variabilitas (keragaman) data (Moore & Cobb, 1997). Statistika pada dasarnya adalah penyelidikan yang melibatkan penalaran tentang data yang melibatkan (1) mengidentifikasi kemungkinan tren dalam data untuk membuat prediksi; (2) menguji apakah hipotesis kemungkinan tidak didukung oleh data; (3) membuat model atau mendeskripsikan faktor terkait dengan variabilitas dalam data (Watson, dkk., 2013).

Selain pentingnya penalaran, statistika juga melibatkan proses penyelidikan yang meliputi empat komponen: (1) merumuskan pertanyaan, (2) mengumpulkan data, (3) menganalisis data, dan (4) menafsirkan hasil analisis data (Franklin, dkk., 2007).

Dalam merumuskan pertanyaan perlu membedakan antara pertanyaan yang mengantisipasi jawaban yang berdasarkan data yang bervariasi dengan yang tidak (Lehrer & Schauble, 2007). Misalnya, pertanyaan, “Berapa tinggi Pak Ujang?” dapat dijawab dengan satu ukuran, sehingga bukanlah merupakan pertanyaan statistika. Sedangkan pertanyaan, “Berapa tinggi peserta didik kelas 8?” merupakan pertanyaan statistika karena tinggi peserta didik kelas 8 tidak sama semuanya.

Untuk menjawab pertanyaan statistika maka membutuhkan cara pengumpulan data yang memastikan mewakili populasi yang dipelajari. Data yang sudah dikumpulkan kemudian dianalisis dengan menjelaskan bentuk distribusi data menggunakan ukuran seperti pemusatan dan sebaran yang menunjukkan karakteristik dari data. Penggunaan berbagai jenis tampilan dan ukuran data akan menunjukkan dan menyembunyikan informasi tertentu dari sebuah distribusi data (Friel, dkk., 2001). Sebagai contoh, tampilan diagram lingkaran menunjukkan perbandingan data antara semua kategori secara visual dengan cepat, namun menyembunyikan berapa banyaknya data pada masing-masing kategori. Hasil analisis data kemudian perlu diinterpretasi kembali sesuai konteks pertanyaan yang diajukan, dengan memerhatikan penafsiran berdasarkan data dan penafsiran melampaui data sebagai generalisasi.

Alokasi waktu	12 JP
Alat	Kertas grafik
Media	<i>Microsoft Excel</i>

E. Pertanyaan Pemantik

1. Apa pertanyaan yang sedang ditanyakan? Apakah itu pertanyaan yang dijawab dengan matematika atau statistika?
2. Pengaturan data seperti apa yang akan membantu menganalisis data?

3. Ukuran statistika apa yang memberikan informasi penting mengenai distribusi data?
4. Pengertian apa yang diberikan oleh ukuran statistika mengenai distribusi data?
5. Bagaimana menggunakan grafik dan statistika untuk mendeskripsikan distribusi data atau untuk membandingkan dua distribusi data untuk menjawab pertanyaan?

F. Pemahaman Bermakna

1. Statistika digunakan untuk menjawab pertanyaan yang muncul karena adanya keberagaman data.
2. Distribusi data memiliki bentuk yang dapat dijelaskan melalui ukuran pemusatan dan ukuran sebaran.
3. Ukuran pemusatan menggambarkan ukuran tipikal dari data (mewakili keseluruhan data).
4. Tampilan data tertentu memperkuat aspek tertentu dari data dan menyembunyikan aspek lain dari data.

G. Deskripsi Pembelajaran

1. Konteks	Pribadi Masalah yang diangkat dalam kegiatan pembelajaran adalah masalah dengan konteks personal karena menyangkut menentukan berapa banyak sahabat yang biasanya dimiliki oleh seorang siswa SMP
2. Konten	Konten pada masalah tersebut merupakan Ketidakpastian dan Data karena ada pertanyaan yang hanya dapat dijawab dengan pengumpulan data, pengolahan data, interpretasi data dan pengambilan kesimpulan.

3. Level Kognitif	<p>(Pemahaman/Penerapan/Penalaran)</p> <p>Kegiatan pembelajaran dimulai dengan suatu pertanyaan yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Pertanyaan ini menuntut pemahaman peserta didik bagaimana mengumpulkan dan menggunakan data untuk menjawabnya. Hal ini juga menuntut peserta didik untuk mengidentifikasi pertanyaan apa yang harus dijawab dengan statistika. Setelah memahami esensi dari pertanyaan peserta didik menerapkan prinsip-prinsip statistika untuk mengumpulkan data, mengorganisasikan data, menentukan representasi data serta mencari ukuran pemusatan dan sebaran data. peserta didik perlu bernalar dengan hasil pengolahan data, yaitu dengan mengambil kesimpulan mengenai perilaku sosial kehidupan peserta didik-peserta didik kelas 8.</p>
--------------------------	--

H. Pembelajaran: Penerapan Statistika dalam Relasi Siswa dengan Temannya

Peserta didik menjawab suatu pertanyaan mengenai perilaku sosial yang terjadi di kalangan peserta didik SMP dengan menerapkan statistika, yaitu persahabatan. Mereka memikirkan data apa yang diperlukan, cara mengumpulkan data, cara mengorganisasi data, memilih representasi data, menentukan ukuran pemusatan dan sebaran data, menginterpretasikannya serta mengambil kesimpulan dari data.

1. Kegiatan Pembuka

Guru menyampaikan kepada peserta didik bahwa manusia adalah makhluk sosial, yang memerlukan sesama dalam hidupnya. Guru membacakan atau meminta siswa membaca berita tentang persahabatan, seperti yang terdapat dalam bacaan di bawah ini.

Kisah Haru Persahabatan Kedua Remaja Ini Menginspirasi Jutaan Netizen



SURYA.co.id | [China](#) - Kisah mengharukan persahabatan kedua remaja ini menjadi perbincangan yang ramai di media sosial [China](#). Cerita nyata seorang anak SMA yang selalu menggendong sahabatnya yang cacat ke sekolah setiap hari, selama 3 tahun terakhir!

Xie Xu (18) dan Zhang Chi (19) bertemu pertama kali di Daxu High School di Xuzhou, di provinsi Jiangsu China utara. Tak butuh waktu lama bagi mereka untuk menjadi akrab dan tak terpisahkan. Ketika Zhang tak mampu menuju ruang kelas, Xie selalu mengantarkannya.

"Cerita tentang dua siswa ini sangat inspiratif dan menyentuh. Mereka bukan keluarga, tapi Xie telah melakukan hal itu selama tiga tahun," kata wakil kepala sekolah, Guo Chunxi.

Zhang menderita distrofi otot atau penyakit yang menyebabkan kelemahan progresif dan hilangnya massa otot. Hal itulah yang membuat Zhang sulit untuk berjalan atau menahan berat badannya sendiri. Berangkat ke sekolah dengan kondisinya seperti itu bukan hal yang mudah untuk Zhang, untungnya selalu ada sahabatnya yang selalu bisa diandalkan.



Kedua remaja ini tinggal di asrama dekat sekolah, Xie selalu menggendong Zhang dari kamar mereka ke sekolah dan begitupun saat pulang. Xie juga membantu Zhang dengan kegiatan lain seperti mencuci pakaian dan mendapatkan makanan. Keduanya sahabat ini dikenal sebagai siswa pekerja keras dan top di kelas mereka.

"Dia adalah murid yang teladan. Dia juga memiliki pengaruh positif pada siswa lain, yang juga ikut membantu Zhang. Dengan bantuan mereka, Zhang tidak pernah mengalami kesulitan di kelas tunggal," ungkap Chunxi tentang Xie.



Kisah dua sahabat ini telah berhasil membikin hati netizens menjadi terharu. "Menggendong sekali mungkin tidak sulit, tapi dia melakukan itu dalam waktu yang cukup lama. Itu sungguh luar biasa! Good job!, " komentar salah seorang netizen.

"Kita harus belajar dari persahabatan mereka. Dalam masyarakat, dedikasi Zhang sangat berharga," ujar netizen yang lain.

Artikel ini telah tayang di Surya.co.id dengan judul Kisah Haru Persahabatan Kedua Remaja Ini Menginspirasi Jutaan Netizen, <https://surabaya.tribunnews.com/2016/03/11/kisah-haru-persahabatan-kedua-remaja-ini-menginspirasi-jutaan-netizen>

Guru dapat meminta reaksi dari peserta didik setelah membaca kisah ini, dan jika waktu memungkinkan dan peserta didik belum terlihat antusias, dapat membahas dulu mengenai persahabatan dan arti persahabatan bagi peserta didik. Dari diskusi mungkin akan muncul pertanyaan mengenai berapa banyak sahabat yang dimiliki, atau jika tidak ada yang menanyakan hal tersebut, guru yang memancing dengan bertanya, “Pada umumnya berapa banyak sahabat yang biasanya dimiliki oleh seorang siswa SMP?” Guru kemudian mengajak peserta didik memikirkan masalah berikut ini.

Masalah 1

Jika diambil secara acak salah seorang siswa SMP di sekolah kamu, menurut kamu berapa banyak sahabat yang dimiliki oleh siswa tersebut? Jika siswa tersebut menjawab bahwa dia memiliki 20 sahabat, menurut kamu apakah itu umum, artinya memang kebanyakan siswa memiliki 20 sahabat? Mengapa atau mengapa tidak? Bagaimana kamu dapat menentukan secara umum berapa banyak sahabat yang dimiliki oleh siswa SMP?

Pada tahap ini, biarkan peserta didik menyatakan pendapat mereka dan ditampung terlebih dahulu tanpa memberikan komentar apakah mereka benar atau salah. Tujuannya adalah mereka memahami permasalahan bahwa jawaban siswa mengenai berapa banyak sahabat yang dimiliki bisa sangat beragam, dan membutuhkan cara untuk mewakili keberagaman tersebut. Mereka juga mulai menyadari bahwa perlu diperjelas definisi “sahabat” dan membedakan antara kenalan, teman dan sahabat.

Ada kemungkinan peserta didik akan menyebutkan *mean* (rata-rata atau rerata), median dan modus, atau jangkauan (misalnya, banyaknya sahabat 0 sampai 10) karena sudah pernah belajar di SD. Untuk saat ini, arahkan peserta didik untuk fokus pada konteks masalahnya, misalnya dengan menanyakan apa artinya ukuran-ukuran tersebut dan bagaimana membantu menjawab pertanyaan dari masalah.

Penilaian Formatif Aspek Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memahami Masalah	Peserta didik tidak memahami masalah adanya keberagaman jawaban dan menyebutkan sebuah jawaban yang menurutnya benar.	Peserta didik kurang memahami adanya keberagaman jawaban dan menyebutkan beberapa jawaban yang mungkin.	Peserta didik memahami masalah adanya keberagaman jawaban namun belum dapat mengidentifikasi kebutuhan mewakili keberagaman.	Peserta didik memahami masalah adanya keberagaman jawaban dan dibutuhkan cara untuk mewakili keberagaman tersebut.

2. Kegiatan Inti

a. Tahap 1. Merumuskan

Setelah semua peserta didik sudah memahami masalah dalam konteks, yaitu bagaimana menentukan berapa banyak sahabat yang dimiliki oleh seorang siswa SMP yang mewakili seluruh siswa SMP, maka pada tahap ini guru mengarahkan peserta didik untuk merumuskan masalah menjadi masalah matematika (statistika). Guru berdiskusi dengan siswa bahwa untuk menentukan instrumen diperlukan kesepakatan pemahaman tentang sahabat. Guru meminta peserta didik mendaftarkan kriteria sahabat dalam suatu tabel dan memberikan catatan untuk revisi.

Catatan: Salah satu cara menentukan kriteria sahabat, yaitu peserta didik menanyakannya kepada peserta didik SMP lainnya.

Tabel 4.1 Kriteria Sahabat

Kriteria	Catatan
Memberi waktu untuk berkomunikasi dengan ku	
Menjaga rahasiaku	
Merasa senang berbagi cerita dengannya	
Siap menolong aku	

Empat kriteria seorang sahabat menjadi dasar bagi peserta angket untuk menentukan jumlah sahabat mereka. Angket adalah instrumen yang digunakan dalam mengumpulkan data.

Rumusan masalah matematikanya menjadi, “Berapa ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran dari data mengenai berapa banyak sahabat yang dimiliki oleh siswa SMP?”

Guru dapat menggunakan pertanyaan penuntun berikut untuk membantu peserta didik merumuskan masalah.

1. Data apa yang dibutuhkan untuk menjawab permasalahan?
2. Bagaimana cara mengumpulkan data tersebut?
3. Bagaimana cara mengorganisir data yang sudah terkumpul sehingga lebih mudah untuk diolah?
4. Bagaimana merepresentasikan data sehingga memberikan gambaran mengenai data tersebut?
5. Ukuran pemusatan (*mean*, median, modus) mana yang lebih tepat digunakan untuk menjawab permasalahan? Mengapa?
6. Apakah ukuran pemusatan saja cukup untuk menjawab permasalahan? Jika cukup, mengapa? Jika tidak cukup, ukuran lain apa yang dibutuhkan?

Penilaian Formatif Aspek Penyederhanaan Masalah dan Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menyederhanakan Masalah	Peserta didik tidak menyederhanakan masalah, tidak menentukan informasi yang diperlukan/tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah menjadi sebagian, menentukan informasi yang diperlukan/tidak diperlukan sampai batas tertentu, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan informasi yang diperlukan/tidak perlu, dan membuat asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan informasi yang diperlukan/tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang realistis.

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memodelkan Masalah secara Matematis	Peserta didik tidak membuat, atau salah membuat perumusan permasalahan statistika .	Peserta didik membuat perumusan permasalahan statistika yang tidak lengkap/ salah berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat perumusan permasalahan statistika yang benar berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat perumusan permasalahan statistika yang dibutuhkan dengan benar sesuai dengan asumsi realistik, menjelaskan perumusan dan menghubungkannya satu sama lain.

b. Tahap 2. Melakukan

Mengumpulkan Data

Guru berdiskusi dengan peserta didik mengenai beberapa kemungkinan cara mengumpulkan data serta apa yang menjadi kelebihan dan tantangannya. Berikut ini contoh hasil diskusi.

Tabel 4.2 Cara Pengumpulan Data

Cara Pengumpulan Data	Kelebihan	Tantangan
Membagi angket ke setiap kelas pada jam istirahat	Distribusi mudah dan rekap data sekaligus	Biaya fotokopi dan pengumpulan kolektif
Meminta waktu untuk presentasi ke kelas dengan menuliskan pertanyaan dan langsung mengumpulkan data	Bebas biaya dan langsung pengumpulan data	Mencari waktu presentasi sesuai dengan jadwal guru
Menggunakan <i>WhatsApp</i> atau sms	Bebas biaya dan langsung kirim ke <i>WhatsApp</i> kelas	Rekap data harus teliti
Menggunakan <i>google form</i>	Bebas biaya dan efektif	Belum tentu semua mengirim jawaban

Mengorganisir Data

Contoh data tentang jumlah sahabat yang dimiliki oleh peserta didik dari suatu kelas.

2 3 2 1 5 2 3 2 2 3 4 1 3 4 2
4 1 3 2 1 1 1 1 5 2 2 2 1 1 0

Data diorganisasi dengan menggunakan tabel, disusun dari jumlah sahabat terkecil hingga terbesar.

Tabel 4.3 Jumlah Sahabat dari Peserta Didik

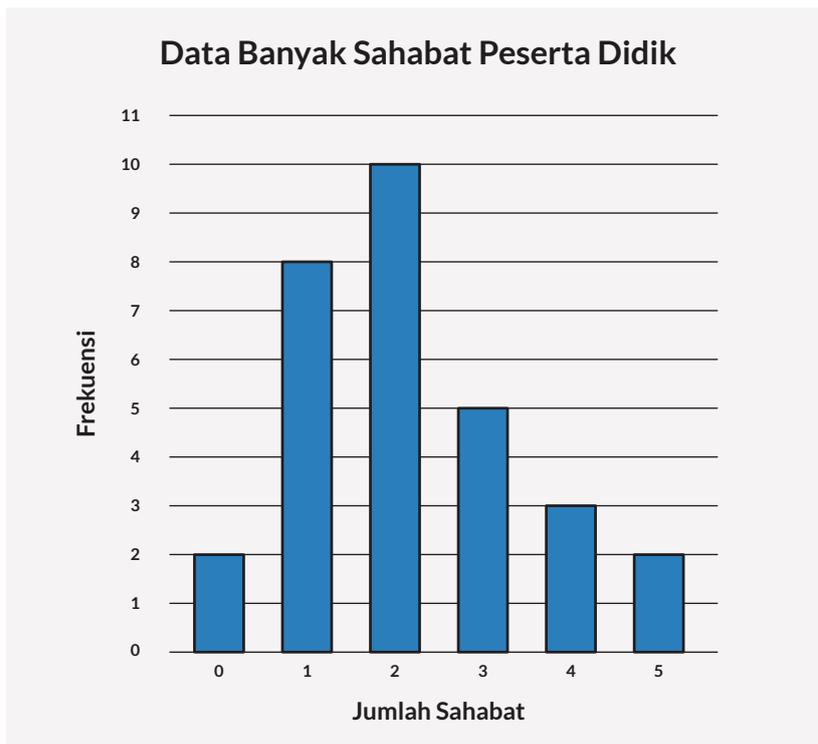
Jumlah Sahabat	Frekuensi
0	2
1	8
2	10
3	5
4	3
5	2

Dari tabel terlihat jelas bahwa 2 peserta didik yang tidak mempunyai sahabat, 10 peserta didik mempunyai 2 sahabat dan informasi lainnya.

Merepresentasikan Data

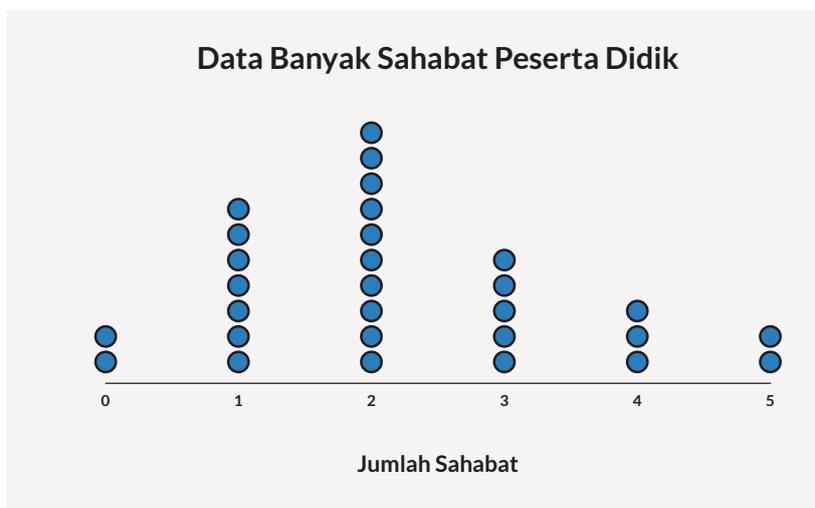
Guru mengarahkan peserta didik untuk menentukan representasi data yang menunjukkan hubungan antara jumlah sahabat dengan banyak peserta didik yang memilikinya (frekuensi). Representasi data yang paling sesuai adalah diagram batang dan *line plot* karena menunjukkan kategori jumlah sahabat yang berbeda dari para peserta didik.

Gunakan *Microsoft Excel* untuk membuat diagram batang. Petunjuknya dapat dibaca. <https://id.wikihow.com/Membuat-Grafik-Batang-di-Excel>



Gambar 4.1 Diagram Batang dari Banyak Sahabat Peserta Didik

Gunakan *Microsoft Excel* untuk membuat *line plot*. Peserta didik juga dapat membuatnya tanpa teknologi karena *line plot* cukup mudah dibuat.



Gambar 4.2 *Line Plot* dari Banyak Sahabat Peserta Didik

Pertanyaan:

1. Deskripsikan distribusi dari data banyak sahabat. Apakah ada pola tertentu?
2. Apa kesamaan dari kedua grafik (*line plot* dan diagram batang)? Apa perbedaannya?
3. Seorang peserta didik mengatakan, “Sahabat saya paling banyak, tetapi kenapa di grafik terlihat paling pendek?” Bagaimana kamu menjawab pertanyaan ini?

Kunci Jawaban

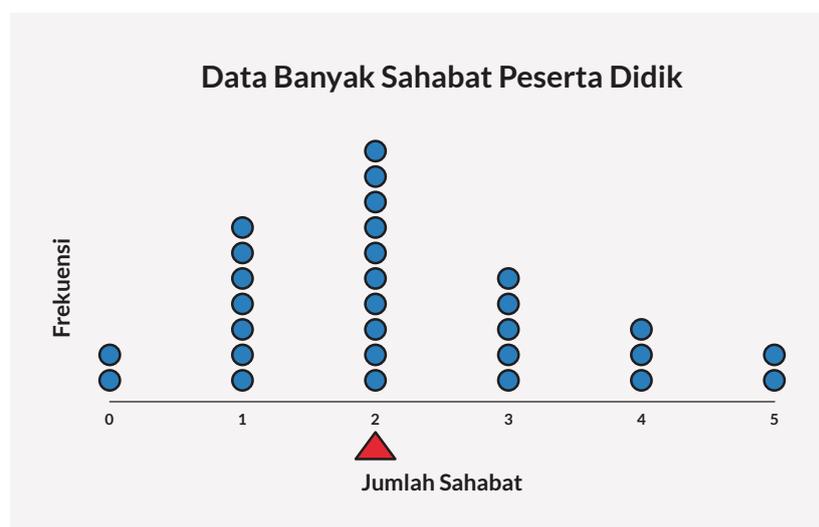
1. Distribusi data menunjukkan frekuensi data makin tinggi hingga mencapai puncak kemudian frekuensi data menurun. Letak puncak hampir di tengah, agak ke kiri.
2. Keduanya menunjukkan banyak data (frekuensi) untuk nilai atau kategori tertentu. Perbedaannya, *line plot* menunjukkan banyak dot yang merupakan banyak data. Diagram batang menunjukkannya dalam ketinggian batang yang bersesuaian dengan nilai pada sumbu vertikal.
3. Panjang pendek batang atau tumpukan dot menunjukkan banyak data bukan nilai data (jumlah sahabat).

Mengolah Data

Guru menjelaskan beberapa cara untuk menentukan *mean*, median dan modus. Sebelumnya, guru menstimulasi peserta didik untuk mengingat apa yang sudah mereka pelajari di SD.

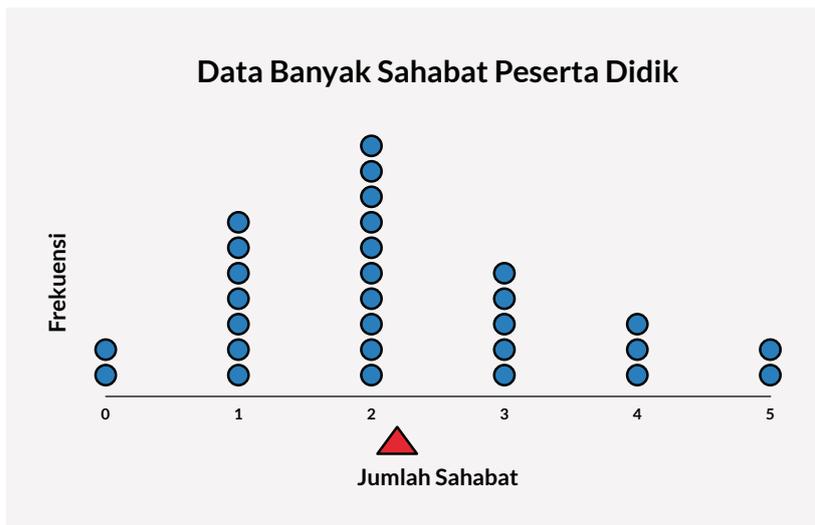
1. Dengan menggunakan grafik

Mean: Dapat dipikirkan menentukan *mean* seperti mencari titik keseimbangan. Bayangkan garis mendatar pada *line plot* seperti jungkat-jungkit, dan cari posisi mana yang akan membuatnya menjadi seimbang.



Gambar 4.3 Titik Keseimbangan pada Posisi Data Terbanyak

Kita dapat memulai dengan meletakkan titik keseimbangan pada posisi dengan data terbanyak, dalam kasus ini adalah 2. Dapat dilihat bahwa sebelah kiri lebih berat daripada sebelah kanan.

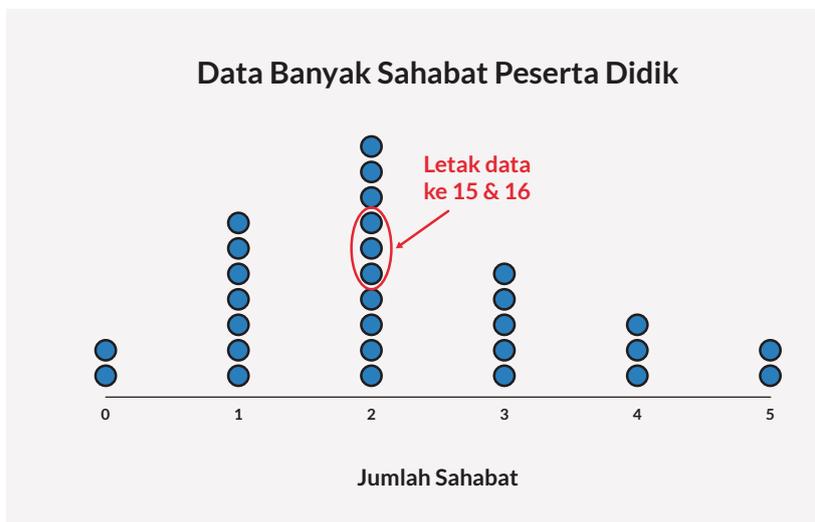


Gambar 4.4 Menunjukkan Rerata dengan Menggeser Titik Keseimbangan

Guru menunjukkan bahwa grafik tidak seimbang karena cenderung miring ke kiri. Rerata membuat grafik menjadi seimbang, tercapai jika titik keseimbangan digeser ke kanan sedikit.

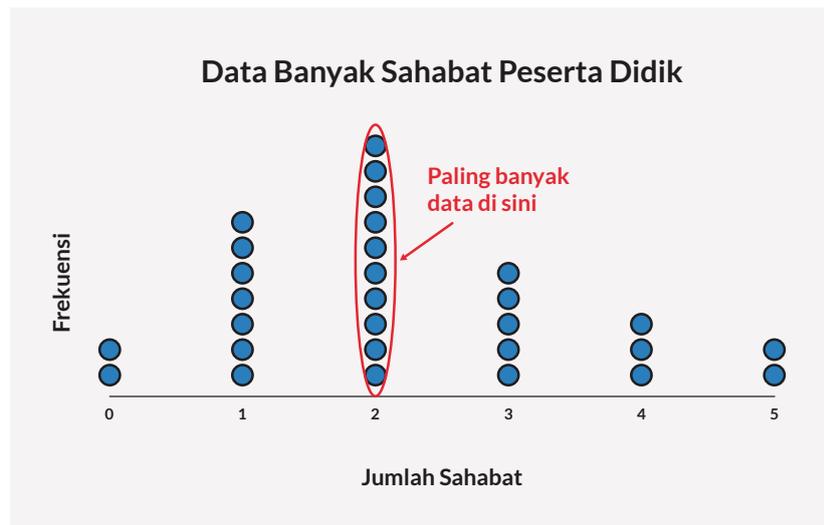
Median:

Tentukan letak median berdasarkan jumlah data. Karena jumlah data genap, yaitu 30, maka median terletak di antara data ke 15 dan 16. Data ke 15 dan 16 adalah 2 sehingga median adalah 2.



Gambar 4.5 Menentukan Median dalam *Line Plot*

Modus terlihat langsung dari grafik dengan jumlah titik terbanyak, yaitu 2.



Gambar 4.6 Menentukan Modus dalam *Line Plot*

2. Dengan perhitungan

Gunakan tabel untuk menentukan *mean*, median dan modus.

Tabel 4.4 Menentukan *Mean*

Jumlah Sahabat	Frekuensi	Frekuensi x Jumlah sahabat
0	2	0
1	8	8
2	10	20
3	5	15
4	3	12
5	2	10
		65

Mean ditentukan dengan menjumlahkan frekuensi x jumlah sahabat lalu dibagi dengan jumlah frekuensi.

Hasilnya adalah $\frac{65}{50} = 2,17$

Letak median ditentukan berdasarkan jumlah data.

Tabel 4.5 Menentukan Median

Jumlah Sahabat	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif
0	2	2
1	8	10
2	10	20
3	5	25
4	3	28
5	2	30

Jumlah data ada 30, maka posisi median terletak pada data ke-15 dan data ke-16

Modus langsung terbaca dari tabel yang memiliki frekuensi terbesar.

Tabel 4.6 Menentukan Modus

Jumlah Sahabat	Frekuensi
0	2
1	8
2	10
3	5
4	3
5	2

Modus

Data terbanyak

3. Dengan menggunakan teknologi

Gunakan *Microsoft Excel* untuk menghitung *mean*, median dan modus. <https://id.wikihow.com/Menghitung-Rata-Rata-di-Excel>

Guru mendiskusikan sebaran data dengan peserta didik, yaitu melihat selisih jumlah sahabat terbanyak dengan jumlah sahabat paling sedikit bahkan tidak ada sahabat. Selisih ini disebut sebagai jangkauan. Jangkauan untuk data ini adalah $5 - 0 = 5$.

Pertanyaan:

1. Apakah ada modus? Apa nilainya?
2. Berapa nilai median?
3. Berapa nilai *mean* (rerata)? Apakah arti jumlah sahabat 2,17?
4. Berapa sebaran data (jangkauan)?

Kunci Jawaban

Modus, median, *mean* dan jangkauan telah dijawab.

Jumlah sahabat 2.17 artinya jumlah sahabat adalah 2 karena sahabat bersifat utuh tidak dapat dibagi.

Penilaian Formatif Aspek Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memecahkan Masalah Matematika	Peserta didik tidak merepresentasikan data dengan tepat, tidak menentukan <i>mean</i> , median dan modus dengan lebih dari satu cara.	Terdapat kekurangan/ kesalahan dalam merepresentasikan data, menentukan <i>mean</i> , median dan modus secara tidak lengkap/salah.	Terdapat kekurangan/ kesalahan dalam merepresentasikan data, menentukan <i>mean</i> , median dan modus dengan lebih dari satu cara.	Peserta didik merepresentasikan data, menentukan <i>mean</i> , median dan modus dengan lebih dari satu cara.

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

Pada tahap ini, peserta didik diarahkan untuk menafsirkan hasil pengolahan data kembali ke konteks masalah. Guru dapat menggunakan pertanyaan berikut untuk memandu peserta didik.

1. Apa artinya modus, median, *mean* (rerata) dan jangkauan dalam konteks masalah ini?
2. Dari tiga ukuran pemusatan (modus, median dan *mean*) mana yang lebih tepat digunakan dalam konteks masalah dan perolehan? Jelaskan.
3. Apa kegunaan ukuran sebaran?
4. Apakah jawaban yang didapat dari hasil pengolahan data sesuai dengan ekspektasi di awal? Mengapa atau mengapa tidak?

5. Kesimpulan apa yang dapat diambil dari perolehan hasil?
6. Apakah ada keterbatasan dari hasil berdasarkan data yang dikumpulkan? Mengapa?
7. Jika investigasi statistika ini dilakukan lagi apa yang dapat dilakukan untuk meningkatkan hasilnya?

Kunci Jawaban

1. Modus menunjukkan jumlah peserta didik terbanyak yang memiliki 2 sahabat. *Mean* mewakili rerata jumlah sahabat yang dimiliki oleh peserta didik SMP, sebesar 2,17 atau 2 jika dibulatkan. Median adalah nilai tengah dari kumpulan data. Jangkauan adalah selisih jumlah sahabat terbanyak dengan jumlah sahabat paling sedikit.
2. Berdasarkan konteks masalah dan perolehan data maka lebih tepat digunakan median. Nilai median dan modus sama tetapi berbeda sedikit dengan *mean*. Nilai median digunakan ketika distribusi data tidak mencong (puncak data pas di tengah).
3. Kegunaan ukuran sebaran adalah untuk melihat seberapa jauh data dari nilai *mean* atau median serta selisih data terkecil dengan terbesar.
4. Jawaban ini bergantung pada ekspektasi awal. Ekspektasi awal diperoleh dengan mengamati pengalaman keseharian dari perilaku peserta didik dalam berteman. Jika tidak sesuai maka pemahaman sahabat yang perlu dikaji lagi.
5. Kesimpulan adalah bahwa rerata jumlah sahabat yang dimiliki oleh setiap peserta didik sebanyak 2 (pembulatan dari 2,17) dan jumlah peserta didik terbanyak yaitu mereka yang memiliki 2 sahabat. Ada juga yang tidak memiliki sahabat dan jumlah sahabat terbanyak adalah 5.
6. Keterbatasan disebabkan oleh apakah sampel sudah mewakili populasi dan kriteria sahabat perlu lebih tepat didefinisikan.
7. Penentuan sampel dan kriteria sahabat yang lebih tepat.

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak menafsirkan hasil dari pengolahan data dalam konteks masalah.	Peserta didik salah menafsirkan hasil pengolahan data dalam konteks masalah.	Peserta didik menafsirkan secara tidak lengkap hasil pengolahan data dalam konteks masalah.	Peserta didik menafsirkan dengan benar dan lengkap hasil pengolahan data dalam konteks masalah.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah.	Peserta didik memvalidasi sebagian, belum menyesuaikan hasil pengolahan data dengan ekspektasi awal.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, kurang menyesuaikan hasil pengolahan data dengan ekspektasi awal.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, menyesuaikan hasil pengolahan data dengan ekspektasi awal.

Masalah 2 Waktu Rata-Rata Berteman secara Online



Selama pembelajaran jarak jauh kesempatan peserta didik SMP untuk bertemu secara langsung dengan teman-teman sebaya, baik teman-teman sekolah maupun teman-teman bukan sekolah, sangat berkurang bahkan mungkin tidak ada. Sebagai gantinya, peserta didik “bertemu” dengan temannya secara daring, yaitu dengan telepon dan *chatting*. Berapa banyak waktu yang dihabiskan seorang peserta didik SMP berteman secara daring setiap harinya? Apakah banyaknya waktu yang digunakan wajar atau berlebihan? Apakah ada perbedaan waktu berteman secara daring antara peserta didik perempuan dengan peserta didik laki-laki?

a. Tahap 1. Merumuskan

Peserta didik merumuskan pertanyaan menjadi masalah statistik. Peserta didik memikirkan data yang diperlukan (semua peserta didik, peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan), cara mengumpulkan data, cara mengorganisir data, cara merepresentasikan data dan menentukan ukuran pemusatan

dan sebaran data. Berbeda dengan masalah awal, dimana data peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan tidak dikelompokkan, maka kali ini ada pengelompokan data secara jenis kelamin.

Catatan untuk Guru

Di sini peserta didik diajak untuk memahami permasalahan, yaitu selain membuat pengolahan data secara keseluruhan tanpa membedakan jenis kelamin, juga membuat pengolahan data untuk membandingkan data peserta didik perempuan dan peserta didik laki-laki. Peserta didik dapat melihat apakah ada perbedaan perilaku antara peserta didik perempuan dengan peserta didik laki-laki dalam menggunakan waktu berteman secara daring. Guru dapat berdiskusi dengan peserta didik untuk memprediksi, siapakah yang lebih banyak menggunakan waktu berteman secara daring, peserta didik laki-laki atau peserta didik perempuan?

b. Tahap 2. Melakukan

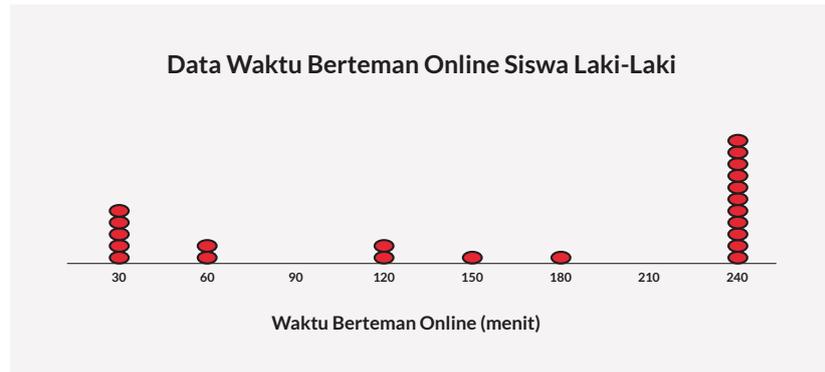
Peserta didik membuat representasi data lama waktu berteman daring per hari berdasarkan data anak laki-laki, anak perempuan dan semua anak. Data di bawah merupakan data yang diperoleh dari 40 peserta didik.

Tabel 4.7 Waktu Rata-Rata Berteman Daring

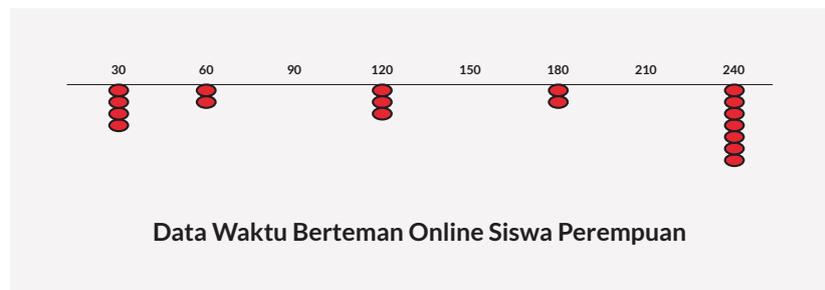
Waktu Rata-Rata Berteman Daring (menit)	Frekuensi Anak Laki-Laki	Frekuensi Anak Perempuan	Frekuensi Semua Anak
30	5	4	9
60	2	2	4
90	0	0	0
120	2	3	5
150	1	0	1
180	1	2	3
210	0	0	0
240	11	7	18
Total	22	18	40

Catatan untuk Guru

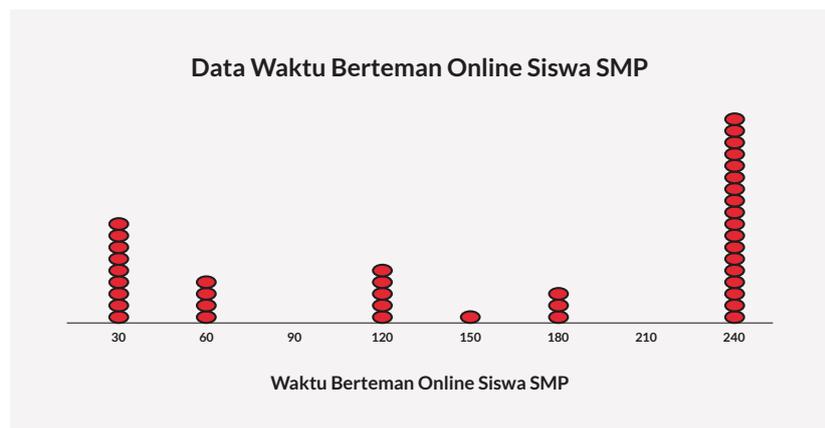
Di sini ada kesempatan bagi peserta didik untuk melatih kemampuan numerasi dalam hal membandingkan dua grafik berbeda dalam satu tampilan. Guru dapat membuat diskusi apakah diagram batang dan *line plot* dapat digunakan untuk membuat dua grafik dalam satu tampilan.



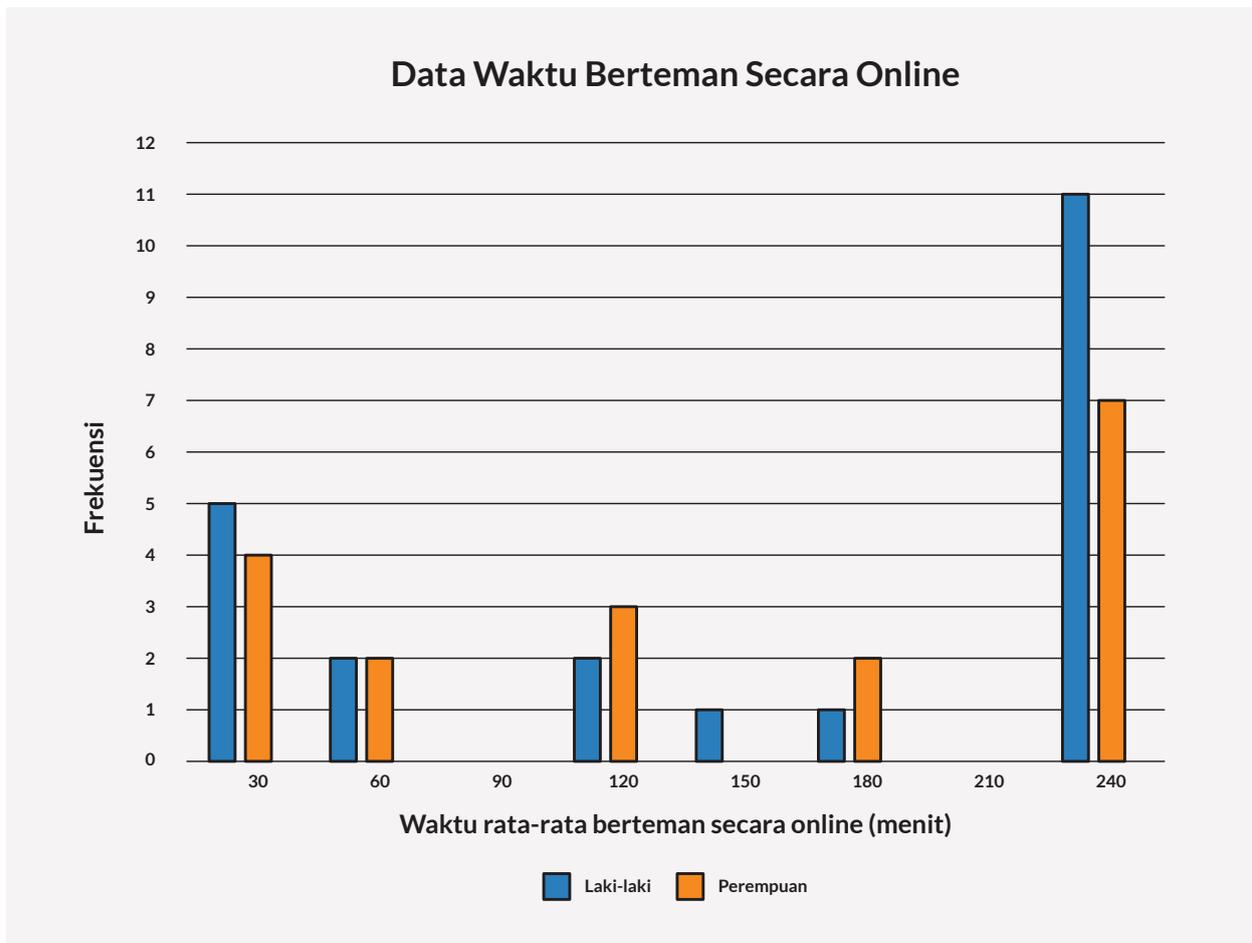
Gambar 4.7 *Line Plot* Waktu Berteman *Online* Siswa Laki-Laki dan Siswa Perempuan



Gambar 4.8 *Line Plot* Waktu Berteman *Online* Siswa SMP



Tampilan Data dalam Diagram Batang



Diferensiasi

Masalah 2 melibatkan dua diagram batang dalam satu tampilan. Jika peserta didik kesulitan melakukannya secara manual, maka guru mengarahkan peserta didik bahwa sesungguhnya sama saja dengan membuat satu diagram batang. Sebagai alternatif, peserta didik juga dapat menggunakan *microsoft excel* dalam membuat kedua diagram batang.

Gambar 4.9 Diagram Batang Waktu Berteman *Online* Siswa SMP

Pertanyaan:

1. Bagaimana bentuk dari distribusi data untuk waktu berteman daring untuk peserta didik laki-laki, perempuan, dan keseluruhan?
2. Bandingkan *mean*, median, dan modus dari setiap grafik. Bagaimana perbedaan waktu rata-rata dari data peserta didik perempuan dengan peserta didik laki-laki?

3. Berdasarkan tampilan distribusi data, ukuran pemusatan (*mean*, median dan modus) mana yang paling masuk akal untuk digunakan untuk mewakili data? Jelaskan.
4. Apakah ada kecenderungan bentuk grafik yang sama dari data jenis kelamin? Bagaimana dengan bentuk grafik dari data secara keseluruhan?

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

Dalam menafsirkan dan mengevaluasi penyelesaian masalah, ajaklah peserta didik untuk menjawab pertanyaan berikut.

1. Kesimpulan apa yang dapat diambil mengenai waktu berteman daring dari peserta didik SMP ini?
2. Menurut kamu mengapa ada dua kumpulan besar data pada dua ektrim (30 menit dan 240 menit)?
3. Mengapa nilai *mean* tidak mewakili data yang ada?
4. Mengapa nilai median tidak mewakili data yang ada?
5. Pertanyaan apa yang muncul dari hasil analisis data ini yang dapat dilakukan untuk investigasi statistika berikutnya?

Kunci Jawaban

1. Bandingkan data peserta didik perempuan dengan peserta didik laki-laki kemudian perhatikan data keseluruhan.
2. Ada yang memang berbicara secukupnya tetapi ada yang senang bercakap lama. Mungkin, pada umumnya peserta didik senang bercakap lama, tetapi keterbatasan penggunaan hp (bukan hp pribadi) dan kuota.
3. Karena distribusi data sangat mencong ke kanan.
4. Karena distribusi data sangat mencong ke kanan.
5. Apakah kendala hp atau kuota mempengaruhi lamanya berbicara secara daring?

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak menafsirkan solusi matematika mengenai <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data	Peserta didik salah menafsirkan solusi matematika mengenai <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.	Peserta didik menafsirkan secara tidak lengkap solusi matematika mengenai <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.	Peserta didik menafsirkan dengan benar dan lengkap solusi matematika mengenai <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah mengenai hasil dari <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.	Peserta didik memvalidasi sebagian, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai hasil dari <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, tidak mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai hasil dari <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.	Peserta didik memvalidasi sepenuhnya, mengoreksi kesalahan yang ditentukan mengenai hasil dari <i>mean</i> , median dan modus dari setiap kumpulan data.

3. Kegiatan Penutup

Guru merangkum proses melakukan investigasi statistika berikut.

1. Mengajukan pertanyaan yang jawabannya membutuhkan data;
2. Menentukan data apa yang dibutuhkan dan cara untuk mengumpulkan data tersebut;
3. Memilih cara mengorganisir dan merepresentasikan data sehingga dapat mempermudah pengolahan data;
4. Menentukan ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran yang sesuai untuk mendeskripsikan data; dan
5. Menafsirkan hasil pengolahan data kembali ke konteks masalah

Guru juga menyampaikan bahwa hasil investigasi statistika ini dapat memicu pertanyaan lain yang memulai siklus investigasi lanjutan. Guru dapat mengajak peserta didik untuk mengajukan pertanyaan lain. Berikut ini beberapa contoh pertanyaan.

1. Apakah ada perbedaan banyak sahabat antara peserta didik laki-laki dengan perempuan?
2. Berapa banyak peserta didik SMP yang memiliki sahabat lawan jenis?
3. Berapa banyak peserta didik SMP yang memiliki sahabat di sekolah? Di luar sekolah?
4. Berapa banyak peserta didik SMP yang memiliki sahabat yang berbeda suku? Berbeda agama?
5. Berapa jam peserta didik SMP bertemu dengan sahabatnya setiap hari/minggu?

I. Asesmen

Pada aktivitas pembelajaran ini, guru akan melakukan penilaian kognitif dan non kognitif. Penilaian kognitif yaitu penilaian pengetahuan dan keterampilan. Penilaian kognitif dapat didasarkan pada hasil peserta didik mengerjakan soal yang terdiri dari tiga level kognitif berbeda yaitu pemahaman, penerapan dan penalaran. Sedangkan penilaian non kognitif didasarkan pada sikap peserta didik selama mengikuti pembelajaran. Untuk itu, guru diharapkan dapat melakukan pengamatan langsung terhadap respon dan tingkah laku peserta didik selama pembelajaran berlangsung.

1. Penilaian Pengetahuan

a. Level 1: Pemahaman

Konteks: Personal

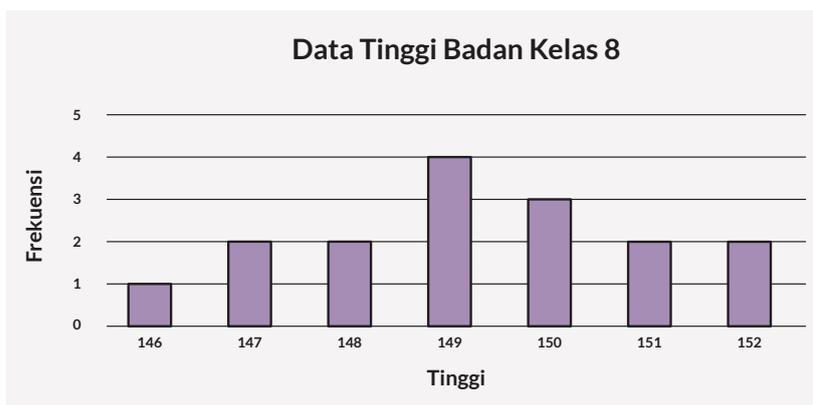
Data dari Food and Agriculture Organizations of the United Nations (FAO) mengenai tinggi badan anak ideal dari berbagai negara menunjukkan bahwa rata-rata tinggi badan anak di Indonesia adalah sebagai berikut.

Tabel 4.8 Data Rata-Rata Tinggi Badan Anak Indonesia

Usia	Tinggi Badan Anak Laki-laki	Tinggi Badan Anak Perempuan
1 tahun	71,7 cm	69,8 cm
2 tahun	81,5 cm	79,2 cm
3 tahun	89,0 cm	87,8 cm
4 tahun	95,8 cm	95,0 cm
5 tahun	102,0 cm	101,1 cm
6 tahun	107,7 cm	106,6 cm
7 tahun	113,0 cm	111,8 cm
8 tahun	118,1 cm	116,9 cm
9 tahun	122,9 cm	122,1 cm
10 tahun	127,7 cm	127,5 cm
11 tahun	132,6 cm	133,5 cm
12 tahun	137,6 cm	139,8 cm
13 tahun	142,9 cm	145,2 cm
14 tahun	148,8 cm	148,7 cm
15 tahun	155,2 cm	150,5 cm
16 tahun	161,1 cm	151,6 cm

Sumber: <https://www.klikdokter.com/info-sehat/read/2698615/inilah-tinggi-badan-anak-indonesia-sesuai-usianya>

Peserta didik di kelas 8 di suatu sekolah mengumpulkan data tinggi badan dari peserta didik laki-laki berusia 14 tahun. Mereka mengumpulkan data tinggi badan untuk membandingkan hasilnya dengan rata-rata tinggi badan anak Indonesia. Grafik berdasarkan data yang mereka peroleh adalah sebagai berikut.



Gambar 4.10 Tinggi Badan Peserta Didik Kelas 8

Manakah pernyataan berikut ini yang benar?

Pernyataan	Benar	Salah
Tinggi rata-rata peserta didik laki-laki umur 14 tahun dalam kelas ini lebih tinggi dari rata-rata tinggi badan anak laki-laki Indonesia umur 14 tahun.		
Semua peserta didik laki-laki umur 14 tahun dalam kelas ini lebih tinggi dari rata-rata tinggi badan anak laki-laki Indonesia umur 14 tahun.		
Ada peserta didik laki-laki umur 14 tahun dalam kelas ini yang lebih tinggi dari rata-rata tinggi badan anak laki-laki Indonesia umur 15 tahun.		

Jawaban

Pernyataan 1	Benar, karena dari grafik rerata tinggi anak laki-laki umur 14 tahun di kelas sedikit lebih besar dari 149 cm sedangkan dari tabel rerata tinggi anak laki-laki umur 14 tahun di Indonesia adalah 148,8 cm.
Pernyataan 2	Salah, karena seperti terlihat di grafik, ada lima anak laki-laki umur 14 tahun di kelas dengan ketinggian 146, 147 dan 148 cm, yang lebih pendek dari rerata 148,8 cm.
Pernyataan 3	Salah, karena seperti terlihat di grafik, tinggi badan tertinggi dari anak laki-laki umur 14 tahun di kelas adalah 152 cm, dan ini lebih kecil dari rerata anak laki-laki Indonesia umur 15 tahun, yaitu 155,2 cm.

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak bisa menyimpulkan apa itu rerata ketika diberikan dengan data lain	Peserta didik dapat menyimpulkan apa itu rerata dalam lingkup tertentu ketika diberikan dengan data lain.	Jawaban benar seluruhnya.

b. Level 2: Penerapan

Konteks: Sosial Budaya

Pengelola museum ingin membandingkan jumlah pengunjung beberapa museum di Jakarta dari tahun 2010 sampai 2019 untuk melihat minat masyarakat mengunjungi museum. Tabel berikut ini menunjukkan perbandingan tiga museum, yaitu Monumen Nasional, Museum Bahari dan Museum Wayang dari tahun 2010 sampai tahun 2019.

Tabel 4.9 Perbandingan Jumlah Pengunjung Tiga Museum di Jakarta Tahun 2010-2019

Tahun	Monumen Nasional	Museum Bahari	Museum Wayang
2010	1.253.266	6.327	164.696
2011	1.516.153	24.076	202.489
2012	1.115.360	26.152	211.135
2013	1.380.868	23.504	223.109
2014	1.156.208	24.098	364.495
2015	1.539.195	28.961	479.835
2016	1.878.155	81.081	299.048
2017	1.866.428	35.603	381.106
2018	1.944.033	27.034	372.648
2019	3.039.367	30.895	322.046

Sumber: <https://data.jakarta.go.id/dataset/pengunjungmuseummenurutjenismuseumdkijakarta>

Jika pengelola museum ingin mengetahui pada umumnya berapa banyak pengunjung untuk ketiga museum tersebut selama kurun waktu sepuluh tahun, maka nilai ukuran pemusatan mana (*mean*, median dan modus) yang sebaiknya digunakan? Jelaskan alasannya.

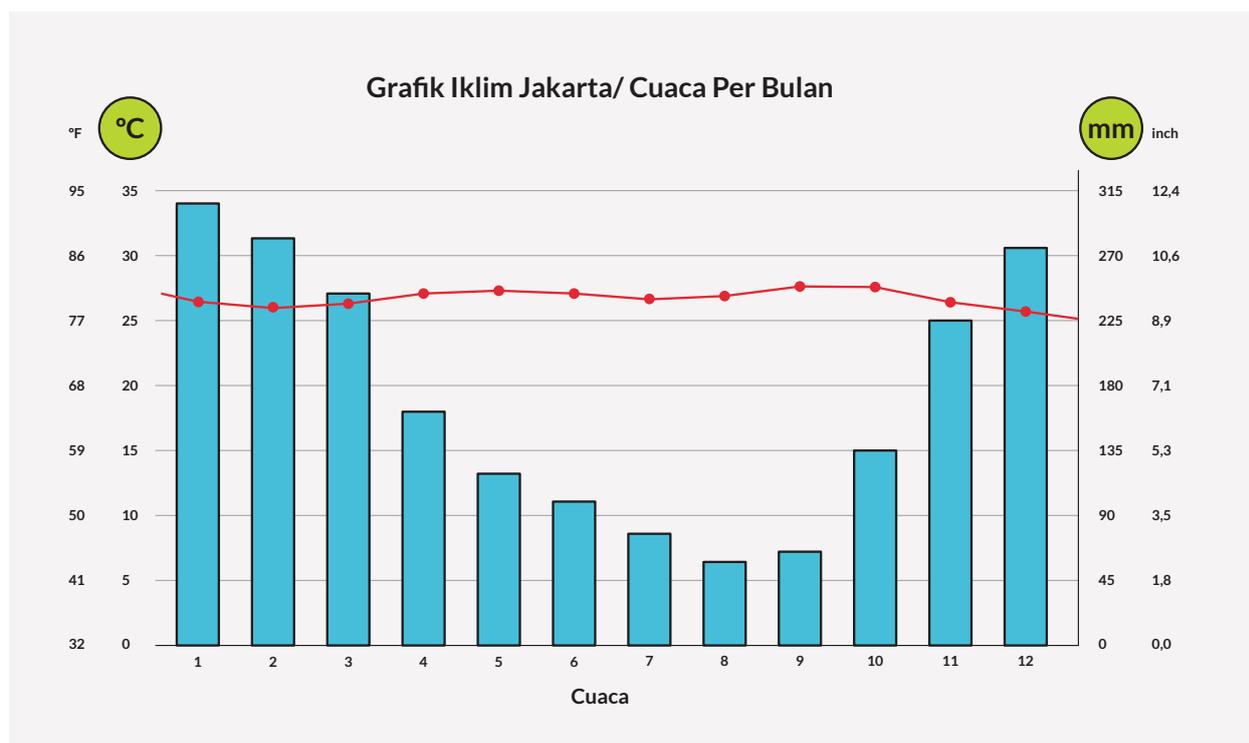
Jawaban

Ukuran pemusatan data yang sebaiknya digunakan adalah *mean* karena *mean* mewakili semua data dalam kumpulan, yang menggambarkan kumpulan data tersebut. Tidak terdapat data yang terlalu ekstrim (pencilan) sehingga *mean* memberikan ukuran pemusatan yang cukup mewakili data yang ada.

c. Level 3: Penalaran

Konteks: saintifik

Grafik iklim di Jakarta diberikan di bawah ini. Perhatikan, bahwa ada dua jenis data yang diberikan, yaitu curah hujan (diagram batang warna biru) dan suhu (grafik warna merah). Fokus satuan curah hujan pada mm dan suhu pada derajat Celcius.



Gambar 4.11 Grafik Cuaca Jakarta Berdasarkan Bulan

Sumber: <https://en.climate-data.org/asia/indonesia/jakarta-special-capital-region/jakarta-714756/>

Setiap bulan diwakili oleh satu bilangan yang menunjukkan curah hujan dan satu bilangan yang menunjukkan suhu. Contoh pada bulan November curah hujan adalah 225 mm dan suhu adalah 27°C. Alex mengatakan bahwa 225 mm menunjukkan nilai modus, sedangkan Beni mengatakan bahwa nilai itu adalah nilai *mean*. Siapa yang lebih benar? Jelaskan.

Jawaban

Beni yang lebih benar karena data yang ditampilkan adalah data rata-rata, hasil akumulasi curah hujan yang terjadi selama bulan November dibagi frekuensi terjadinya hujan.

Bisa saja 225 mm adalah nilai modus tetapi itu tidak terlihat dalam data.

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak bisa menginterpretasikan data dari grafik sehingga tidak dapat membedakan <i>mean</i> dan modus	Peserta didik dapat menginterpretasikan data dari grafik tetapi hanya dapat memahami <i>mean</i> saja dan belum bisa menyimpulkan bahwa modus tidak tampak dalam grafik.	Jawaban benar seluruhnya.

2. Rubrik Penilaian Keterampilan

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penalaran Matematika			
1. Peserta didik memahami keterampilan matematika yang dibutuhkan			
2. Peserta didik menggunakan strategi yang sesuai untuk menemukan jawaban			
3. Peserta didik mencapai solusi yang benar			
4. Peserta didik dapat menjelaskan bagaimana jawaban didapat			
Penggunaan Alat Matematika			
1. Peserta didik memilih alat yang sesuai dengan permasalahan			
2. Peserta didik dapat menjelaskan alasan pemilihan alat			
3. Peserta didik menggunakan alat dengan sesuai			
4. Peserta didik mendapatkan hasil penggunaan alat yang akurat atau tepat			

3. Rubrik Penilaian Sikap

Sikap	Ya	Tidak	Catatan
1. Peserta didik tampak terlibat dalam pembelajaran			
2. Peserta didik tampak bersemangat dan menikmati apa yang dilakukan			
3. Peserta didik mencoba pendekatan yang berbeda (termasuk alat yang berbeda) untuk menangani tugas, dalam upaya menemukan jawaban (fleksibel)			
4. Peserta didik mencari informasi tambahan dan siap untuk mencoba sesuatu yang baru atau tidak diketahui (mengambil risiko)			
5. Peserta didik segan dan sering mencari bantuan atau persetujuan untuk ide mereka (kurang percaya diri)			

4. Penilaian Diri Peserta Didik

Lingkari kata (boleh lebih dari satu) yang paling menggambarkan bagaimana perasaanmu ketika melakukan pembelajaran ini. Harap menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

senang	tidak bahagia	mantap	bodoh
pintar	bingung	bersemangat	tertarik
tidak terlibat	antusias	tertekan	frustasi
khawatir	bosan	puas	...

Lingkari kata (satu atau lebih) yang menggambarkan tugas tersebut. Selanjutnya peserta didik dapat menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

menyenangkan	menantang	susah
sangat mudah	mengecewakan	sama seperti biasanya
mengayikkan	membosankan	...
menarik	berbeda	...

J. Refleksi

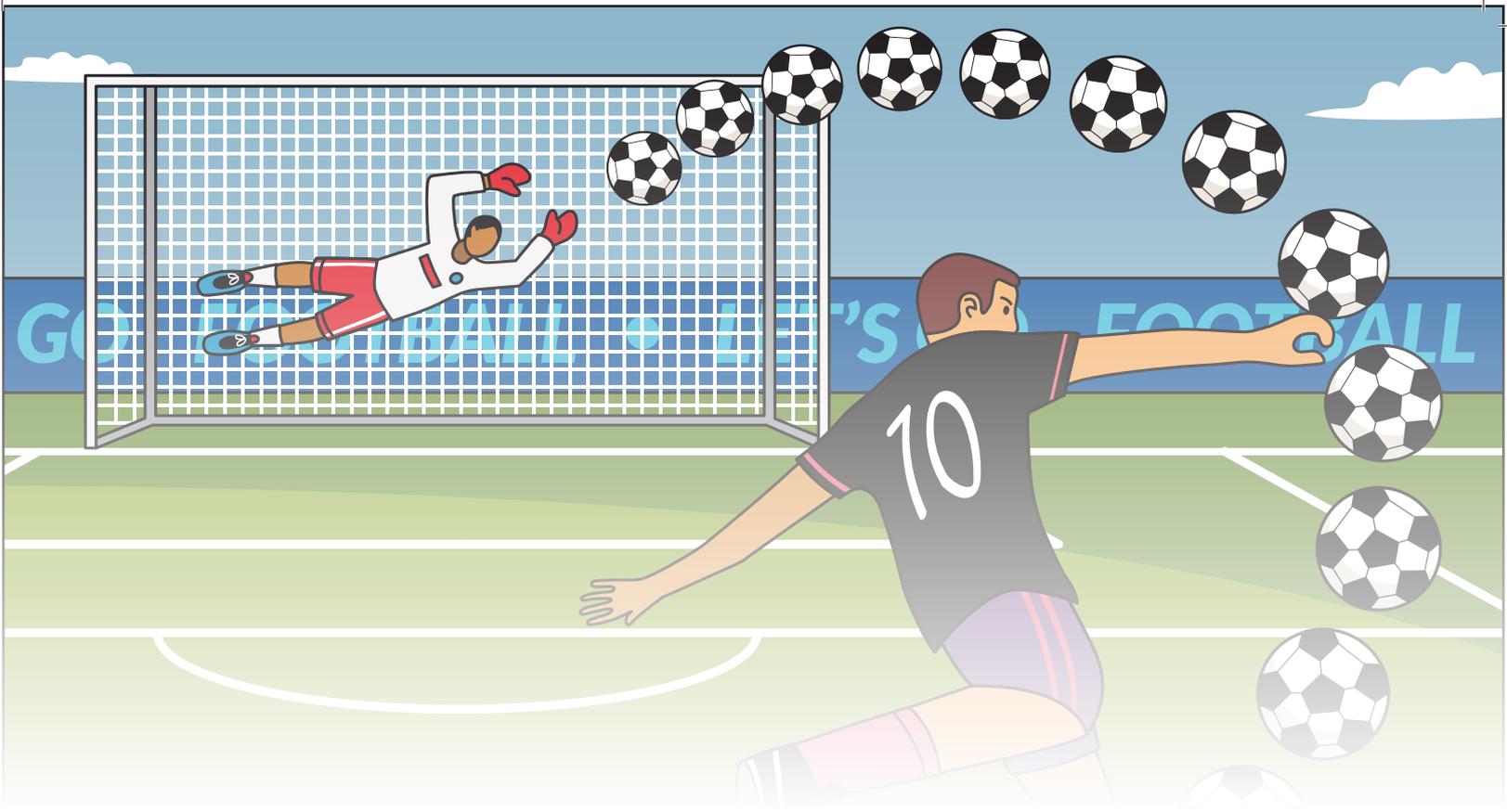
Guru dapat melakukan refleksi dengan membubuhkan tanda centang. Tabel ini dapat dimodifikasi sesuai keperluan dan sesuai kondisi.

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
Lingkungan Belajar			
1. Saya sudah mendorong keterlibatan aktif dalam pembelajaran numerasi			
2. Saya sudah menciptakan lingkungan belajar numerasi yang mendukung dan menantang			
3. Saya sudah mendorong pengambilan risiko dan penyelidikan kritis dalam pembelajaran numerasi			
Perencanaan			
1. Saya sudah menekankan hubungan antara berbagai topik matematika atau antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya			
2. Saya sudah memenuhi keragaman kemampuan matematika dan kebutuhan numerasi peserta didik			
3. Saya sudah menentukan kebutuhan belajar peserta didik dalam numerasi untuk membantu perencanaan dan implementasi pengalaman belajar			
4. Saya sudah menanamkan cara berpikir dan bekerja secara matematis dalam pengalaman belajar numerasi			
5. Saya sudah merencanakan berbagai peluang penilaian numerasi yang autentik			
Pelaksanaan			
1. Saya sudah menunjukkan berbagai strategi pengajaran yang efektif untuk pembelajaran numerasi			
2. Saya sudah memanfaatkan representasi ide matematika dalam matematika dan di bidang kurikulum lainnya			
3. Saya sudah mengurutkan alur pengalaman belajar matematika dengan tepat			

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
4. Saya sudah menunjukkan kemampuan untuk memaknakan matematika dan memodelkan pemikiran dan penalaran matematis			
Penilaian			
1. Saya sudah memberikan kesempatan kepada semua peserta didik untuk menunjukkan pengetahuan numerasi mereka			
2. Saya sudah mengumpulkan dan menggunakan berbagai sumber bukti yang sah untuk membuat penilaian tentang pembelajaran numerasi pada peserta didik			

K. Glosarium

Diagram Batang	Grafik yang tersusun dari kolom berbentuk batang yang menunjukkan banyak (frekuensi) data.
Jangkauan	Selisih data terbesar dengan data terkecil
Line Plot	Garis bilangan dengan banyak tanda X atau O menunjukkan banyak data yang muncul dengan nilai tertentu
Mean	Nilai rata-rata dari suatu kelompok data
Median	Nilai tengah data setelah diurutkan
Modus	Nilai yang sering muncul dalam kelompok data



Bab 5

Contoh Aktivitas Pembelajaran Penguatan Numerasi Kelas IX

Fungsi Kuadrat



A. Informasi Modul yang Diberi Penguatan Numerasi

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.3. Menjelaskan fungsi kuadrat dengan menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. 4.3. Menyajikan fungsi kuadrat menggunakan tabel, persamaan, dan grafik.	1. Mengidentifikasi fungsi kuadrat yang dinyatakan dalam bentuk tabel, persamaan, dan grafik. 2. Mengubah representasi fungsi kuadrat dari suatu bentuk ke dalam bentuk lain. 3. Menyelesaikan masalah dengan memanfaatkan fungsi kuadrat.

B. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat yang dinyatakan dalam bentuk tabel.
2. Peserta didik dapat mengubah representasi tabel ke dalam representasi grafik.
3. Peserta didik dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat yang dinyatakan dalam bentuk grafik.
4. Peserta didik dapat menerapkan proses pemecahan masalah kontekstual (merumuskan, melakukan, menafsirkan, serta mengevaluasi) terkait fungsi kuadrat dengan bernalar kritis dan berpikir kreatif.

C. Deskripsi Umum

Fungsi kuadrat adalah relasi yang ditemui dalam gerak benda yang terkait gaya gravitasi maupun dalam ilmu ekonomi. Penguatan numerasi dimaksudkan untuk mengajak peserta didik melihat bahwa fungsi kuadrat dekat dengan kehidupan sehari-hari dan dapat dikenali dalam berbagai representasinya. Bab ini merupakan bagian dari KD Menjelaskan dan menyajikan fungsi kuadrat menggunakan tabel, persamaan, dan grafik.

D. Landasan Teori

Pembahasan tentang Fungsi merupakan bagian dari domain Aljabar. Fungsi dalam matematika adalah suatu relasi yang

menghubungkan setiap anggota sebuah himpunan (domain) ke suatu nilai (tunggal) pada himpunan lain (codomain). Secara umum, ada pergeseran dari mulai melihat fungsi sebagai instruksi atau perintah untuk menghitung satu himpunan bilangan dari yang lain (*input-output*), menuju melihat fungsi sebagai korespondensi antara himpunan, kemudian menuju melihat fungsi sebagai menggambarkan variasi, lalu, untuk menggunakan fungsi untuk menggambarkan situasi, dan juga untuk memahami fungsi (biasanya dalam bentuk grafik) sebagai objek pada hakikatnya (Tall, 1992).

Terdapat empat cara untuk mendeskripsikan atau merepresentasikan sebuah fungsi antara dua besaran x dan y : (1) tabel nilai dua kolom yang memasangkan nilai *input* (x) dan *output* (y); (2) bentuk grafik; (3) persamaan aljabar; dan (4) bentuk deskripsi (Ellis 2011). Untuk fungsi kuadrat, tabel nilai menunjukkan selisih kedua dari nilai y (selisih dari selisih nilai y) yang konstan. Sebagai perbandingan, untuk fungsi linear, selisih (pertama) dari nilai y merupakan konstan. Secara grafik, fungsi kuadrat berbentuk parabola, yang dapat terbuka ke atas atau terbuka ke bawah. Persamaan aljabar untuk fungsi kuadrat memiliki bentuk standar $y = ax^2 + bx + c$. Cara mengenali fungsi kuadrat dalam berbagai representasi dapat dilihat pada Tabel 5.1. Terdapat berbagai bentuk kuadrat yang memberikan informasi yang berbeda berdasarkan parameternya:

- titik potong sumbu- y terlihat jelas sebagai c dalam bentuk ini: $y = ax^2 + bx + c$ tetapi peran a dan b tidak terlalu jelas;
- titik potong sumbu- x terlihat sebagai akar a dan b dalam bentuk faktor $y = k(x - a)(x - b)$ tapi titik potong sumbu- y tidak terlalu jelas; mengubah nilai k menghasilkan perubahan yang menarik;
- titik balik atau titik puncak (mungkin ciri visual kuadrat yang paling jelas) adalah yang paling utama terlihat sebagai (a, b) dalam bentuk kuadrat sempurna: $y = k(x - a)^2 + b$. Perpindahan dari $+a$ ke arah x muncul di $(x - a)$ yang berlawanan dengan intuisi (Zazkis, Liljedahl dan Gadowsky 2003).

Pemahaman mengenai fungsi yang baik dibangun dengan membandingkan fungsi dalam satu bentuk dengan bentuk lainnya sehingga mengembangkan keluwesan bergerak dari satu bentuk ke bentuk yang lainnya (Koedinger & Nathan 2004). Selain

membandingkan berbagai bentuk dari fungsi, peserta didik perlu memahami fungsi menggunakan tabel, grafik atau ekspresi aljabar khususnya mengenai berbagai jenis perilaku perubahan sederhana (misalnya, meningkat, konstan atau menurun)

yang ditunjukkan oleh fungsi sehubungan dengan *output* y dan laju perubahan y , saat *input* x meningkat (Confrey & Smith 1991; Ellis 2011). Menjelaskan fungsi secara kualitatif menekankan hubungan antara dua besaran, yaitu apa yang terjadi dengan nilai y ketika nilai x berubah.

Fungsi kuadrat digunakan untuk memodelkan gerak benda yang dipengaruhi gaya gravitasi, memodelkan pendapatan dari penjualan barang sebanyak nilai tertentu, maupun untuk memodelkan luas daerah.

Tabel 5.1 Cara Mengenali Fungsi Kuadrat

No.	Representasi	Cara Mengenali
1.	Tabel	Dalam tabel bisa terlihat bahwa nilai fungsinya naik lalu turun (atau turun lalu naik), hanya ada satu kali perubahan arah. Jika dihitung selisih pada kolom x konstan, maka selisih kedua kolom y akan konstan.
2.	Persamaan	Bentuk umumnya $y = ax^2 + bx + c$, pangkat tertinggi untuk variabel x adalah x^2 .
3.	Grafik	Grafiknya berbentuk parabola, memiliki sumbu simetri. Grafik turun lalu naik atau sebaliknya naik lalu turun. Fungsi memiliki titik puncak (titik minimum atau titik maksimum).

Alokasi waktu 4 JP

Alat kertas berpetak, *GeoGebra*

Media *Microsoft Excel*

E. Pertanyaan Pemantik

1. Karakteristik apa yang dimiliki oleh fungsi kuadrat yang membedakan dari fungsi linear?
2. Bagaimana fungsi kuadrat digunakan untuk memodelkan, menganalisis, dan menafsirkan hubungan matematis?

F. Pemahaman Bermakna

1. Fungsi kuadrat menunjukkan hubungan berbentuk parabola yang memiliki titik puncak (maksimum atau minimum).

2. Fungsi kuadrat dapat dikenali dalam ketiga representasinya (bentuk tabel, persamaan, dan grafik).
3. Fungsi kuadrat yang dinyatakan dalam suatu representasi dapat diubah dalam representasi lain.

G. Deskripsi Pembelajaran

1. Konteks	<p>Saintifik</p> <p>Masalah yang digunakan pada pembelajaran adalah merupakan konteks saintifik karena terkait dengan aplikasi Matematika dalam sains dan teknologi. Dalam hal ini, dalam kaitan kecepatan dengan jarak yang dibutuhkan untuk berhenti dan kaitan antara jarak proyektor dengan layar dengan luas daerah pada layar yang diterangi oleh proyektor.</p>
2. Konten	<p>Aljabar</p> <p>Konten pada masalah dalam bab ini merupakan bagian dari domain Aljabar yang berkaitan dengan pemahaman fungsi dan grafiknya, serta sifat-sifatnya.</p>
3. Level Kognitif	<p>(Pemahaman/Penerapan/Penalaran)</p> <p>Aktivitas pembelajaran diawali dengan masalah yang terdiri dari beberapa pertanyaan. Pertanyaan tersebut menuntut peserta didik melakukan ketiga level kognitif. Pertama, peserta didik diminta untuk mengamati dan mengidentifikasi informasi yang diberikan. Pada tahap ini, peserta didik melakukan pemahaman terhadap masalah.</p> <p>Kedua, peserta didik dituntut untuk menentukan atau memilih strategi yang tepat serta menerapkannya dalam kaitan dengan fungsi kuadrat. Dengan menjawab pertanyaan terkait poin kedua, berarti peserta didik telah menguasai level penerapan.</p> <p>Dan yang terakhir, peserta didik diminta untuk menilai dan mengevaluasi pernyataan terkait fungsi kuadrat. Peserta didik juga diberi kesempatan untuk mengkomunikasikan alasan dari jawaban yang diungkapkan. Maka dari itu, dengan aktivitas pembelajaran ini, peserta didik telah digiring untuk melakukan penalaran.</p>

H. Pembelajaran: Mengidentifikasi Fungsi Kuadrat

Dalam pembelajaran ini, peserta didik diajak mempelajari fungsi kuadrat melalui hal-hal nyata. Peserta didik diajak memikirkan

relasi antara dua besaran dan menentukan apakah relasi tersebut merupakan fungsi linear atau fungsi kuadrat.

1. Kegiatan Pembuka

Murni mengamati bahwa batas kecepatan di jalan berbeda-beda. Dia bertanya-tanya pada dirinya, “Mengapa ada perbedaan ini?”.



Gambar 5.1 Rambu Lalu Lintas tentang Batas Kecepatan

Saat berkendara, pengemudi wajib waspada dan bereaksi jika ada hambatan di depan. Hambatan dapat berupa hewan yang tiba-tiba menyeberang jalan, kendaraan di depan mengerem mendadak, dsb. Jika ada hambatan, mobil tidak dapat serta merta berhenti, dibutuhkan waktu dan jarak tertentu sebelum mobil berhenti dengan sempurna. Pengemudi perlu menjaga jarak dengan kendaraan lain supaya memiliki ruang yang cukup untuk berhenti jika terjadi hambatan.

1. Apa yang terjadi jika pengemudi tidak menjaga jarak?
2. Sebutkan tiga contoh hambatan lain.

Saat pengemudi melihat hambatan, informasi tersebut diolah otak dan memerintahkan otot untuk mengerem. Jarak yang ditempuh kendaraan sejak pengemudi melihat adanya hambatan hingga otak memerintahkan otot untuk mengerem disebut *jarak berpikir*. Sedangkan jarak yang ditempuh kendaraan sejak rem mulai diinjak hingga kendaraan berhenti dengan sempurna disebut *jarak pengereman*. Jarak yang ditempuh kendaraan sejak pengemudi melihat adanya hambatan hingga kendaraan berhenti sempurna disebut *jarak berhenti*.

Masalah 1: Jarak Pengereman

Beberapa jalan di dekat sekolah sering terjadi kecelakaan mobil yang melaju dengan kecepatan tertentu karena tidak cukup jarak untuk berhenti pada waktunya. Kalian diminta untuk membuat

himbauan kepada pengendara mobil untuk menjaga jarak aman untuk berbagai kecepatan sesuai dengan batas maksimum kecepatan yang ada. Bagaimana kalian menentukan jarak yang aman antar pengendara mobil? Apakah dengan bertambahnya kecepatan yang sama membutuhkan bertambahnya jarak antar kendaraan yang sama juga?

Penilaian Formatif Aspek Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memahami Masalah	Peserta didik tidak memahami masalah dan tidak menentukan apa yang diberikan dan tujuan.	Peserta didik memahami sebagian masalah dan tidak menentukan apa yang diberikan dan tujuan.	Peserta didik memahami masalah secara lengkap dan menentukan hal yang diberikan dan tujuan sampai batas tertentu.	Peserta didik memahami masalah secara lengkap dan menentukan apa yang diberikan dan tujuan.

2. Kegiatan Inti

a. Tahap 1. Merumuskan

Masalah menentukan jarak kendaraan yang aman antara mobil dirumuskan secara matematis menjadi masalah menentukan/ mencari hubungan antara kecepatan mobil dan jarak pengereman sehingga dapat menentukan jarak minimum yang perlu dijaga pada kecepatan tertentu. Dan apakah hubungan antara keduanya adalah linear atau bukan.

Berikut ini adalah hasil uji coba untuk menentukan jarak berpikir dan jarak pengereman untuk mobil dengan beberapa kecepatan tertentu.

Jarak untuk Berhenti



Gambar 5.2 Jarak untuk Berhenti

Sumber: <https://assets.publishing.service.gov.uk/media/559afb11ed915d159500017/the-highway-code-typical-stopping-distances.pdf>

Isilah tabel berikut dan jawablah pertanyaan-pertanyaan yang ada.

1. Tuliskan data pada Gambar 5.2 ke dalam Tabel 5.2.

Tabel 5.2 Kecepatan Mobil dan Jarak yang dibutuhkan untuk Berhenti

Kecepatan (km/jam)						
Jarak berpikir (m)						
Jarak pengereman (m)						
Jarak berhenti (m)						

Kunci Jawaban:

Kecepatan (km/jam)	32	48	64	80	96	112
Jarak berpikir (m)	6	9	12	15	18	21
Jarak pengereman (m)	6	14	24	38	55	75
Jarak berhenti (m)	12	23	36	53	73	96

Penilaian Formatif Aspek Penyederhanaan Masalah dan Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menyederhanakan Masalah	Peserta didik tidak menyederhanakan masalah, tidak menentukan variabel yang diperlukan / tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah menjadi sebagian, menentukan variabel yang diperlukan / tidak diperlukan sampai batas tertentu, dan membuat asumsi yang salah.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan variabel yang diperlukan / tidak perlu, dan membuat asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik menyederhanakan masalah, menentukan variabel yang diperlukan / tidak diperlukan, dan membuat asumsi yang realistis.
Memodelkan Masalah secara Matematis	Peserta didik tidak membuat, atau salah membuat, tabel dan grafik.	Peserta didik membuat tabel dan grafik yang tidak lengkap/ salah berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian.	Peserta didik membuat tabel dan grafik yang benar berdasarkan asumsi yang dapat diterima sebagian, tidak memahami bahwa tabel dan grafik menyatakan fungsi yang sama.	Peserta didik membuat tabel dan grafik yang dibutuhkan dengan benar sesuai dengan asumsi realistis, menjelaskan bahwa tabel dan grafik menyatakan fungsi yang sama.

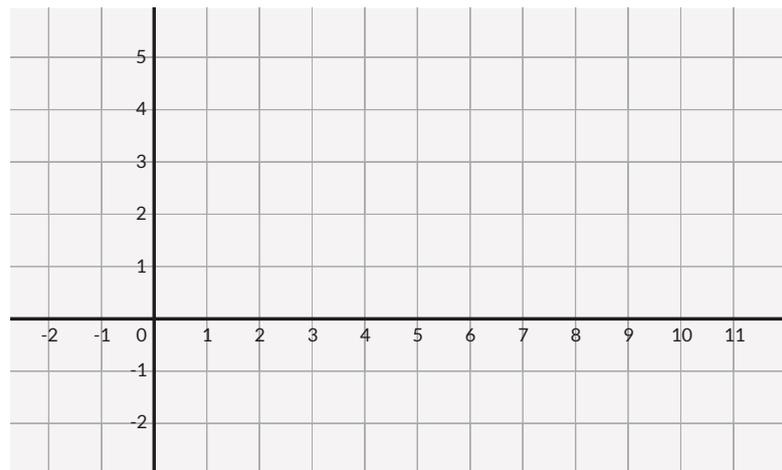
b. Tahap 2. Melakukan

- Amati Tabel 5.2. Perhatikan kolom kecepatan dan kolom jarak pengereman.

Kecepatan (km/jam)	32	48	64	80	96	112
Selisih						
Jarak pengereman (km)	6	14	24	38	55	75
Selisih pertama						
Selisih kedua						

- Tentukan selisih antar baris pada kolom kecepatan. Apakah selisihnya konstan?
- Tentukan selisih antar baris pada kolom jarak pengereman (ini disebut selisih pertama). Apakah selisih pertama konstan?

- c. Jika selisih pertama tidak konstan, tentukan selisih antar baris dari kolom selisih pertama (ini disebut selisih kedua). Apakah selisih kedua konstan?
 - d. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak pengereman?
2. Gambarlah bidang koordinat Kartesius, gunakan kecepatan kendaraan sebagai sumbu x dan jarak pengereman sebagai sumbu y . Gambarkan titik-titik pada bidang koordinat yang bersesuaian dengan Tabel 5.2.



Gambar 5.3 Bidang Koordinat Kartesius

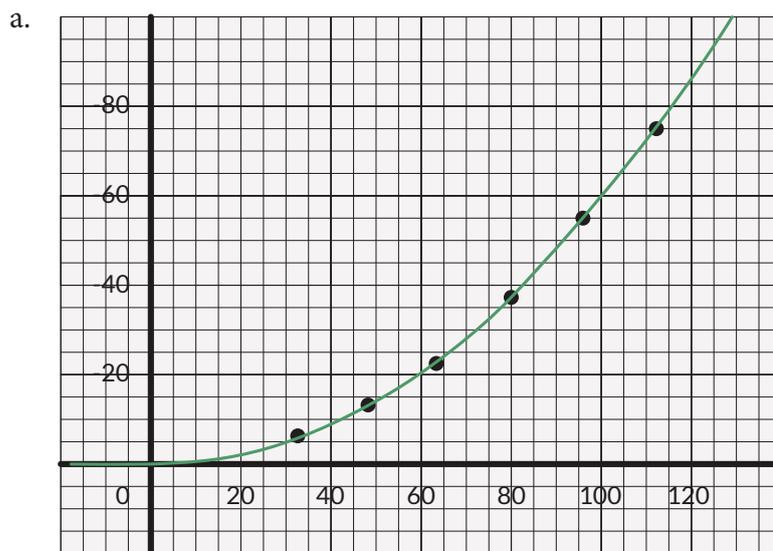
- a. Hubungkan titik-titik yang ada. Bagaimana bentuknya?
 - b. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak pengereman?
3. Apakah jawaban 1.d sama dengan jawaban 2.b? Jelaskan.
 4. Tentukan jenis relasi antara kecepatan dengan jarak berpikir.
 5. Tentukan jenis relasi antara kecepatan dengan jarak berhenti.

Kunci Jawaban:

1. Tabel 5.2 yang telah dihitung selisihnya.

Kecepatan (km/jam)	32	48	64	80	96	112
Selisih	16	16	16	16	16	
Jarak pengereman (km)	6	14	24	38	55	75
Selisih pertama	8	10	14	17	20	
Selisih kedua		2	4	3	3	

- a. Selisih kecepatan konstan.
 - b. Selisih pertama dari jarak pengereman tidak konstan
 - c. Selisih kedua dari jarak pengereman tidak benar-benar konstan, namun mendekati.
 - d. Fungsi kuadrat
2. Grafik yang menunjukkan relasi jarak berhenti dengan kecepatan. (Jika memiliki akses, grafik dapat juga dibuat dengan menggunakan aplikasi, misalnya GeoGebra / Desmos)

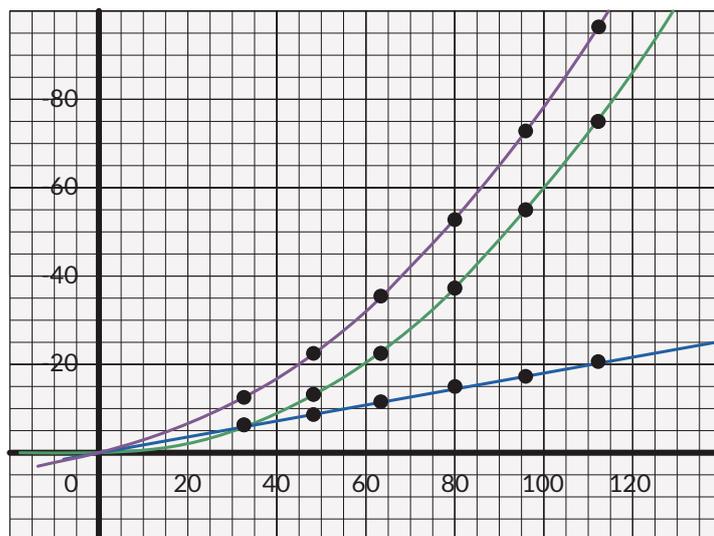


- a. Fungsi kuadrat
3. Sama karena keduanya menunjukkan fungsi yang sama dalam representasi berbeda.
4. Tabel berikut menunjukkan selisih untuk jarak berpikir dan jarak berhenti.
- a. Terlihat bahwa selisih pertama untuk jarak berpikir konstan, artinya relasi antara kecepatan dan jarak berpikir merupakan fungsi linear.
 - b. Selisih kedua untuk jarak berhenti mendekati konstan, artinya relasi antara jarak kecepatan dan jarak berhenti mendekati fungsi kuadrat.

c.

Kecepatan (km/jam)	32	48	64	80	96	112
Selisih		16	16	16	16	16
Jarak berpikir (m)	6	9	12	15	18	21
Selisih		3	3	3	3	3
Jarak berhenti (km)	12	23	36	53	73	96
Selisih pertama		11	13	17	20	23
Selisih kedua			2	4	3	3

5. Grafik berikut menunjukkan hubungan antara kecepatan dengan jarak berpikir dan jarak berhenti.
- Tampak bahwa grafik jarak berpikir terhadap kecepatan merupakan garis lurus, artinya ini adalah fungsi linear.
 - Tampak bahwa grafik jarak berhenti terhadap kecepatan mendekati bentuk parabola, artinya fungsi ini mendekati fungsi kuadrat.



Catatan untuk Guru

Melalui aktivitas ini, peserta didik diharapkan dapat melihat bahwa perubahan kecepatan mengakibatkan perubahan jarak pengereman (sebuah fungsi). Diharapkan peserta didik dapat mengenali bahwa ini adalah fungsi kuadrat (baik dalam bentuk tabel maupun dalam bentuk grafik).

Diferensiasi

Untuk peserta didik yang tidak dapat mengenali jenis fungsi, guru dapat memperkuat pemahaman peserta didik mengenai cara mengenali fungsi kuadrat (baik dalam representasi tabel maupun grafik).

- Sebuah fungsi merupakan **fungsi linear** jika grafiknya berupa garis lurus. Pada representasi tabel, fungsi linear dapat dikenali dari perubahan konstan pada satu variabel menyebabkan perubahan konstan pada variabel yang lain.
- Sebuah fungsi merupakan **fungsi kuadrat** jika grafiknya berupa parabola. Pada representasi tabel, fungsi kuadrat dapat dikenali dari perubahan konstan pada satu variabel menyebabkan perubahan konstan pada selisih kedua variabel yang lain.

Penilaian Formatif Aspek Pemecahan Masalah

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Memecahkan Masalah Matematika	Peserta didik tidak dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat yang disajikan dalam representasi apapun.	Peserta didik dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat dalam representasi tertentu (1 atau 2).	Peserta didik dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat yang disajikan dalam tiga representasi berbeda, namun tidak mengenali kaitan antar representasi.	Peserta didik dapat mengidentifikasi fungsi kuadrat yang disajikan dalam tiga representasi berbeda, dan mengenali bahwa representasi yang satu dapat diubah ke dalam representasi yang lain.

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

Setelah menemukan bahwa kecepatan dan jarak pengereman memiliki relasi fungsi kuadrat, jawablah pertanyaan berikut.

1. Jika pengendara meningkatkan kecepatan kendaraan menjadi dua kalinya (misalnya dari 20 km/jam menjadi 40 km/jam), apakah jarak amannya juga menjadi dua kalinya? Jelaskan.

2. Berapa jauh pengendara perlu menjaga jarak dengan kendaraan di depannya jika kecepatan kendaraan saat itu 40 km/jam?
3. Seorang pengendara melaju dengan kecepatan 60 km/jam. Sekonyong-konyong ada kucing menyeberang pada jarak 30 m di depan mobil. Apakah mobil dapat berhenti tanpa menabrak kucing?
4. Jarak pengereman di atas dimodelkan untuk kendaraan pribadi. Doni ingin memodelkan jarak aman yang perlu dijaga oleh truk pengangkut barang. Menurutmu, apakah fungsi kuadrat yang sama dapat digunakan untuk menghitung jarak aman truk? Jika tidak, perkirakan perubahannya: apakah bentuk grafiknya lebih sempit atau lebih lebar? Mengapa?
5. Pengendara yang sama, berkendara dengan kendaraan yang sama, pada hari hujan. Menurutmu, apakah fungsi kuadrat yang sama dapat digunakan untuk menghitung jarak amannya? Jika tidak, perkirakan perubahannya: Apakah dibutuhkan jarak aman yang sama/lebih pendek/lebih jauh?
6. Bagaimana jika pengendara dalam kondisi lelah: Apakah akan mengubah jarak berpikir atau jarak pengereman? Apakah jarak amannya akan bertambah atau berkurang?
7. Bagaimana jika jalan yang dilalui tidak mendatar? Manakah yang membutuhkan jarak aman lebih jauh: saat kendaraan dalam posisi mendaki atau menurun? Jelaskan.

Kunci Jawaban:

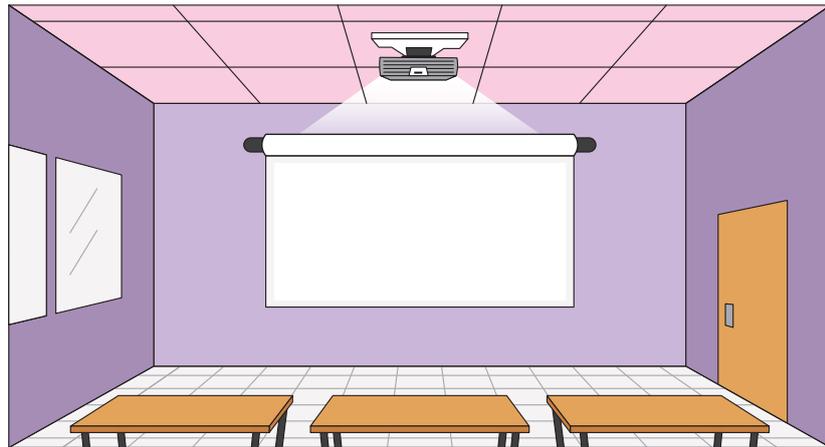
1. Tidak. Relasi antara kecepatan dan jarak aman adalah fungsi kuadrat.
2. Dapat dilihat pada grafik, untuk nilai $x = 40$, nilai $y \approx 18$. Pengendara perlu menjaga jarak setidaknya 18 m dari kendaraan yang di depannya.
3. Dilihat dari grafik, untuk nilai $x = 60$, nilai $y > 30$. Artinya dengan pengereman yang dimodelkan dengan fungsi kuadrat yang ini, kendaraan tidak dapat berhenti dengan sempurna tanpa menabrak kucing.
4. Truk pengangkut barang adalah kendaraan yang lebih berat daripada mobil pribadi dan membutuhkan jarak yang lebih jauh untuk berhenti. Grafik fungsinya lebih sempit.

5. Pada hari hujan, jalan lebih licin, maka dibutuhkan jarak yang lebih jauh untuk berhenti. Jarak amannya lebih jauh.
6. Pengendara yang lelah lebih lambat bereaksi, waktu berpikirnya lebih lama. Artinya jarak berpikir lebih jauh.
7. Kendaraan yang dalam posisi turun dibantu oleh gaya gravitasi sehingga membutuhkan jarak yang lebih jauh untuk berhenti. Sebaliknya kendaraan dalam posisi mendaki membutuhkan jarak aman yang lebih dekat.

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

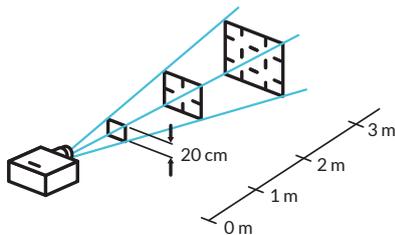
Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak dapat menentukan jarak aman yang dibutuhkan.	Peserta didik dapat menentukan jarak aman untuk nilai-nilai yang ada pada tabel, namun tidak untuk nilai-nilai yang lain.	Peserta didik dapat menentukan jarak aman untuk kecepatan yang tidak ada dalam tabel (memperkirakan berdasarkan grafik) namun tidak dapat menjelaskannya.	Peserta didik dapat menentukan jarak aman untuk kecepatan yang tidak ada dalam tabel (memperkirakan berdasarkan grafik) serta dapat menjelaskannya.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah.	Peserta didik mengenali bahwa truk membutuhkan jarak yang lebih jauh untuk berhenti.	Peserta didik mengenali bahwa model matematika yang ada tidak serta merta dapat digunakan untuk truk, namun tidak dapat menjelaskan apa yang harus dilakukan.	Peserta didik mengenali bahwa model matematika yang ada tidak serta merta dapat digunakan untuk truk, namun membutuhkan modifikasi parameter.

Masalah 2: Proyektor



Gambar 5.4 Proyektor di Kelas

Kelas kalian akan dipasang layar dan proyektor baru seperti terlihat di gambar 5.4. Berapa jarak proyektor harus dipasang dari layar? Apa saja yang harus diperhatikan untuk menentukan letak proyektor tersebut?



Gambar 5.5 Proyektor dan Layar

a. Tahap 1. Merumuskan

Untuk masalah peletakan proyektor, perlu diketahui hubungan antara **jarak** sumber cahaya (proyektor) ke bidang yang diterangi (layar) dengan **luas** daerah yang diterangi. Siti dan Nyoman menyelidiki relasi antara jarak proyektor ke layar dan luas daerah yang diterangi.

b. Tahap 2. Melakukan

- Berikut ini adalah data¹ percobaan yang dilakukan Siti dan Nyoman terkait proyektor yang ada di kelas mereka.

Jarak (cm)	116,5	145,6	174,7	203,8	232,9	262,0
Panjang (cm)	88,6	110,7	132,8	155,0	177,1	199,2
Lebar (cm)	49,8	62,3	74,7	87,2	99,6	112,1

- Apakah jenis relasi antara jarak proyektor ke layar dan luas daerah layar yang diterangi oleh proyektor?
- Jika layar yang ada berukuran 186 cm x 105 cm, maka proyektor sebaiknya diletakkan pada jarak berapa?

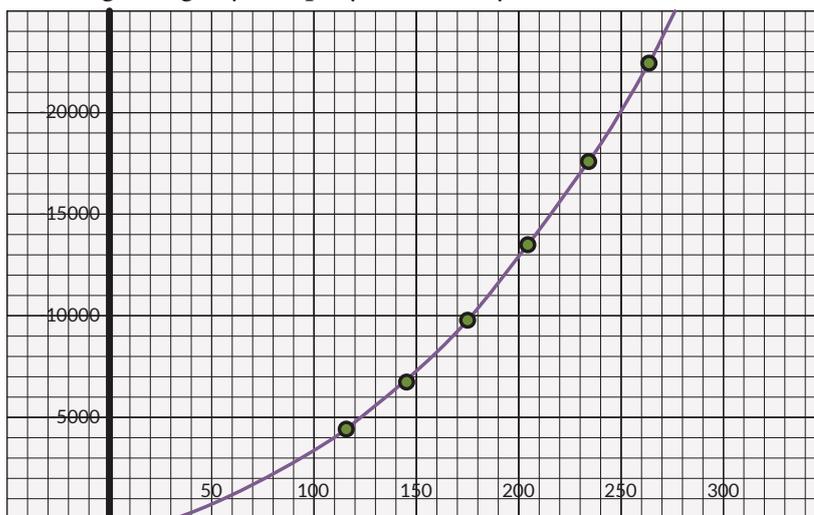
¹ Data diambil dari <https://projectortop.com/how-to-calculate-projector-screen-size/>

c. Tahap 3. Menafsirkan dan Mengevaluasi

1. Budi berpikir: “Makin jauh proyektor, makin besar daerah yang diteranginya. Sebaiknya proyektor menyorot ke tembok dan diletakkan sejauh mungkin dari tembok supaya daerah yang diterangi makin besar.” Apa pendapatmu mengenai pemikiran Budi? Jelaskan.

Kunci Jawaban:

1. Grafik yang menunjukkan hubungan luas daerah layar yang diterangi dengan jarak proyektor ke layar.



2. Grafiknya berupa parabola, ini adalah fungsi kuadrat.
3. Luas layar = $186 \text{ cm} \times 105 \text{ cm} = 19.530 \text{ cm}^2$ Pada grafik terlihat nilai $y \approx 19.530$ pada saat $x \approx 245$. Jadi layar sebaiknya diletakkan pada jarak sekitar 245 cm dari proyektor.
4. Benar bahwa makin jauh proyektor, makin luas daerah yang diteranginya. Namun model matematika yang ada tidak memperhitungkan ketajaman tampilan proyektor. Pada dunia nyata, ada rentang tertentu sehingga tampilan proyektor cukup tajam untuk dilihat dan di luar itu tampilannya makin buram. Pengguna tentu ingin menggunakan proyektor di dalam rentang yang tampilannya tajam.

Penilaian Formatif Aspek Penafsiran dan Validasi Solusi

Aspek Pemecahan Masalah	Perlu Intervensi Khusus	Dasar	Cakap	Mahir
Menafsirkan Solusi Masalah	Peserta didik tidak mengenali bahwa jarak proyektor ke layar dan luas daerah yang diterangi merupakan fungsi kuadrat.	Peserta didik mengenali bahwa jarak proyektor ke layar dan luas daerah yang diterangi merupakan fungsi kuadrat namun tidak dapat menentukan bagaimana menghitung jarak yang dibutuhkan.	Peserta didik mengenali bahwa jarak proyektor ke layar dan luas daerah yang diterangi merupakan fungsi kuadrat namun tidak dapat menentukan bagaimana menghitung jarak yang dibutuhkan karena ukuran layar yang tersedia tidak terdapat pada tabel.	Peserta didik mengenali bahwa jarak proyektor ke layar dan luas daerah yang diterangi merupakan fungsi kuadrat. Peserta didik juga dapat menentukan letak proyektor dengan tepat walaupun ukuran layar yang tersedia berbeda dengan data yang ada pada tabel.
Memeriksa Kesahihan Solusi	Peserta didik tidak memvalidasi atau membuat validasi yang tidak sah.	Peserta didik mengenali bahwa semakin jauh jarak proyektor ke layar, makin luas daerah yang diterangi.	Peserta didik mengenali bahwa ada jarak optimal sehingga tampilan proyektor sama besar dengan layar.	Peserta didik mengenali bahwa ada jarak optimal yang jika dilampaui maka tampilan proyektor tidak jelas lagi.

3. Kegiatan Penutup

Ingatkan siswa bahwa fungsi kuadrat dapat dinyatakan dalam bentuk tabel, persamaan, dan grafik dan bagaimana mengenali fungsi kuadrat dalam setiap representasinya.

I. Penilaian

1. Penilaian Pengetahuan

a. Level 1: Pemahaman

Tentukan apakah situasi berikut menunjukkan relasi linear atau kuadrat.

1. Setiap anak di kelas 9 memiliki 2 pena. Tentukan jenis relasi antara banyaknya anak dan banyaknya pena di kelas.
2. Sebuah bola dilemparkan ke atas dan ketinggiannya pada t detik setelah dilemparkan dinyatakan dalam h meter. Tentukan jenis relasi antara t dan h .

t	h
0	1
1	4
2	5
3	4
4	1

Jawaban:

1. relasi linear (Jika a menyatakan banyaknya anak dan p menyatakan banyaknya pena, relasinya adalah $p = 2a$.)
2. relasi kuadrat (Hitunglah selisih pertama dan selisih kedua, akan terlihat selisih kedua konstan.)

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Tidak ada jawaban benar.	Hanya satu jawaban yang benar. Peserta didik diingatkan tentang cara mengenali fungsi kuadrat dalam representasi masing-masing.	Jawaban benar seluruhnya.

b. Level 2: Penerapan (Konteks: sosial budaya)

3. Bu Dini hendak memulai usaha warung makan. Dia membutuhkan Rp500.000,00 untuk modal membeli peralatan. Setiap porsi makanan, dibutuhkan Rp10.000,00 untuk bahan bakunya. Dari kakaknya yang lebih dulu memiliki usaha warung makan, Bu Dini tahu bahwa jika setiap porsi dijual dengan harga x maka banyaknya porsi yang terjual (permintaan) mengikuti fungsi $(20 - 0,1x)$. Pengeluaran Bu Dini adalah modal peralatan dan modal bahan baku. Pendapatan Bu Dini adalah harga per porsi dikalikan banyaknya porsi yang terjual. Keuntungan Bu Dini adalah selisih pendapatan dan pengeluaran. Tentukan jenis relasi antara.

- a. harga dan pengeluaran Bu Dini.
- b. harga dan pendapatan Bu Dini.
- c. harga dan keuntungan Bu Dini

Jawaban:

3. Relasi yang terjadi:

- a. Harga dan pengeluaran (dalam ribu rupiah) memiliki relasi linear.

$$K = 500 + 10(20 - 0,1x)$$

$$= 700 - x$$

- b. Harga dan pendapatan (dalam ribu rupiah) memiliki relasi kuadrat.

$$D = x(20 - 0,1x)$$

$$= 20x - 0,1x^2$$

- c. Harga dan keuntungan (dalam ribu rupiah) memiliki relasi kuadrat.

$$L = D - K$$

$$= 20x - 0,1x^2 - 700 + x$$

$$= -0,1x^2 + 21x - 700$$

Rubrik Penilaian/Skor

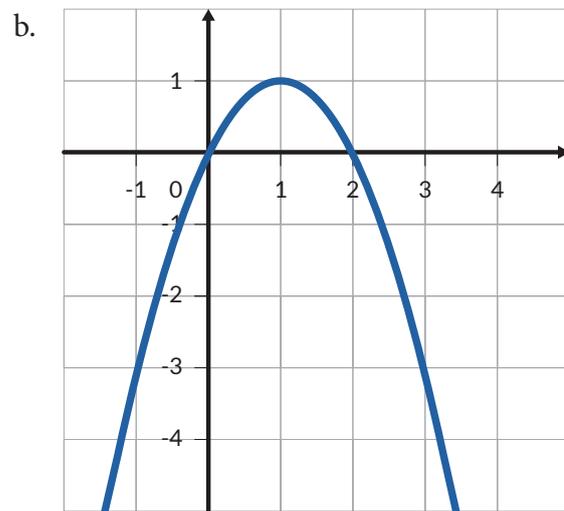
Salah	Benar Sebagian	Benar
Peserta didik tidak bisa menentukan fungsi yang dimaksud. Perlu ditindaklanjuti dengan memperdalam kemampuan untuk memahami masalah dan menerjemahkannya ke dalam model matematika.	Peserta didik dapat menentukan fungsi yang dimaksud namun tidak dapat mengidentifikasi jenisnya. Peserta didik perlu diingatkan tentang cara mengidentifikasi fungsi untuk representasi yang berbeda-beda.	Jawaban benar seluruhnya.

c. Level 3: Penalaran (konteks: saintifik)

1. Seorang siswa mengumpulkan data yang memiliki karakteristik berikut:
 - Fungsi memiliki titik maksimum
 - Fungsi berpotongan dengan sumbu x di dua titik.
 - Perpotongan fungsi dengan sumbu y terletak di bawah sumbu x .

Manakah fungsi (bisa lebih dari satu) berikut yang memenuhi karakteristik tersebut? Jelaskan alasannya.

a. $y = x^2 + 3x - 1$



c.

x	-1	0	1	2	3
y	-5	-1	1	1	-1

Jawaban:

Fungsi c adalah fungsi memiliki semua karakteristik yang dimaksud. Fungsi a memiliki nilai minimum (bukan maksimum), fungsi b memiliki nilai maksimum dan dua titik potong dengan sumbu x , namun titik potongnya dengan sumbu y terletak pada sumbu x .

Rubrik Penilaian/Skor

Salah	Benar Sebagian	Benar
Tidak ada jawaban benar.	<ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik tidak dapat mengidentifikasi fungsi yang memiliki nilai maksimum. Peserta didik diminta untuk menggambarkan semua fungsi yang ada, untuk melihat secara visual apakah ada nilai maksimum atau minimum. • Peserta didik tidak dapat mengidentifikasi berapa banyak titik potong fungsi dengan sumbu x. Selain meminta peserta didik untuk menggambarkan semua fungsi yang ada, peserta didik juga dapat diminta untuk mengingat bagaimana mengenali sebuah titik sebagai perpotongan kurva dengan sumbu x (nilai $y = 0$). • Peserta didik tidak dapat mengidentifikasi letak titik potong fungsi dengan sumbu y. Selain meminta peserta didik untuk menggambarkan semua fungsi yang ada, peserta didik juga dapat diminta untuk mengingat bagaimana mengenali sebuah titik sebagai perpotongan kurva dengan sumbu y (nilai $x = 0$). Jika perpotongan kurva dengan sumbu y terletak di bawah sumbu x, artinya untuk nilai $x = 0$, (nilai $y < 0$). 	Jawaban benar seluruhnya.

2. Rubrik Penilaian Keterampilan

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penalaran Matematika			
1. Peserta didik memahami keterampilan matematika yang dibutuhkan			
2. Peserta didik menggunakan strategi yang sesuai untuk menemukan jawaban			
3. Peserta didik mencapai solusi yang benar			
4. Peserta didik dapat menjelaskan bagaimana jawaban didapat			

Keterampilan	Ya	Tidak	Catatan
Penggunaan Alat Matematika			
1. Peserta didik memilih alat yang sesuai dengan permasalahan			
2. Peserta didik dapat menjelaskan alasan pemilihan alat			
3. Peserta didik menggunakan alat dengan sesuai			
4. Peserta didik mendapatkan hasil penggunaan alat yang akurat atau tepat			

3. Rubrik Penilaian Sikap

Sikap	Ya	Tidak	Catatan
1. Peserta didik tampak terlibat dalam pembelajaran			
2. Peserta didik tampak bersemangat dan menikmati apa yang dilakukan			
3. Peserta didik mencoba pendekatan yang berbeda (termasuk alat yang berbeda) untuk menangani tugas, dalam upaya menemukan jawaban (fleksibel)			
4. Peserta didik mencari informasi tambahan dan siap untuk mencoba sesuatu yang baru atau tidak diketahui (mengambil risiko)			
5. Peserta didik segan dan sering mencari bantuan atau persetujuan untuk ide mereka (kurang percaya diri)			

4. Penilaian Diri Peserta Didik

Lingkari kata (boleh lebih dari satu) yang paling menggambarkan bagaimana perasaanmu ketika melakukan pembelajaran ini. Harap menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

senang	tidak bahagia	mantap	bodoh
pintar	bingung	bersemangat	tertarik
tidak terlibat	antusias	tertekan	frustasi
khawatir	bosan	puas	...

Lingkari kata (satu atau lebih) yang menggambarkan tugas tersebut. Selanjutnya peserta didik dapat menambahkan kata lain pada daftar yang menjelaskan perasaanmu.

menyenangkan	menantang	susah
sangat mudah	mengecewakan	sama seperti biasanya
mengayikkan	membosankan	...
menarik	berbeda	...

J. Refleksi

Guru dapat melakukan refleksi dengan membubuhkan tanda centang. Tabel ini dapat dimodifikasi sesuai keperluan dan sesuai kondisi.

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
Lingkungan Belajar			
1. Saya sudah mendorong keterlibatan aktif dalam pembelajaran numerasi			
2. Saya sudah menciptakan lingkungan belajar numerasi yang mendukung dan menantang			
3. Saya sudah mendorong pengambilan risiko dan penyelidikan kritis dalam pembelajaran numerasi			
Perencanaan			
1. Saya sudah menekankan hubungan antara berbagai topik matematika atau antara matematika dengan disiplin ilmu lainnya			
2. Saya sudah memenuhi keragaman kemampuan matematika dan kebutuhan numerasi peserta didik			

Kegiatan	Ya	Tidak	Catatan
3. Saya sudah menentukan kebutuhan belajar peserta didik dalam numerasi untuk membantu perencanaan dan implementasi pengalaman belajar			
4. Saya sudah menanamkan cara berpikir dan bekerja secara matematis dalam pengalaman belajar numerasi			
5. Saya sudah merencanakan berbagai peluang penilaian numerasi yang autentik			
Pelaksanaan			
1. Saya sudah menunjukkan berbagai strategi pengajaran yang efektif untuk pembelajaran numerasi			
2. Saya sudah memanfaatkan representasi ide matematika dalam matematika dan di bidang kurikulum lainnya			
3. Saya sudah mengurutkan alur pengalaman belajar matematika dengan tepat			
4. Saya sudah menunjukkan kemampuan untuk memaknakan matematika dan memodelkan pemikiran dan penalaran matematis			
Penilaian			
1. Saya sudah memberikan kesempatan kepada semua peserta didik untuk menunjukkan pengetahuan numerasi mereka			
2. Saya sudah mengumpulkan dan menggunakan berbagai sumber bukti yang sah untuk membuat penilaian tentang pembelajaran numerasi pada peserta didik			

K. Glosarium

Fungsi	Relasi yang menghubungkan setiap anggota suatu himpunan dengan suatu nilai tunggal dari himpunan lain
Fungsi kuadrat	Fungsi yang memiliki bentuk umum $f(x) = ax^2 + bx + c$
Parabola	Grafik dari fungsi kuadrat
Selisih kedua	Selisih dari selisih (pertama)

Lembar Kerja

Waktu: 60 menit

A. Jarak Pengereman

1. Tuliskan data pada Gambar 5.2 ke dalam tabel berikut.

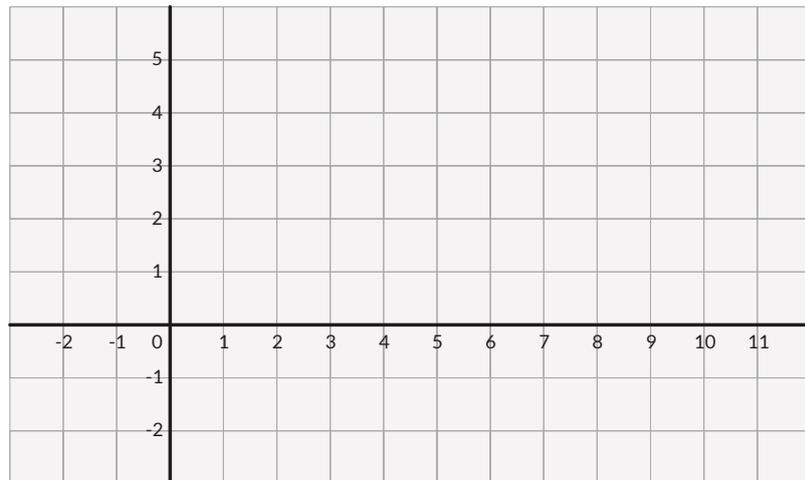
Kecepatan (km/jam)						
Jarak berpikir (m)						
Jarak pengereman (m)						
Jarak berhenti (m)						

2. Amati kolom kecepatan dan kolom jarak pengereman pada tabel no. 1. Hitunglah selisihnya.

Kecepatan (km/jam)						
Selisih						
Jarak pengereman (km)						
Selisih pertama						
Selisih kedua						

3. Berdasarkan tabel pada no. 2:
- Apakah selisih antar kolom pada baris kecepatan konstan?
 - Apakah selisih antar kolom pada baris jarak pengereman (disebut selisih pertama) konstan?
 - Jika selisih pertama tidak konstan, apakah selisih antar kolom dari baris selisih pertama (disebut selisih kedua) konstan?
 - Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak pengereman?

4. Nyatakan data pada tabel no. 2 ke dalam koordinat Kartesius.

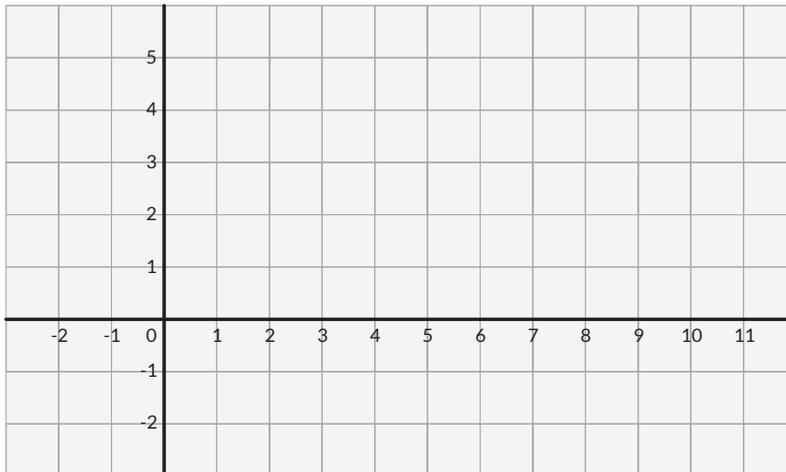


- a. Hubungkan titik-titik yang ada. Bagaimana bentuk grafiknya?
 - b. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak pengereman?
5. Apakah jawaban 3.d sama dengan jawaban 4.b? Jelaskan.
 6. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak berpikir? Jelaskan.
 7. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh kecepatan dengan jarak berhenti? Jelaskan.
 8. Jika pengendara meningkatkan kecepatan kendaraan menjadi dua kalinya (misalnya dari 20 km/jam menjadi 40 km/jam), apakah jarak amannya juga menjadi dua kalinya? Jelaskan.
 9. Berapa jauh pengendara perlu menjaga jarak dengan kendaraan di depannya jika kecepatan kendaraan saat itu 40 km/jam?
 10. Seorang pengendara melaju dengan kecepatan 60 km/jam. Sekonyong-konyong ada kucing menyeberang pada jarak 30 m di depan mobil. Apakah mobil dapat berhenti tanpa menabrak kucing?
 11. Jarak pengereman di atas dimodelkan untuk kendaraan pribadi. Doni ingin memodelkan jarak aman yang perlu dijaga oleh truk pengangkut barang. Menurutmu, apakah fungsi kuadrat yang sama dapat digunakan untuk menghitung jarak aman truk? Jika tidak, perkirakan perubahannya: apakah bentuk grafiknya lebih sempit atau lebih lebar? Mengapa?

12. Pengendara yang sama, berkendara dengan kendaraan yang sama, pada hari hujan. Menurutmu, apakah fungsi kuadrat yang sama dapat digunakan untuk menghitung jarak amannya? Jika tidak, perkirakan perubahannya: Apakah dibutuhkan jarak aman yang sama/lebih pendek/lebih jauh?
13. Bagaimana jika pengendara dalam kondisi lelah: Apakah akan mengubah jarak berpikir atau jarak pengereman? Apakah jarak amannya akan bertambah atau berkurang?
14. Bagaimana jika jalan yang dilalui tidak mendatar? Manakah yang membutuhkan jarak aman lebih jauh: saat kendaraan dalam posisi mendaki atau menurun? Jelaskan.

B. Proyektor

1. Gambarkan grafiknya



2. Relasi jenis apa yang ditunjukkan oleh jarak proyektor ke layar dengan luas daerah yang terang? Jelaskan.
3. Jika layar yang ada berukuran 183 cm x 102 cm, maka proyektor sebaiknya diletakkan pada jarak berapa?
4. Budi berpikir: “Makin jauh proyektor, makin besar daerah yang diteranginya. Sebaiknya proyektor diletakkan sejauh mungkin dari layar supaya daerah yang diterangi makin besar.” Apa pendapatmu mengenai pemikiran Budi? Jelaskan.

Daftar Pustaka

- Confrey, J., & Smith, E. (1991). *A framework for functions: Prototypes, multiple representations, and transformations*. Paper presented at the 13th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education, Blacksburg, VA.
- Ellis, A. (2011). *Algebra in the middle school: Developing functional relationships through quantitative reasoning*. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 215-235). New York: Springer.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report*.
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Goos, M., Geiger, V., & Dole, S. (2014). Transforming professional practice in numeracy teaching. In *Transforming Mathematics Instruction* (pp. 81-102). Springer, Cham.
- Goos, M., Geiger, V., Forgasz, H., Bennison, A., & Dole, S. (2020). *Numeracy across the curriculum: Research-based strategies for enhancing teaching and learning*. Routledge.
- Hamidah, D., Putri, R. I. I., & Somakim, S. (2018). Eksplorasi Pemahaman peserta didik pada Materi Perbandingan Senilai Menggunakan Konteks Cerita di SMP. *Jurnal Riset Pendidikan dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM)*, 1(1), 1-10.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. (2017). *Gerakan Literasi Nasional Materi Pendukung Literasi Numerasi*. Jakarta: Tim Gerakan Literasi Nasional.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. (2020). *AKM dan Implikasinya pada Pembelajaran*. Jakarta: Pusmenjar, Kemendikbud.
- Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(2), 129-164.
- Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*, 89-120.
- Lehrer, R., Kim, M., & Schauble, L. . (2007). Supporting the development of conceptions of statistics by engaging in measurement and modeling variability. *Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 195-216.

- Lestari, P. (2016). Penggunaan Model Aktivitas Investigasi Autentik yang Dimodifikasi untuk Memahami Konsep Rasio dan Proporsi. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(3), 247-256.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics* (Reston, VA: NCTM)
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28.
- Ross, J. A., & Bruce, C. D. (2007). Teacher self-assessment: A mechanism for facilitating professional growth. *Teaching and teacher Education*, 23(2), 146-159.
- Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, 27(2).
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in mathematics*, 43(3), 271-292.
- Tall, D. (1992). *The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity, and proof*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 495–511). New York: Macmillan.
- Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S., & Nieveen, N. (Eds.). (2013). *Educational design research*. Routledge.
- Watson, A., Jones, K., & Pratt, D. (2013). *Key Ideas in Teaching Mathematics: Research-based guidance for ages 9-19*. OUP Oxford.
- Zazkis, R., Liljedahl, P., and Gadowsky, K. (2003). Conceptions of function translation: Obstacles, intuitions, and rerouting. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 437–450.

