MEDIA KOMUNIKASI, EDUKASI, DAN INFORMASI PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

LIMAS

Edisi Nomor 34, November 2015

Soal-soal Matematika dengan Konteks Dunia Nyata dan Penyelesaianya: Realistiskah?

Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika

Karya Inovasi sebagai Salah Satu Peluang Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan Guru Matematika

IZIN TERBIT : No.2426/SK/Ditjen PPG/STT/1998

1829- 5657
ISSN 1829-5657

LIMAS
EDISI NOMOR 34, November 2015

TIM REDAKSI

ALAMAT REDAKSI

Sub bagian TU dan RT
PPPPTK Matematika Yogyakarta
Jl. Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman, Yogyakarta, Kotak Pos 31 Yk-Bs Yogyakarta

: (0274) 885725, 881717

: (0274) 885752

: www.p4tkmatematika.org

: limas.p4tkmatematika@gmail.com

Diterbitkan : Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika
Izin terbit :
No. 2426/Ditjen PPG/STT/1998

salam redaksi

Assalamualaikum wr wb

Syukur Alhamdulillah, Buletin LIMAS Edisi November No 34 dapat kami selesaikan dengan baik. Redaksi menyampaikan apresiasi yang tinggi kepada semua penulis yang telah berpartisipasi membagi pengetahuannya melalui Buletin LIMAS, namun tidak semua tulisan dapat kami terbitkan dikarenakan keterbatasan halaman dan juga berdasarkan proses seleksi dari tim kami. Meski demikian, kami harapkan tulisan yang diterbitkan pada edisi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan bagi para pembaca sekalian. Kami tetap menunggu partisipasi dari semua khalayak untuk mengirimkan tulisan dengan tema yang terkait dunia matematika dan pendidikan matematika ke Buletin LIMAS. Saran dan kritik untuk menjadikan LIMAS lebih baik lagi kedepan tetap kami nantikan dari Anda semua.

Terima kasih.

DARI REDAKSI

Redaksi menerima tulisan atau artikel dari pembaca.

Artikel yang dimuat akan mendapatkan imbalan sepantasnya, sedangkan yang tidak dimuat akan dikembalikan bila disertai perangko secukupnya. Redaksi berhak memperbaiki naskah yang akan dimuat tanpa mengubah makna/isi. Kritik atau saran dikirimkan langsung ke redaksi LIMAS

Sampul Depan

DAFTAR ISI

Soal-soal Matematika dengan Konteks Dunia Nyata dan Penyelesaiannya: Realistiskah?

***) Puji Iryanti**

Amati soal pembagian sederhana “20000 : 7500 = … “. Soal tanpa konteks ini jawabannya 2,67. Namun apabila soal ini diberi konteks masalah pembelian barang, jawabannya akan berbeda-beda jika kita tinjau dalam kehidupan sehari-hari. Uang Rp20.000,00 yang digunakan untuk membeli bensin di SPBU (Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum, lebih dikenal oleh masyarakat sebagai “pom bensin”) akan mendapatkan bensin sebanyak 2,67 liter dengan harga bensin Rp7.500,00 per liter. Bila yang dibeli adalah kue yang harga satuannya juga Rp7.500,00, dengan uang Rp20.000,00 akan diperoleh 2 kue dan uang kembalian Rp5.000,00.

Dalam pendidikan matematika realistik (RME), penggunaan konteks sangat penting. Konteks ini berfungsi sebagai sumber belajar dalam proses belajar dan digunakan untuk menemukan dan menerapkan konsep. (http://www.fi.uu.nl/en/rme). Walaupun soal-soal yang dibicarakan di sini memiliki konteks dunia nyata, namun konteks yang dimaksud oleh RME lebih luas termasuk dunia fantasi dan matematika formal, selama konteks yang dibicarakan nyata dalam pikiran siswa.

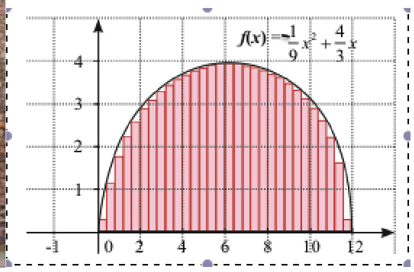
Berkaitan dengan soal konteks dunia nyata, sering ditemui jawaban soal yang diberikan guru berbeda dengan kenyataan sehari-hari yang dihadapi siswa. Ambil contoh kasus berikut ini.

Seorang guru SD memberikan soal kepada siswanya: “Ada 4 ekor burung bertengger di dahan pohon. Satu burung ditembak. Ada berapa burung yang tersisa?”. Guru mengharapkan siswa-siswanya untuk menjawab 3 ekor burung yang tersisa karena menurut guru ini adalah konteks dunia nyata soal pengurangan “4 – 1”. Ketika ada siswa yang menjawab tidak ada burung yang tersisa alias nol, guru menyalahkan siswa tersebut. Kenyataan yang dilihat siswa memang tidak ada burung yang bertengger setelah terjadi penembakan. Semua burung yang tersisa akan terbang atau tidak ada lagi yang bertengger. Dalam kehidupan sehari-hari tidak ada burung yang tetap diam di dahan menunggu untuk menjadi sasaran tembak berikutnya.

Perhatikan soal berikut ini. “Arifin dapat menghabiskan satu mangkuk mie ayam dalam waktu 10 menit. Berapa mangkuk mie ayam dapat dihabiskan Arifin dalam waktu 4 jam?” Kalau Anda menjawab 24 mangkuk, ini bukan jawaban yang tepat. Mengapa? Karena jawaban ini tidak realistis. Kenyataan yang terjadi pada umumnya, baru makan beberapa mangkuk saja Arifin sudah tidak sanggup meneruskan. Jawaban akan menjadi 24 kalau konteks soal dirubah, misal seperti ini: “Sebuah dispenser pengharum ruangan diprogram untuk menyemprot wewangian setiap 10 menit. Berapa banyak semprotan yang terjadi dalam waktu 4 jam?”

Selanjutnya, amati soal berikut ini: “Seorang tukang pintu mendapat proyek mengganti kaca atas pintu dalam gambar a.Lengkungan atas pintu dibentuk dari parabola $(x) = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x$. Sketsa bagian pintu yang harus diganti kacanya (satuan yang dipakai dm^2) tampak pada gambar b. Harga kaca per m^2 Rp200.000,00 Berapa biaya pembelian kaca untuk mengganti bagian atas 6 pintu?”

Gambar a
(http://www.artfactory.com)



Gambar b (dari buku Matematika kelas XII SMA/MA kurikulum 2013)

Kalau kita tidak memperhatikan situasi sehari-hari, yang kita lakukan adalah menghitung luas daerah di bawah kurva dan sumbu mendatar. Bagi siswa kelas XII, luas (L) dalam dm^2dapat dihitung dengan menggunakan integral yaitu:

$$L = 2\int_0^6 \left(-\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x\right)dx = 32$$

Karena ada 6 pintu maka jumlah luas keseluruhan (LK) adalah seperti berikut.

LK = 6 × 32 = 192

Luas keseluruhan 192 dm^2 = 1,92 m^2.

Biaya total yang diperlukan untuk pembelian kaca = 1,92 × Rp200.000,00

= Rp384.000,00

Secara matematis penyelesaian ini tidak salah, tetapi kalau kita perhatikan situasi sehari-hari, ada beberapa hal dalam penyelesaian di atas yang tidak sesuai dengan situasi sehari-hari. Melihat informasi yang diberikan apakah kita perlu menghitung luas daerah dalam gambar b? Dengan modal gambar b, dalam situasi tukang kaca, menghitung luas sama sekali tidak diperlukan.Yang diperhatikan adalah luasan terletak dalam persegi panjang ukuran 40cm × 120cm. Bagian yang tersisa setelah diambil luasan yang dibutuhkan tidak dapat digunakan lagi. Oleh karena itu, diperlukan kaca ukuran 40cm × 120cm sebanyak 6 potong atau ekivalen dengan itu.

Dari penelusuran di http://www.kacatemperedku.com/2014/01/daftar-harga-kaca-tempered_24.html, kaca dengan tebal 4 mm dapat disediakan dengan ukuran maksimum 130cm × 240cm. Berdasarkan kebutuhan, minimal ukuran kaca yang diperlukan adalah 120cm × 240cm. Biaya pembelian kaca minimal = (1,2 × 2,4) × Rp200.000,00 = Rp576.000,00. Jawaban ini jauh berbeda dengan jawaban sebelumnya yang mengabaikan situasi sehari-hari. Hal ini akan berakibat fatal kalau yang dianggarkan hanya sejumlah biaya yang dihitung secara matematis saja.

Seorang teman saya, sebut saja A, diminta saran oleh pamannya dalam pembagian tanah warisan sekitar 5 tahun yang lalu. Ternyata masalah ini masih menyisakan persoalan sampai sekarang. Karena hanya memikirkan aspek sama rata dan keadilan, luas tanah dibagi rata kepada banyaknya pewaris. Mereka lupa memikirkan dimana letak jalan untuk akses keluar masuk tanah yang di bagian belakang. Akibatnya, ada pewaris yang tidak memiliki akses ini dan harus melakukan banyak perundingan untuk memperoleh akses.

Berdasarkan pengamatan kasus-kasus di atas, guru harus berhati-hati dalam menyusun soal-soal dengan konteks dunia nyata dan jawabannya. Konteks soal yang tidak realistis harus diganti dengan konteks lain yang realistis. Jawaban soal-soal dengan konteks dunia nyata tidak hanya semata-mata diselesaikan secara matematis, tetapi harus dikaitkan dengan situasi dunia nyata.

Referensi

Abdur Rahman As'ari, dkk. 2015. *Buku Matematika Kelas XII kurikulum 2013 untuk SMA/ MA*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Freudenthal Institute. *Realistic Mathematics Education*. Diakses dari http://www.fi.uu.nl/en/rme tanggal 6 Juli 2015.

Kaca tempered, kaca laminated, kaca warna. Diakses dari http://www.kacatemperedku.com/2014/01/daftar-harga-kaca-tempered_24.html tanggal 6 Juli 2015.

---

*) Dra. Puji Iryanti

Widyaiswara SMA PPPPTK Matematika

Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika

***)** Fadjar Shadiq

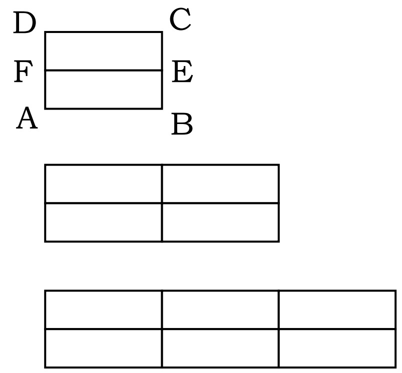
'*Principles and Standards for School Mathematics'* (*NCTM, 2000*) menyatakan tentang Standar Pendidikan Matematika Sekolah yang terdiri atas dua bagian, yaitu: (1) standar isi materi (*mathematical content standards*) dan (2) standar proses (*mathematical processes standards*). Standar proses terdiri atas: (1) pemecahan masalah (*problem solving*), (2) penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), (3) keterkaitan (*connections*), (4) komunikasi (*communication*), dan (5) representasi (*representation*). Naskah ini akan membahas tentang komunikasi (*communication*) dalam pembelajaran matematika. Salah satu kegiatan yang dapat meningkatkan keterampilan di atas adalah penyelidikan (Balitbang, 2002) seperti soal atau masalah di bawah ini. Untuk menjawab soal berikut dibutuhkan kemampuan memecahkan masalah, menalar dan membuktikan, mengkomunikasikan), dan merepresentasikan.

Perhatikan tiga buah pola persegipanjang ini.

Pola 1

Pola 2

Pola 3



Ada 3 persegipanjang pada pola 1 yaitu ABEF, FECD, dan ABCD. Ada 9 persegipanjang pada pola 2, dan ada 18 persegipanjang pada pola 3.

a) Tentukan banyak persegipanjang pada pola 4. Tunjukkan kebenaran hasilnya.

b) Tentukan pula banyaknya persegipanjang pada pola 6. Tunjukkan kebenaran hasilnya.

c) Tentukan pula banyaknya persegipanjang pada pola 20. Tunjukkan kebenaran hasilnya.

Di samping itu, Kemdikbud (2012) menyatakan juga bahwa pendekatan saintifik (*scientific approach*) yang terdiri atas lima langkah harus difasilitasikan kepada siswa selama proses pembelajaran sedang berlangsung di kelas, yaitu: (1) mengamati (*observing*), (2) bertanya (*questioning*), (3) bereksperimen (*experimenting*), (4) menalar (*reasoning*) dan (5) mengomunikasikan (*communicating*). Jelaslah bahwa komunikasi (*communication*) merupakan keterampilan (*skill*) yang harus dimiliki para lulusan sekolah-sekolah di Indonesia.

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Mata pelajaran matematika diberikan untuk membekali peserta didik dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama. Kompetensi tersebut diperlukan agar para siswa dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan kompetitif. Tulisan ini adalah untuk menjawab tiga pertanyaan pokok berikut.

1. Mengapa komunikasi itu penting dan harus diajarkan selama proses pembelajaran matematika?
2. Bagaimana contoh komunikasi dalam pembelajaran matematika?
3. Bagaimana contoh bentuk atau format komunikasi yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika?

Pentingnya Komunikasi

Kemampuan mengomunikasikan ide, pikiran, ataupun pendapat sangatlah penting. Seseorang tidak akan pernah mendapat gelar master atau doktor, serta profesor sebelum ia mampu mengomunikasikan ide dan pendapatnya secara runtut dan sistematis dalam bentuk tesis maupun disertasi. Di Australia, seorang sopir bus diharuskan menulis laporan di buku khusus (*log*) tentang hal-hal yang penting yang ditemuinya selama di perjalanan, seperti perubahan temperatur mesin mobilnya yang tiba-tiba meningkat tajam ataupun peristiwa seorang penumpang yang sakit. Secara umum, sejalan dengan semakin kuatnya tuntutan keterbukaan dan akuntabilitas dari setiap lembaga, kemampuan mengomunikasikan ide dan pendapat akan semakin dibutuhkan.

Selama proses pembelajaran matematika sedang berlangsung di kelas, di samping sikap positif dan memiliki pengetahuan matematika yang baik, kemampuan bernalar dan berkomunikasi merupakan dua aspek yang sangat mendukung keberhasilan proses pembelajaran tersebut. Untuk melaporkan hasil yang didapat, para siswa harus menggunakan kemampuan berargumentasinya dan hal ini membutuhkan juga kemampuan bernalar atau menarik kesimpulan yang prima. Proses penarikan kesimpulan (penalaran) ini sangat berkait dengan logika matematika, terutama yang berkait dengan modus ponens, modus tollens, dan sillogisme. Di samping itu, proses pembelajaran tersebut akan sangat berkait juga dengan pembuktian, baik pembuktian langsung maupun pembuktian dengan kontradiksi yang memerlukan komunikasi yang baik.

Contoh Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika?

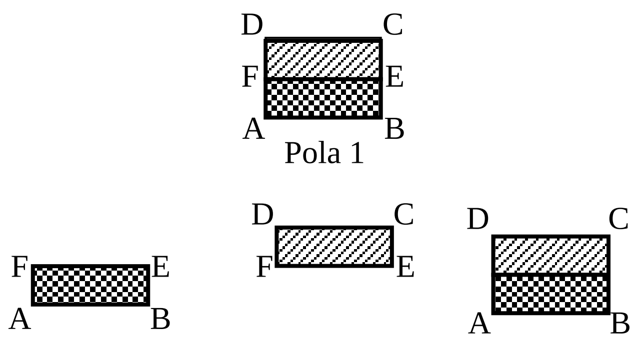
Untuk mengantisipasi keadaan seperti dipaparkan tadi, *Principles and Standarts for School Mathematics*, (NCTM 2000: 60) menyatakan bahwa program pembelajaran di kelas-kelas jenjang dasar sampai menengah di Amerika Serikat harus memberi kesempatan kepada para siswa untuk:

1. mengorganisasi dan mengonsolidasikan pemikiran dan ide matematika dengan cara mengomunikasikannya,

2. mengomunikasikan pemikiran matematika mereka secara logis dan jelas kepada teman sejawatnya, gurunya, dan orang lain,
3. menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematika orang lain, dan
4. menggunakan bahasa matematika untuk menyatakan ide-ide mereka dengan tepat.

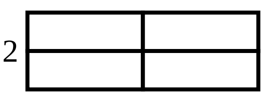
Perhatikan sekali lagi soal di atas. Soal di atas berbentuk eksplorasi dan merupakan soal nomor 6 pada Olimpiade Matematika SD Tingkat Nasional tahun 2004 di Pekan Baru, Riau. Coba kerjakan sendiri soal di atas sebelum melanjutkan membaca. Pada soal yang asli, hanya ada dua soal yang harus diselesaikan para siswa, yaitu soal a dan b. Soal c adalah soal tambahan dari penulis. Berhentilah membaca untuk beberapa saat. Cobalah untuk menyelesaikan soal di atas terlebih dahulu untuk menguji kemampuan memecahkan masalah yang dikemas dalam format eksplorasi ini. Apa yang dapat Anda lakukan pada kegiatan eksplorasi ini?

Sebelum menjawab soal a, b, dan c; sebaiknya kita mempelajari atau mengkaji banyaknya persegipanjang pada pola 1, pola 2, dan pola 3. Tidak hanya itu, selanjutnya, hal yang lebih penting dipelajari atau dikaji adalah hubungan antara pola 1 dengan banyaknya persegipanjang pada pola 1, hubungan antara pola 2 dengan banyaknya persegipanjang pada pola 2, hubungan antara pola 3 dengan banyaknya persegipanjang pada pola 3. Dari hubungan atau keteraturan yang ada tersebut, dapatlah ditentukan banyaknya persegipanjang pada pola 4, pola 6, dan pola 20. Perhatikan sekali lagi pola 1 di atas.



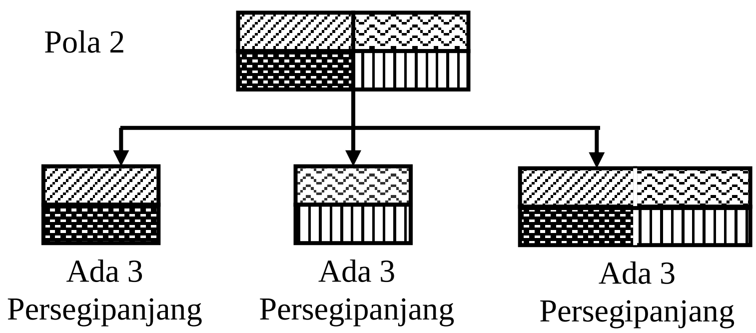
Tiga Buah Persegipanjang pada Pola 1

Sudah dinyatakan bahwa ada 3 persegipanjang pada pola 1 yaitu ABEF (bagian bawah), FECD (bagian atas), dan ABCD (bagian atas dan bawah), seperti digambarkan di atas. Pertanyaan yang harus muncul dari atau dimunculkan siswa di antaranya adalah:

Pola 2 

- Apa hubungannya dengan banyaknya persegipanjang pada pola 2? Sejatinya, pertanyaan-pertanyaan yang muncul disaat melakukan eksplorasi ini jauh lebih penting daripada hanya mencari atau tahu jawabnya saja.
- Dapatkah pengetahuan tentang tiga buah persegipanjang pada pola 1 tersebut digunakan untuk menentukan banyaknya persegipanjang pada pola 2? Perhatikan sekali lagi pola 2 berikut ini.
- Bagaimana caranya?

Sudah dinyatakan pada soal bahwa ada 9 persegipanjang pada pola 2. Sekali lagi, bukan hanya mengetahui adanya 9 buah persegipanjang pada pola 2 tersebut yang penting, namun yang lebih penting adalah menjawab pertanyaan seperti:

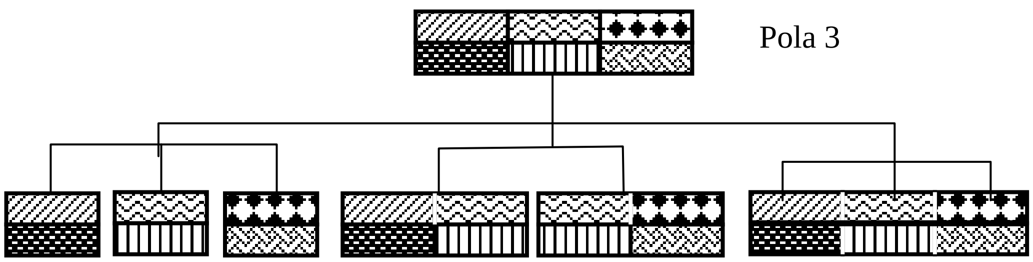


1. Mengapa ada 9 persegipanjang pada pola 2?
2. Adakah hubungannya dengan 3 persegipanjang pada pola 1?
3. Adakah cara termudah menentukan 9 persegipanjang yang ada tersebut?
4. Dapatkah cara termudah tersebut digunakan untuk menentukan banyaknya persegipanjang pada pola 3, 4, 6, dan 20 seperti yang ditanyakan pada soal ini?

Nyatalah sekarang bahwa pengetahuan tentang 3 persegipanjang pada pola 1 dapat digunakan untuk menentukan banyaknya persegipanjang pada pola 2. Pada pola 2, ada 9 persegipanjang pada pola 2, seperti diperjelas pada gambar berikut.

Dari gambar di atas, nampak ada tiga kelompok. Dua kelompok (bagian kiri) merupakan kelompok persegipanjang yang memiliki panjang 1 satuan panjang dan lebar 2 satuan lebar, serta satu kelompok (paling kanan) merupakan persegipanjang yang memiliki panjang 2 satuan panjang dan lebar 2 satuan lebar. Dengan demikian, pada pola 2, seluruh persegipanjang yang didapat adalah = 6 + 3 = 3 (1 + 2) = 9 persegipanjang.

Penulis menduga (*conjecturing*) bahwa banyaknya persegipanjang pada pola 3 adalah 9 + 6 + 3 = 3(3 + 2 + 1) = 18 buah. Darimana (3 + 2 + 1) muncul? Mengapa (3 + 2 + 1)?


Pola 3

Proses menghitung pada pola 2 dapat digunakan untuk menentukan banyaknya persegipanjang pada pola 3, seperti ditunjukkan diagram di atas ini. Berdasar gambar atau diagram di atas, banyaknya persegipanjang pada pola 3 adalah 18 buah, yang didapat dari 3×3 persegipanjang pada kelompok tiga persegipanjang dengan panjang 1 satuan panjang, ditambah 2×3 persegipanjang pada kelompok dua persegipanjang dengan panjang 2 satuan panjang, dan ditambah lagi dengan 1×3 persegipanjang pada kelompok persegipanjang dengan panjang 3 satuan panjang. Beberapa hasil di atas dapat dirangkum dalam tabel berikut dengan terlebih dahulu memanipulasi banyaknya persegipanjang.

Pola	1	2	3	4
# Persegipanjang	1×3	1×3 + 2×3	1×3 + 2×3 + 3×3	1×3 + 2×3 + 3×3 + 4×3

Berdasar tabel di atas, dapatlah diduga bahwa banyaknya persegipanjang pada pola 4 adalah 30 buah, yang didapat dari: (1) 4×3 = 12 persegipanjang pada kelompok persegipanjang dengan panjang 1 satuan panjang; (2) 3×3 = 9 persegipanjang pada kelompok persegipanjang dengan panjang 2 satuan panjang; (3) 2×3 = 6 persegipanjang pada kelompok persegipanjang dengan panjang 3 satuan panjang, dan (4) 1×3 = 3 persegipanjang pada kelompok persegipanjang dengan panjang 4 satuan panjang. Jadi, banyaknya persegipanjang pada pola 4 adalah 30 buah. Pada pola 6 terdapat (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) × 3 = 21 × 3 = 63 buah persegipanjang. Pada pola 20, banyaknya persegipanjang adalah: (1 + 2 + 3 + 4 +... + 18 + 19 + 20) × 3 =

$$\frac{20 \times 21}{2} \times 3 = 630 \text{ buah.}$$

Dari apa yang dilakukan dalam proses pemecahan soal eksplorasi di atas, sesungguhnya bukan hasil akhirnya saja yang dipentingkan, namun yang lebih penting lagi adalah proses mendapatkannya, proses belajar berpikir dan bernalarnya yang akan jauh lebih penting bagi para siswa. Karenanya, Bruner (Cooney dkk, 1975) berpendapat bahwa belajar dengan penemuan adalah belajar untuk menemukan (*learning by discovery is learning to discover*); sehingga dapat dinyatakan di sini bahwa proses memecahkan soal atau masalah berbentuk eksplorasi adalah belajar untuk melakukan eksplorasi. Pengetahuan tentang proses bereksplorasi ini, tentunya akan sangat penting sebagai bekal para siswa kita di dalam kehidupan nyata mereka kelak.

Dari contoh di atas, jelaslah bahwa dalam proses mengomunikasikan gagasannya, penulis telah berusaha untuk:

1. mengorganisasi dan melaporkan secara runtut kepada para pembaca pemikiran dan proses pemecahan masalah di atas,
2. menggunakan simbol (lambang), diagram, bahasa matematika untuk menyatakan ide-idenya agar lebih cepat dan tepat,
3. mengomunikasikan pemikirannya secara logis dan jelas kepada para pembancanya, dan
4. mengomunikasikan alasan pemikirannya kenapa ia lalu mengambil kesimpulan seperti itu.

Sebaliknya, para pembaca naskah ini, akan berusaha untuk menangkap ide, proses, pemikiran, dan gagasan penulisnya; dengan jalan mencermati, menganalisis, dan mengevaluasi secara kritis pikiran, ide, dan gagasan penulis. Jadi, kemampuan mengomunikasikan gagasan terdiri atas:

1. kemampuan menyampaikan gagasan baik dalam bentuk tertulis maupun lisan; dengan maksud untuk meyakinkan dan memfasilitasi ide dan pikiran seseorang agar ide dan gagasannya tersebut dapat diterima para pembaca dengan mudah, dan
2. memahami dan menerima gagasan serta ide orang lain, namun jika diperlukan, secara kritis, ia akan menolak keseluruhan ataupun sebagian ide maupun gagasan orang lain yang menurutnya salah ataupun tidak valid.

Jadi, pada kegiatan mengomunikasikan gagasan ini, ada dua hal yang harus dicapai para siswa, yaitu peningkatan kemampuan menyampaikan ide dari diri sendiri dan peningkatan kemampuan memahami ide orang lain, baik secara tertulis maupun secara lisan.

Jelaslah bahwa pembuktian secara tertulis tadi telah menunjukkan bahwa, kata-kata, lambang matematis, dan bilangan telah digunakan untuk mengomunikasikan ide-ide dan pikiran penulis. Di bawah judul '*Why teach mathematics*'; laporan Cockroft (1986: 1) menyatakan bahwa: "*We believe that all these perceptions of the usefulness of mathematics arise from the fact that mathematics provides a means of communication which is powerful, concise, and unambiguous.*" Pernyataan ini menunjukkan tentang perlunya para siswa belajar matematika dengan alasan bahwa matematika merupakan alat komunikasi yang sangat kuat, teliti, dan tidak membingungkan.

Berdasar penjelasan di atas, Balitbang (2002: 6) menyatakan: "Banyak persoalan ataupun informasi disampaikan dengan bahasa matematika, misalnya menyajikan persoalan atau masalah ke dalam model matematika yang dapat berupa diagram, persamaan matematika, grafik, ataupun tabel. Mengkomunikasikan gagasan dengan bahasa matematika justru lebih praktis, sistematis, dan efisien. Begitu pentingnya matematika sehingga bahasa matematika merupakan bagian dari bahasa yang digunakan dalam masyarakat." Hal ini sesungguhnya telah membenarkan laporan Cockroft pada awal bagian ini yang menyatakan bahwa siswa harus belajar matematika dengan alasan bahwa matematika merupakan alat komunikasi yang sangat kuat dan berpengaruh (*powerful*), teliti dan tepat (*concise*), dan tidak membingungkan (*unambiguous*).

Bagaimana Meningkatkan Kemampuan Berkomunikasi Siswa?

Pertanyaan yang dapat diajukan sekarang adalah: "Bagaimana caranya meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa?" Sebagaimana sudah disepakati bahwa peningkatan kemampuan pemecahan masalah adalah dengan memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih memecahkan masalah, maka analoginya, peningkatan kemampuan berkomunikasi para siswa hanya dapat ditingkatkan dengan memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih berkomunikasi dengan temannya, gurunya, dan orang lain. Karenanya, berkait dengan peningkatan kemampuan menyampaikan pendapat dan gagasan serta kemampuan memahami pendapat dan gagasan orang lain, maka kemampuan tersebut dapat ditingkatkan dengan memberi berbagai kesempatan bagi siswa maupun kelompok siswa untuk: (1) mendengarkan; (2) berbicara (menyampaikan ide dan gagasannya); (3) menulis; (4) membaca; dan (5) mempresentasikan.

Kerja kelompok (*cooperative learning*) ditengarai dapat mendorong terjadinya diskusi, pengajuan pertanyaan, mendengarkan secara aktif, dan melaporkan. Kegiatan penulisan jurnal memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan merangkum ide-ide pokok atau ide-ide penting. Di samping itu, kegiatan mempresentasikan hasil diskusi memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan menjelaskan ide serta gaggasan mereka. Karenanya, tidak cukup bagi siswa untuk hanya menjelaskan langkah-langkahnya saja. Mereka membutuhkan kesempatan untuk menjelaskan bagaimana mereka mendapatkan ide atau menemukan pemecahan masalah ataupun penyelesaian topik yang sedang didiskusikan. Tidak hanya itu, selama melakukan kegiatan komunikasi matematika ini, para siswa dituntut untuk menunjukkan atau membuktikan kebenaran hasil yang mereka dapat, halangan atau rintangan apa saja yang mereka hadapi ketika menyelesaikan tugas, bagaimana mengatasi masalah tersebut? Selanjutnya, sejak awal, mereka harus menyiapkan jawaban terhadap kemungkinan adanya pertanyaan 'aneh' namun masuk akal dari teman atau kelompok lain. Berikut ini adalah tiga contoh kegiatan yang teridentifikasi terkait dengan peningkatan kompetensi berkomunikasi di kelas.

1. Catatan Harian (Jurnal) Pembelajaran Matematika

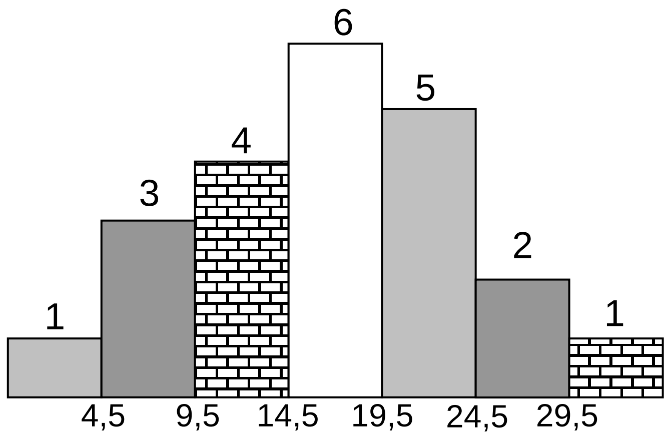
Contohnya adalah catatan harian siswa berikut (McIntosh & Draper 2001: 554) di mana siswa diminta untuk melaporkan tentang hubungan antara topik lama dan topik baru sebagai aktifitas catatan harian siswa.

Topik-topik matematika yang sedang dipelajari saat ini merupakan kelanjutan dari topik-topik yang dipelajari sebelumnya. Penjelasannya adalah sebagai berikut. …. ….

Contoh lainnya adalah tugas untuk catatan harian siswa (McIntosh & Draper 2001: 556) di mana siswa diminta untuk melaporkan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian materi matematika, seperti di bawah ini.

$6x + 2y = 16$ $4y + 8x + 13 = -8 + 2x$	Pada bagian bawah kotak ini, jelaskan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan dengan dua variabel di samping kiri ini.
	....

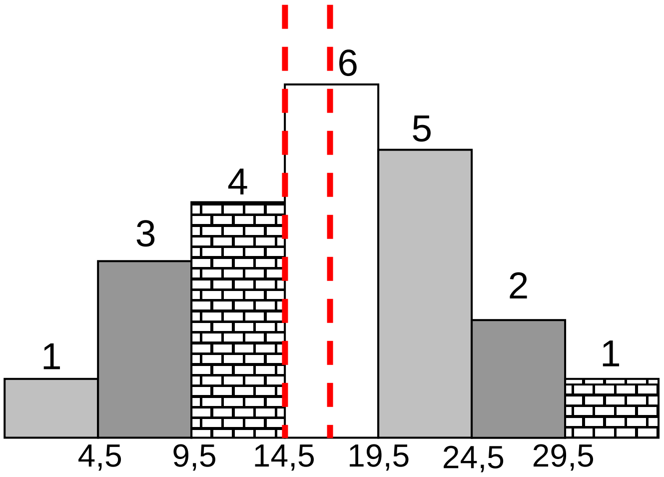
2. Laporan Pemecahan Masalah ataupun Investigasi



Perhatikan histogram di atas. Pada bagian bawah kotak ini, jelaskan secara terinci langkah-langkah Anda untuk membuat garis vertikal yang dapat membagi banyaknya data di atas menjadi dua bagian yang sama.

Sebelum para siswa mempelajari rumus median, siswa diminta untuk menyelesaikan tugas di atas. Dari tugas inilah, konsep matematika tentang rumus median dapat diturunkan dan ditemukan sendiri para siswa.

Dari histogram di sebelah kanan ini siswa difasilitasi untuk mengamati (*observing*) data yang ada, seperti data terbesar adalah 6 pada kelas 14,5 sampai dengan 19,5. Pertanyaan (*questioning*) yang dapat diajukan siswa di antaranya adalah:



1. Bagaimana caranya membagi histogram di atas menjadi dua bagian yang luasnya sama?
2. Berapa banyaknya data seluruhnya?
3. Berapa banyaknya data pada sebelah kiri dan kanan garis dimaksud?
4. Apakah garis vertikal putus-putus yang melalui 14,5 merupakan garis dimaksud?

Selanjutnya siswa difasilitasi untuk bereksplorasi, menyelidiki, bereksperimen (*experimenting*) dan menalar (*reasoning*) sambil menjawab beberapa pertanyaan di atas, di antaranya:

a. Karena data seluruhnya ada 22 (darimana bilangan ini didapat?) maka banyaknya data pada sebelah kiri dan kanan garis dimaksud adalah 11.

b. Karena banyaknya siswa yang mendapat nilai 14,5 atau kurang adalah sebanyak 1+3+4 = 8, maka diharapkan para siswa dapat menyimpulkan bahwa garis vertikal putus-putus sebelah kiri tidak dapat membagi banyaknya data di atas menjadi dua bagian yang luasnya sama. Kalau begitu di mana?

c. Karena banyaknya siswa yang mendapat nilai 14,5 atau kurang adalah 8 maka masih dibutuhkan sebanyak 3 data lagi agar menjadi 11 (separuh dari 22). Bagaimana caranya?

d. Data sebanyak 3 dapat diambil dari 6 data pada kelas 14,5 sampai dengan 19,5.

e. Dengan demikian, para siswa diharapkan dapat menyimpulkan bahwa garis vertikal putus-putus sebelah kanan dapat membagi banyaknya data di atas menjadi dua bagian yang luasnya sama. Kalau begitu posisi garis vertikal putus-putus yang sebelah kanan itu di mana?

f. Karena kita tahu bahwa jarak antara 14,5 sampai dengan 19,5 adalah 5 maka posisi garis vertikal putus-putus yang sebelah kanan adalah:

$$14{,}5 + \frac{3}{6} \times 5$$

g. 14,5 dikenal dengan tepi bawah kelas median (T_b).

14,5 sampai dengan 19,5 dikenal dengan kelas median.

6 dikenal dengan frekuensi kelas median (F_{med}).

5 dikenal dengan interval kelas (i).

3 didapat dari ½ n – f_{kum} atau selisih antara setengah banyaknya data n dengan fekuensi sebelm kelas median.

h. Sehingga diharapkan siswa dapat menemukan kembali (me-*reinvent*) rumus median sebagai berikut.

$$\text{Me} = \text{Tb} + \frac{\frac{1}{2}n - F_{med}}{F_{kum}} \times i$$

Contoh ini menunjukkan tentang guru matematika yang diharapkan dapat memfasitasi siswanya agar mereka memiliki keterampilan berpikir dan bertindak yang sangat dibutuhkan pada masa kini dan masa-masa yang akan datang. Kalau guru matematika berkeyakinan bahwa keterampilan berpikir dan bertindak yang sangat dibutuhkan pada masa kini dan masa-masa yang akan datang maka pendekatan saintifik yang dituntut Kurikulum 2013 hendaknya diimplementasikan di kelas.

3. Laporan Kesalahan

Kesalahan yang dilakukan seorang siswa dapat digunakan sebagai bagian dari proses menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan yang telah dilakukan para siswa dan merupakan pembelajaran untuk tidak mengulangi kesalahan tersebut. Untuk itu, siswa diminta untuk mengerjakan ulang tugas-tugas yang salah tersebut. Tugas ulang ini bukan dimaksudkan untuk menghukum para siswa yang salah, namun dimaksudkan sebagai bagian untuk menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan mereka dalam mempelajari atau melaksanakan tugas. Karenanya, alternatif format laporan kesalahan atau tugas ulang yang disarankan Perlin (2002: 134) adalah sebagai berikut.

Nama: .... Tanggal: .... **TUGAS ULANG**
Nomor Soal/Masalah: ....

1. Jelaskan secara rinci penyebab kesalahan mengerjakan soal/masalah di atas.

   ---

2. Jelaskan secara rinci penyelesaian soal/masalah di atas. Yakinkan diri untuk menyertakan alasan serta langkah-langkahnya.

   ---

3. Tulis penyelesaian yang benar

Demikian gambaran tentang komunikasi dalam pembelajaran matematika. Pada intinya kegiatan komunikasi ini akan memberi kemudahan kepada siswa untuk belajar mengemukakan ide dan pikirannya sambil mereflesikan hal-hal yang sudah diperbuatnya, baik yang positif maupun yang negatif. Untuk lebih menghayati peran penting komunikasi, coba selesaikan masalah berikut lalu komunikasikan hasil pemecahanya. Jelaskan juga dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah tersebut. Selamat berlatih dan mencoba.

Pada suatu rumah makan, ANDI sedang duduk mengelilingi meja berbentuk persegi dengan tiga orang temannya. Ketiga teman Andi tersebut bekerja sebagai KELASI, PILOT, dan MARKONIS.
Tentukan pekerjaan Budi jika:

a. ANDI seorang sopir
b. Andi duduk di sebelah kiri CHANDRA,
c. BUDI duduk di sebelah kanan kelasi, dan
d. DANI yang duduk berhadapan dengan Chandra bukanlah seorang pilot.

Daftar Pustaka

Balitbang (2002). *Kurikulum Berbasis Kompetensi Mata Pelajaran Matematika.* Jakarta: Balitbang Depdiknas.

Cockroft, W.H. (1986). *Mathematics Counts*. London: HMSO.

Cooney, T.J.; Davis, E.J.; Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Kemdikbud (2012). *Public Testing Materials of Curriculum 2013*. Jakarta: Kemdikbud.

Mcintosh, M.E. & Draper, R.J. (2001). Using learning logs in mathematics. *Mathematics Teacher* Vol 94(7) : 554-557

NCTM (2000). *Principles and Standarts for School Mathematics*. Reston: NTCM.

Perlin, M.H. (2001). Rewrite to improve. *Mathematics Teaching in the Middle School.* Vol 8 (3): 134-137

---

*) Fadjar Shodiq, M.App.Sc.
fadjar_p3g@yahoo.com atau www.fadjarp3g.wordpress.com)
Deputi Program, Seameo Qitep In Mathematics

Karya Inovatif sebagai Salah Satu Peluang Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan Guru Matematika

*) Marfuah

A. PENDAHULUAN

Peraturan Menteri Negara Pemberdayaan Aparatur Negara dan Reformasi Birokrasi Nomor 16 Tahun 2009 tentang Jabatan Fungsional Guru dan Angka Kreditnya, Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) termasuk unsur utama selain kegiatan pembelajaran/ pembimbingan dan tugas tambahan lain yang relevan dengan fungsi sekolah/madrasah dalam kenaikan pangkat/jabatan fungsional guru yang diakui sebagai angka kredit. PKB terdiri atas tiga komponen, yakni pengembangan diri, publikasi ilmiah, dan karya inovatif. Tulisan ini akan membahas tentang komponen ketiga yakni karya inovatif dan bagaimana peluang guru matematika mengembangkannya terkait profesinya sebagai pendidik maupun dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran matematika.

Pedoman Kegiatan PKB dan Angka Kreditnya (Kemdiknas, 2010) menyebutkan bahwa karya inovatif terdiri atas empat kelompok, yakni:
1. menemukan teknologi tepat guna;
2. menemukan/menciptakan karya seni;
3. membuat/memodifikasi alat pelajaran/peraga/ praktikum;
4. mengikuti pengembangan penyusunan standar, pedoman, soal, dan sejenisnya.

Berikut akan dibahas tentang jenis-jenis karya inovatif dan contoh-contohnya, khususnya yang terkait pembelajaran matematika.

1. Menemukan Teknologi Tepat Guna

Karya Teknologi Tepat Guna yang selanjutnya disebut karya sains/teknologi adalah karya hasil rancangan/pengembangan/percobaan dalam bidang sains dan/atau teknologi yang dibuat atau dihasilkan dengan menggunakan bahan, sistem, atau metodologi tertentu dan dimanfaatkan untuk pendidikan atau masyarakat sehingga pendidikan terbantu kelancarannya atau masyarakat terbantu kehidupannya.

Karya sains/teknologi merupakan karya sains/teknologi yang digunakan di sekolah/madrasah atau di masyarakat, dengan kriteria bahwa adanya karya sains/teknologi tersebut pelaksanaan pendidikan di sekolah/madrasah menjadi lebih mudah atau dengan karya sains/teknologi tersebut masyarakat terbantu kehidupannya. Terkait pembelajaran matematika, peluang guru matematika mengembangkan karya inovatif jenis ini cukup besar dengan memanfaatkan berbagai piranti teknologi informasi dan komunikasi (TIK) seperti Power Point, GeoGebra, Screencast, Flash, dan lain-lain.

Gambar 1 Contoh Multimedia Pembelajaran Interaktif Karya Nur Rokhman, Dokumentasi ONIP 2014

Jenis-jenis karya sains/teknologi antara lain:

a. Media pembelajaran/bahan ajar interaktif berbasis komputer untuk setiap standar kompetensi atau beberapa kompetensi dasar.

Contoh: Animasi Interaktif Pembelajaran Pecahan Bagi Siswa SD.

Di dalam media ini terdapat bahan ajar tentang pecahan yang meliputi semua kompetensi dasar terkait pecahan di Sekolah Dasar. Selain itu terdapat pula soal latihan dan kuis.

b. Program aplikasi komputer.

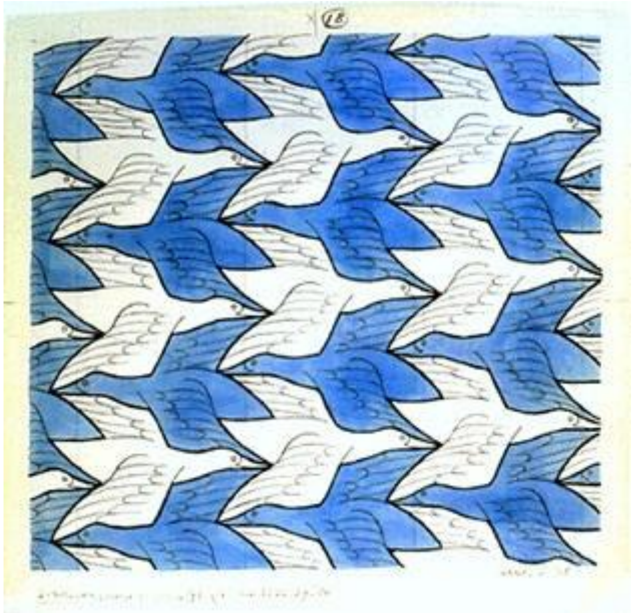
Contoh: Aplikasi Pembelajaran Matematika Berbasis Android.

c. Hasil pengembangan metodologi/evaluasi pembelajaran.

Contoh: Pengembangan Model Pembelajaran *Discovery Learning* Menggunakan GeoGebra untuk Pembelajaran Trigonometri.

2. Menemukan/Menciptakan Karya Seni

Menemukan/menciptaan karya seni adalah proses perefleksian nilai-nilai dan gagasan manusia yang diekspresikan secara estetik dalam berbagai medium. Terkait pembelajaran matematika, mungkin menjadi pertanyaan apakah terdapat peluang bagi guru matematika untuk menemukan atau menciptakan karya seni terkait keprofesiannya. Walaupun sulit, namun hal ini tentu bukan tidak mungkin. Contoh bagaimana matematika terkait dengan karya seni terdapat pada lukisan-lukisan karya Escher berikut.


Gambar 2 Two Birds (No 18) - 1938, http://www.mcescher.com


Gambar 3 Horse (No 8) - 1937, http://www.mcescher.com

Gambar 4 Sea Horse (No 11) - 1937, http://www.mcescher.com

Lukisan-lukisan di atas lebih dikenal sebagai *Escher Tessellation* (Pengubinan karya Escher) yang menerapkan konsep transformasi geometri dan simetri dalam seni lukis.

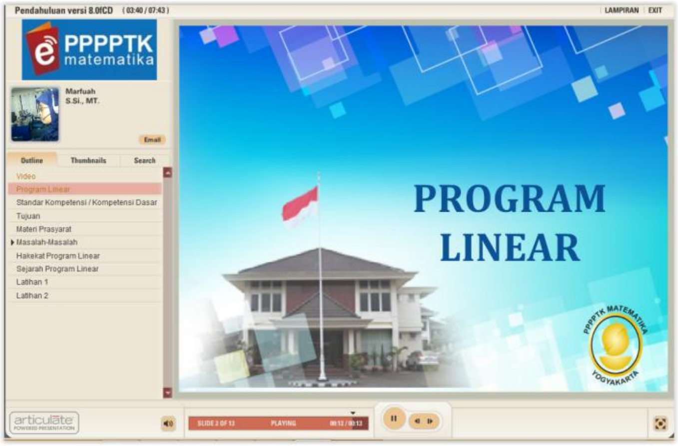
Berdasar Pedoman Kegiatan PKB dan Angka Kreditnya, karya seni yang diakui oleh masyarakat adalah karya seni yang dipertunjukkan/diterbitkan/dipamerkan/dipublikasikan kepada masyarakat minimal di tingkat kabupaten/kota. Jenis-jenis karya seni dapat berupa: seni sastra (novel, kumpulan cerpen, kumpulan puisi, naskah drama/teater/film), seni rupa (lukisan, patung, keramik kecil, benda suvenir), seni desain grafis (poster, brosur, fotografi), seni musik rekaman, film, dan lain-lainnya.

3. Membuat/Memodifikasi Alat Pelajaran/Peraga/Praktikum

Kelompok karya inovatif ini terdiri atas: alat pelajaran, alat peraga, dan alat praktikum. Pengembangan karya inovatif pada kelompok ini tidak harus membuat baru, namun dapat berupa modufikasi dari karya yang sudah ada sebelumnya.

a. Alat Pelajaran

Alat pelajaran adalah alat yang digunakan untuk membantu kelancaran proses pembelajaran/bimbingan pada khususnya dan proses pendidikan di sekolah/madrasah pada umumnya. Alat pelajaran berupa alat kelengkapan yang digunakan, sehingga proses pembelajaran menjadi lebih mudah dan efektif. Jenis alat pelajaran dapat berupa alat bantu presentasi (bahan tayang), alat bantu olahraga, alat bantu praktik, alat bantu musik, dan lain-lain.

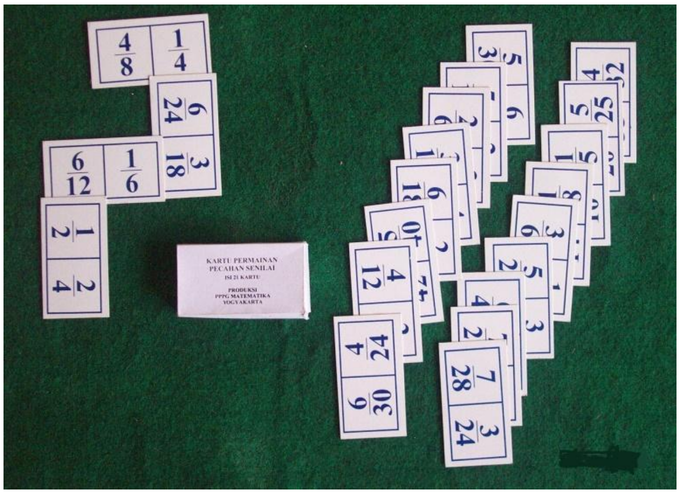


Gambar 5 Contoh Bahan Tayang Multimedia, Topik Program *Linear*

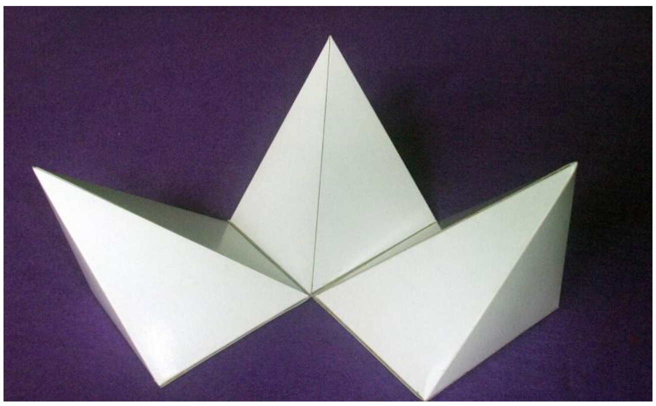
b. Alat Peraga

Alat peraga adalah alat yang digunakan untuk memperjelas konsep/teori/cara kerja tertentu yang dipergunakan dalam proses pembelajaran atau bimbingan. Alat peraga berfungsi untuk memperjelas konsep/teori tertentu yang dipergunakan dalam proses pembelajaran sehingga tujuan pembelajaran tercapai dengan efektif.

Jenis alat peraga dapat berupa poster/ gambar, alat permainan pendidikan, model benda, benda potongan, video pelajaran pendek, dan lain-lain.



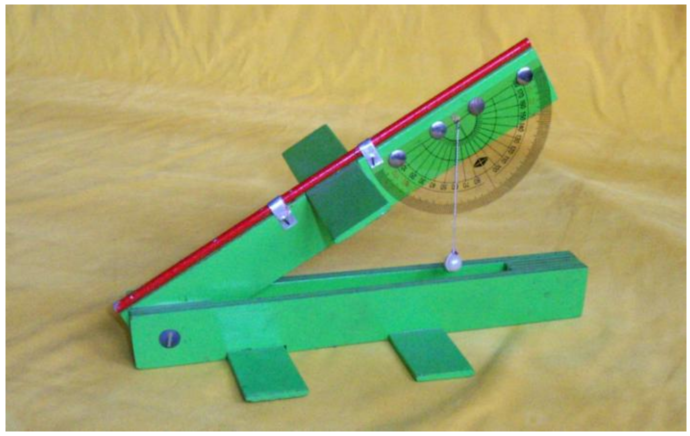
Gambar 6 Contoh Alat Permainan Kartu Pecahan Senilai, Koleksi PPPPTK Matematika



Gambar 7 Contoh Alat Peraga Model Volum Limas Balok, Koleksi PPPPTK Matematika

c. Alat Praktikum

Alat praktikum adalah alat yang digunakan untuk mendukung kegiatan praktikum sains, matematika, teknik, bahasa, ilmu sosial, humaniora, dan keilmuan lainnya. Kriteria untuk dapat dijadikan sebagai alat praktikum adalah, apabila pelaksanaan praktikum menjadi lebih mudah dan efektif. Misal, dalam pembelajaran matematika topik Kesebangunan dan Kekongruenan, dilakukan praktikum untuk mengukur tinggi tiang bendera dan gedung sekolah menggunakan klinometer.



Gambar 8 Alat Praktikum Klinometer koleksi PPPPTK Matematika

4. Mengikuti Pengembangan Penyusunan Standar, Pedoman, Soal, dan Sejenisnya

Kelompok karya inovatif yang terakhir adalah keterlibatan dalam kegiatan penyusunan standar/pedoman/soal yang diselenggarakan oleh instansi tingkat nasional atau provinsi. Termasuk di dalam kelompok ini misalnya:

- Tim Penyusun Buku Pegangan Siswa
- Tim Penyusun Soal Ujian Nasional
- Tim Penyusun Pedoman Penilaian Kinerja Guru
- dan lain-lain

B. BAGAIMANA MELAKUKAN MODIFIKASI

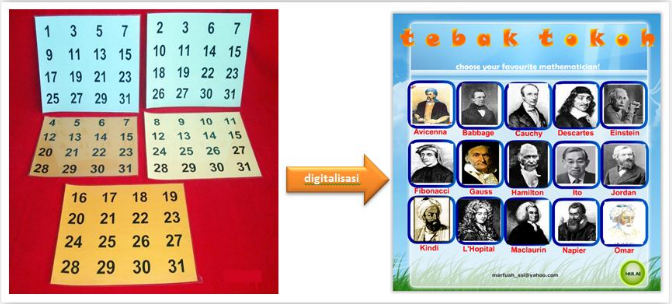
Karya inovatif berupa media teknologi menggunakan komputer memiliki banyak peluang untuk melakukan inovasi dan modifikasi. Namun, bagaimana dengan karya inovasi berupa alat pelajaran/alat peraga/alat praktikum? Padahal telah banyak alat pelajaran/alat peraga/alat praktikum yang digunakan di sekolah-sekolah. Sehingga akan muncul pertanyaan, “Bagaimana melakukan modifikasi agar alat pelajaran/alat peraga/alat praktikum yang telah dikembangkan dapat berpeluang untuk diakui sebagai karya inovatif?”

Perlu diingat bahwa inovasi atau modifikasi apapun yang dilakukan hendaknya menambah nilai manfaat penggunaan alat bagi tujuan pembelajaran. Sehingga modifikasi tersebut memiliki analisis dan argumen yang tepat, dapat menyelesaikan masalah, dan bukan "asal modifikasi". Modifikasi yang paling mudah dilakukan adalah modifikasi dalam bentuk fisik atau tampilan. Misal, pada model bangun ruang balok ditambahkan gambar-gambar makhluk hidup sehingga sisi-sisi yang berhadapan bergambar pasangan makhluk hidup yang saling bersimbiosis mutualisme. Modifikasi ini sederhana, namun penggunaan model bangun ruang balok hasil modifikasi ini dapat menjembatani pengetahuan siswa tentang sifat balok, sekaligus dapat mengoneksikan pengetahuan siswa lintas mata pelajaran, dalam hal ini mata pelajaran Ilmu Pengetahuan Alam. Alasan lain yang dapat dipertimbangkan dalam melakukan modifikasi tampilan atau bentuk fisik, adalah pertimbangan aspek kenyamanan penggunaan, ukuran, keamanan atau potensi kecelakaan saat penggunaan, bahan ramah lingkungan, bahan kekayaan alam setempat, kemudahan penyimpanan, dan lain-lain. Dapat juga pertimbangan aspek keterpakaian alat oleh kaum difabel.

Gambar 9 Penggaris atau mistar untuk siswa tuna netra

Opsi modifikasi lain yang dapat dilakukan adalah mendigitalisasikan alat pelajaran/alat peraga/ alat praktikum yang sudah ada. Proses digitalisasi yang tepat akan menghasilkan media yang tetap efektif dalam mendukung proses pembelajaran. Kelebihan digitalisasi, antara lain: dapat diperbanyak dengan mudah (cukup *copy file*), dapat menyertakan audio video sehingga lebih menarik, tidak memakan banyak ruang penyimpanan, tidak mudah rusak, dapat diedit untuk kepentingan pemakaian yang berbeda, dan lain-lain. Namun, digitalisasi menghendaki guru menguasai teknologi informasi dan komunikasi (TIK), di samping juga ketersediaan sarana prasarana TIK di sekolah, sehingga hasil digitalisasi dapat dimanfaatkan.

Gambar berikut merupakan contoh modifikasi permainan Kartu Bilangan dengan digitalisasi menggunakan animasi Flash sehingga menjadi permainan komputer Tebak Tokoh Matematikawan.



Gambar 10 Contoh permainan Kartu Bilangan yang dimodifikasi

Peluang lain modifikasi yang cukup relevan dengan situasi saat ini adalah penyesuaian penggunaan karya inovatif dengan tuntutan kurikulum. Seperti diketahui, terdapat beberapa perubahan mendasar antara Kurikulum KTSP 2006 dengan Kurikulum 2013 (Kurikulum Nasional). Perubahan ini dapat menjadi peluang untuk memodifikasi karya inovatif yang sudah ada sebelumnya agar dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran matematika dengan pendekatan saintifik, model *discovery learning*, *problem based learning*, *project based learning*, atau pendekatan lain yang sesuai dengan Kurikulum 2013.

C. PENUTUP

Keempat kelompok karya inovatif yang telah dibahas di atas, besar angka kredit bagi PKB guru bervariatif bergantung pada tingkat inovasi atau modifikasi yang dilakukan, tingkat kerumitan pengembangan, waktu pengembangan, dan biaya pengembangan, seperti ditunjukkan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Jenis Karya Inovatif dan Besar Angka Kreditnya

Jenis Karya Inovatif	Kategori	Angka Kredit
Karya Sains / Teknologi	Kompleks	4
	Sederhana	2
Karya Seni	Kompleks	4
	Sederhana	2
Alat Pelajaran / Alat Peraga	Kompleks	2
	Sederhana	1
Alat Praktikum	Kompleks	4
	Sederhana	2
Pengembangan Penyusunan Standar, Pedoman, Soal, dan Sejenisnya	Kompleks	1
	Sederhana	1

Terlepas dari berapa besar angka kreditnya, sebagai pendidik profesional telah disepakati bahwa karya inovatif merupakan wujud kreativitas dan kerja cerdas guru dalam usahanya mencapai tujuan pembelajaran pada khususnya, dan meningkatkan kualitas pendidikan pada umumnya.

Guru pun dapat mengikutkan karya inovatif yang dikembangkannya pada ajang-ajang perlombaan karya inovatif sehingga dapat memotivasi diri untuk lebih kreatif dan menambah referensi dari karya inovatif yang dikembangkan oleh guru lain. Beberapa ajang perlombaan karya inovatif yang dapat diikuti guru, khususnya guru matematika, antara lain:

1. Olimpiade Nasional Inovasi Pembelajaran Matematika (ONIP), yang diadakan oleh PPPPTK Matematika.
2. Inovasi Pembelajaran (INOBEL), yang diadakan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
3. Lomba Kreativitas Guru (LKG), yang diadakan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
4. Ajang-ajang lomba karya inovatif lain yang diselenggarakan pada tingkat kabupaten/kota/ provinsi.

Penulis menyarankan agar guru aktif mencari informasi terkait perlombaan-perlombaan karya inovatif tersebut. Bersamaan dengan kewajiban mengajar membimbing siswa, pengembangan diri, dan publikasi ilmiah, diharapkan karya inovatif semakin menyempurnakan pengembangan keprofesian berkelanjutan yang dilakukan guru.

Ayo berkarya!

Referensi:

Pedoman Kegiatan PKB Guru, Kemdikbud, 2010.
Permenpan No 16 Tahun 2009 tentang Jabatan Fungsional Guru dan Angka Kreditnya.
http://www.mcescher.com.

*) Marfuah, S.Si., M.T.
Widyaiswara SMA PPPPTK Matematika

Jawaban Masalah Peluang
(Pertanyaan guru dari MGMP Matematika SMA Kota Tegal, Jawa Tengah)

*) Marsudi Raharjo

PERTANYAAN
Setelah permasalahan yang terkait dengan permutasi dan kombinasi sudah saya pahami dari buletin Limas P4TK Matematika ada pertanyaan lanjutan yang perlu contoh konkret (model-model soal yang perhitungannya menggunakan rumus permutasi dan kombinasi) agar kami memiliki gambaran yang lebih jelas tentang masalah peluang. Terima kasih.

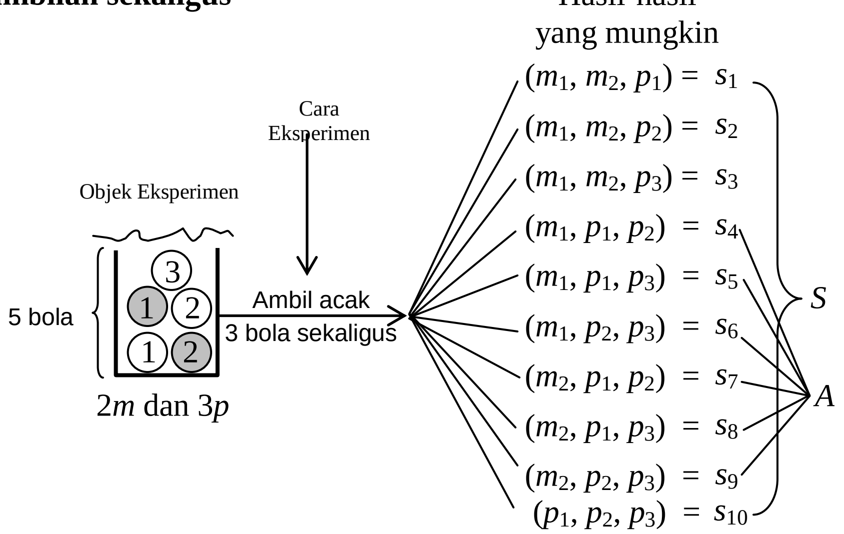
JAWAB
Baik, mungkin contoh soal sederhana seperti yang akan disampaikan ini seperti yang saudara maksud. Harapannya tentu dari contoh yang sederhana ini teman-teman guru lainnya akan dapat mengembangkan diri untuk menjawab permasalahan sejenis yang lebih kompleks.

Contoh Soal
Sebuah kotak berisi 5 bola seukuran terdiri dari 2 bola merah dan 3 bola putih. Dari dalam kotak diambil secara acak 3 buah bola. Jika A adalah peristiwa terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih, tentukan peluang munculnya peristiwa A jika pengambilannya

a. sekaligus
b. satu demi satu tanpa pengembalian
c. satu demi satu dengan pengembalian.

Penyelesaian (dengan penalaran lengkap)
Untuk memudahkan pemahaman diberikan kerangka berpikir menggunakan diagram pohon seperti berikut ini. Perhatikan gambaran kerangka pemikirannya!

a. Pengambilan sekaligus



Dari gambaran kerangka berpikir seperti di atas tampak jika 5 bola seukuran (terdiri dari 2 bola merah dan 3 bola putih) diundi sekaligus, dan A adalah peristiwa terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih maka ruang sampel S dan peristiwa $A \subset S$ pada eksperimen tersebut adalah seperti berikut.

Ruang sampel $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_{10}\} \rightarrow n(S) = 10$
Peristiwa $A = \{s_4, s_5, \ldots, s_9\} \rightarrow n(A) = 6$.
Cermati bahwa ruang sampel S berdistribusi seragam. Mengapa?

Bola-bola pada objek eksperimen diasumsikan setimbang dan seukuran. Maka ruang sampel S akan berupa ruang sampel yang berdistribusi seragam. Masing-masing titik sampel anggotanya yaitu $s_1, s_2, \ldots, s_{10}$ berpeluang sama untuk muncul. Sehingga dijamin peluang munculnya peristiwa $A \subset S$ adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

Maka peluang terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih adalah $P(A) = P(\{(1m, 2p)\}) = \frac{3}{5}$.

Catatan:
Perhatikan bahwa $s_1, s_1, s_1, \ldots, s_{10}$ adalah elemen-elemen kombinasi. Mengapa? Titik-titik sampel dalam S tidak memungkinkan adanya pengulangan objek eksperimen dan urutan susunan unsur-unsurnya juga tidak diperhatikan. Sebagai contoh, misalnya titik sampel seperti $s_1 = (m_1, m_2, p_1)$, yakni terambilnya bola merah nomor 1, merah nomor 2, dan putih nomor 1 dapat ditulis lebih dari 1 cara namun tetap satu makna. Misal susunan hasil/titik sampel seperti $s_1 = (m_1, m_2, p_1)$ sama artinya dengan $s_1 = (m_1, m_2, p_1) = (m_1, p_1, m_2) = (p_1, m_1, m_2)$, yaitu terambilnya merah nomor 1, merah nomor 2, dan putih nomor 1. Inilah makna dari susunan urutan (unsur-unsur dari masing-masing titik sampel) tidak diperhatikan. Sehingga soal jenis ini terkait dengan masalah kombinasi.

Penyelesaian (dengan cara singkat)

Pengambilan sekaligus bersesuaian dengan kombinasi. Mengapa? Sebab <u>susunan urutan unsur-unsur dari masing-masing titik sampelnya tidak diperhatikan</u>. Sehingga

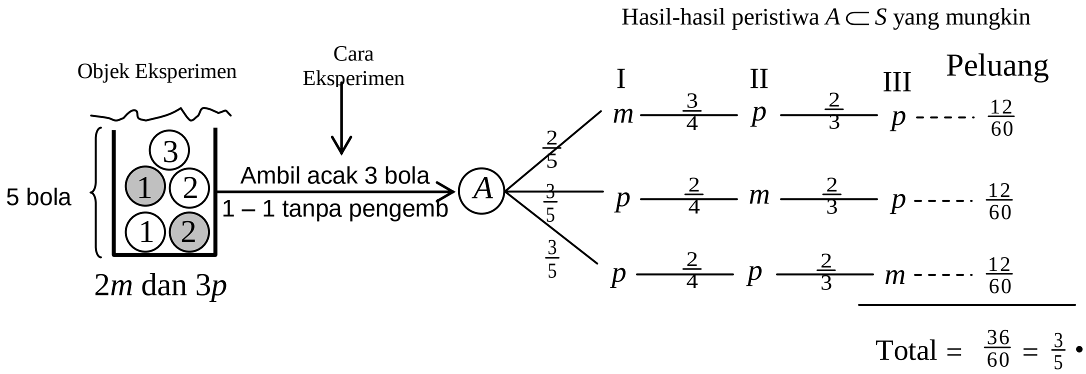
$$P(A) = P(\{(1m, 2p)\}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_1^2 \times C_2^3}{C_3^5} = \frac{2 \times 3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

Jadi peluang terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih pada pengambilan 3 bola *sekaligus* dari obyek eksperimen sebanyak 5 bola (terdiri dari $2m$ dan $3p$) adalah:

$$P(A) = \frac{3}{5}.$$

b. Pengambilan satu demi satu tanpa pengembalian

Untuk cara eksperimen yang kedua ini gambaran kerangka pemikirannya adalah sebagai berikut.



Jika $A \subset S$ adalah peristiwa terambilnya 3 bola dengan komposisi terdiri dari **1 bola merah** dan **2 bola putih**, maka peristiwa A yang dimaksud adalah $A = \{(1m,\ 2p)\}$. Selengkapnya adalah $A = \{(1m,\ 2p)\} = \{(m,\ p,\ p),\ (p,\ m,\ p),\ (p,\ p,\ m)\}$. Nilai peluang munculnya peristiwa A (seperti yang diperlihatkan pada diagram di atas) adalah:

$$P(A) = \frac{12}{60} + \frac{12}{60} + \frac{12}{60} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Maka peluang terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih pada pengambilan acak 3 bola satu demi satu *tanpa pengembalian* adalah:

$$P(\{(1m,2p)\}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Tugas!

Selidiki bahwa nilai $P(A) = P(\{(1m,2p)\}) = \frac{36}{60}$ akan sama dengan jika saudara membuat diagram pohon secara lengkap dengan objek eksperimen 2 bola merah dan 3 bola putih, yaitu $\{m_1,\ m_2,\ p_1,\ p_2,\ p_3\}$. Cara eksperimennya adalah ambil acak 3 bola satu demi satu tanpa pengembalian. Maka ruang sampel S pada eksperimen (percobaan acak) ini akan memuat titik sampel sebanyak 60 dan peristiwa $A \subset S$ akan memuat titik sampel sebanyak 36. Yakni $n(A) = 36$ dan $n(S) = 60 = P_{3\,bola}^{dari 5\,bola} = P_3^5$. Selidiki pula bahwa banyaknya titik sampel anggota peristiwa A adalah $n(A) = 36 = 3$ cabang $\times$ nilai pembilang cabang I $= 3\times(2)\times(3\times2)$ $= P_{(1m,2p)}^{dari 3\,bola} \times P_{1m}^{dari 2m} \times P_{2p}^{dari 3p} = P_{(1,2)}^3 \times P_1^2 \times P_2^3$. Sehingga nilai peluang munculnya peristiwa A dalam ruang sampel S adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{P_{(1,2)}^3 \times P_1^2 \times P_2^3}{P_3^5} = \frac{(3)\times(2)\times(3\times2)}{60} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Dengan cara singkat

Pada pengambilan satu demi satu tanpa pengembalian, banyaknya cabang bersesuaian dengan perhitungan banyaknya permutasi dengan beberapa unsur sama, dalam hal ini sama dengan $P_{(1m,2p)}^{3\,bola}$. Mengapa? Coba amati dengan cermat.

Sehingga $P(\{(1m,2p)\})$ = Banyaknya cabang $\times$ Nilai peluang cabang pertama. Mengapa?
$= P_{(1m,2p)}^{3\,bola} \times$ Nilai peluang cabang I. Sebab masing-masing cabang (dari ketiga cabang $= \frac{3!}{1!.2!}$) memiliki nilai peluang yang sama untuk muncul (lihat gambar di atas)

$$= \frac{3!}{1!.2!} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 3 \times \frac{12}{60} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Catatan

Perhatikan bahwa hasil akhir perhitungan nilai peluang terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih ternyata *sama nilainya* antara *pengambilan sekaligus* dengan *pengambilan satu demi satu tanpa pengembalian*. Yang *berbeda* adalah *penalarannya*. Berdasarkan perhitungan yang bersesuaian dengan kaidah kombinasi (untuk pengambilan sekaligus) diperoleh banyak anggota A dan S yakni

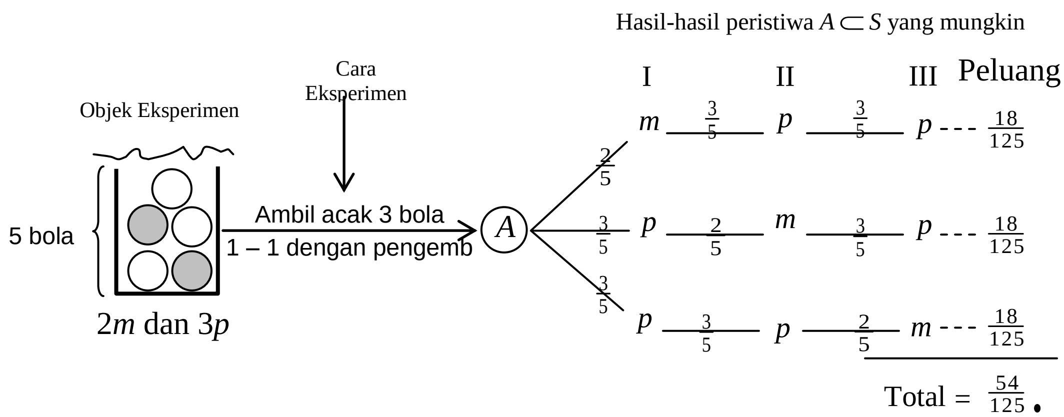
$$n(A) = 6 = C_{1m}^{dari\,2m} . C_{2p}^{dari\,3p} = C_1^2 . C_2^3 \text{ sedangkan } n(S) = 10 = C_{3\,bola}^{dari\,5\,bola} = C_3^5 .$$

Sementara berdasarkan perhitungan yang bersesuaian dengan kaidah permutasi (untuk pengambilan satu demi satu tanpa pengembalian) akan diperoleh banyak anggota peristiwa A dan banyak anggota ruang sampel S adalah:

$$n(A) = 36 = \frac{3!}{1!.2!} . P_{1m}^{dari\,2m} . P_{2p}^{dari\,3p} = \frac{3!}{1!.2!} . P_1^2 . P_2^3 \text{ sedangkan } n(S) = 60 = P_{3\,bola}^{dari\,5\,bola} = P_3^5 .$$

Keuntungan apa yang dapat saudara peroleh dari kesimpulan ini?

c. Pengambilan satu demi satu dengan pengembalian



Jadi peluang terambilnya 1 bola merah dan 2 bola putih pada pengambilan 3 bola satu demi satu *dengan pengembalian* pada eksperimen tersebut adalah:

$$n(A) = P(\{(1m, 2p)\}) = \frac{54}{125}.$$

Artinya jika dibuat diagram pohon secara lengkap, maka $n(A)$ = 54 dan $n(S)$ = 125.

Catatan:

Selidiki bahwa banyaknya cabang peristiwa A adalah $3 = \frac{3!}{1!.2!}$. Sehingga nilai pembilang peristiwa A adalah $\frac{3!}{1!.2!} \times 2 \times 3 \times 3$. Sementara nilai penyebutnya $125 = 5 \times 5 \times 5 = n(S)$.

Dengan cara singkat

Pada pengambilan satu demi satu dengan pengembalian, banyaknya cabang bersesuaian dengan perhitungan ***permutasi dengan beberapa unsur sama*** (***prinsip kombinasi***) yaitu

$$P^{n}_{(n_1,n_2,n_3,\ldots,n_k)} = C^{n}_{n_1}.C^{(n-n_1)}_{n_2}.C^{(n-n_1-n_2)}_{n_3}\ldots C^{(n-n_1-n_2-\ldots-n_{k-1})}_{n_k} = \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\ldots n_k!}.\ \text{Mengapa?}$$

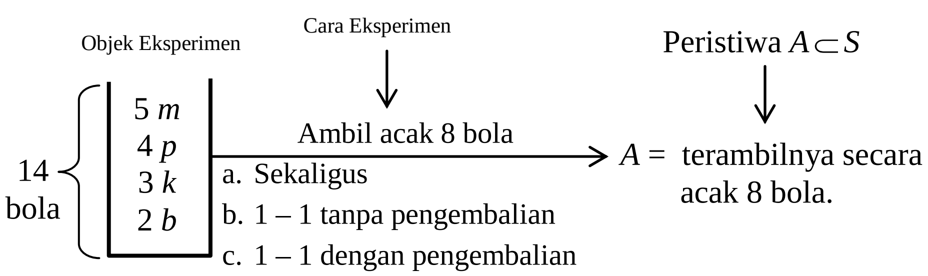
Selanjutnya karena pengambilannya dengan pengembalian maka setiap terambil 1 bola merah, nilai peluangnya $\frac{2}{5}$ dan setiap terambil 1 bola putih, nilai peluangnya $\frac{3}{5}$. Sehingga

$$P(\{(1m,2p)\}) = P^{3\,bola}_{(1m,2p)} \times \text{nilai peluang cabang I. Mengapa?}$$

$$= \frac{3!}{1!.2!} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = 3 \times \frac{18}{125} = \frac{54}{125}.$$

Soal Pengembangan

Misalkan sebuah kotak berisi 14 bola terdiri dari 5 bola merah, 4 bola putih, dan 3 bola kuning, dan 2 bola biru (lihat gambar peragaan).



Dari dalam kotak diambil secara acak sebanyak 8 bola. Tentukan peluang terambilnya 8 bola itu terdiri dari 3 bola merah, 2 bola putih, 2 bola kuning, dan 1 bola biru jika pengambilannya

a. sekaligus
b. satu demi satu tanpa pengembalian
c. satu demi satu dengan pengembalian.

Kunci

a. $\frac{120}{1001}$ b. $\frac{120}{1001} \approx 0{,}12$ c. $\frac{33.750}{823.543} \approx 0{,}041$.

Demikianlah tanggapan atas pertanyaan saudara dan semoga cukup puas.

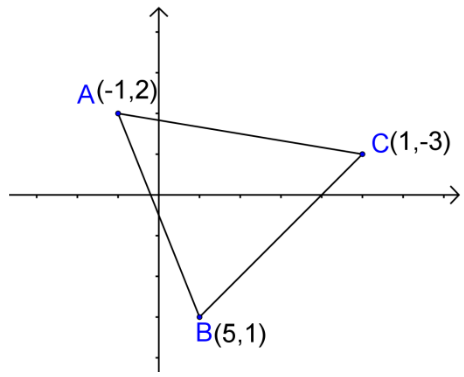
***) Drs. Marsudi Raharjo, M.Sc.Ed**

Widyaiswara Madya P4TK Matematika

Rahasia Rumus Cepat Luas Segi Banyak

*) Sigit Tri Guntoro

Seringkali kita temukan pada bimbingan belajar atau bahkan mungkin di sekolah, guru atau tentor mampu menentukan secara cepat luas suatu segitiga atau bangun datar bahkan poligon hanya dengan mengetahui titik sudutnya tanpa mengetahui panjang sisi-sisinya. Pengerjaan yang dilakukan guru atau tentor tersebut umumnya menggunakan cara sebagai berikut.
Misalkan bangun datar yang akan ditentukan luasnya adalah suatu segitiga. Segitiga digambar dalam kordinat kartesius seperti gambar di bawah.



Proses pengerjaan yang dilakukan melalui cara cepat seperti ditunjukkan pada cara di bawah.

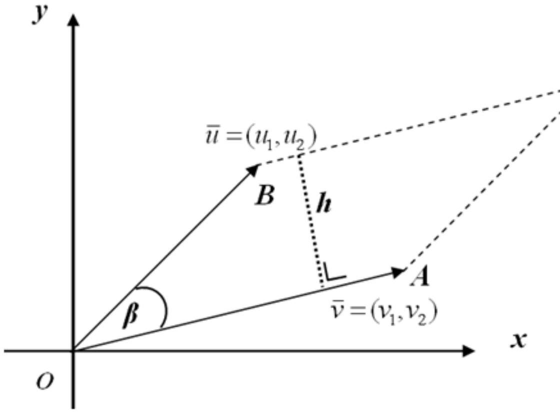
	-1	2	
	1	-3	
2	5	1	3
-15	-1	2	1
-1			10
-14			14

Luas $\Delta ABC \quad = \frac{1}{2}|14-(-14)|$

$= 14$

Dari sini diperoleh bahwa luas segitiga ABC adalah 14. Luar biasa bukan? Bagaimana caranya? Konsep apa yang digunakan? Pertanyaan-pertanyaan tadi mungkin akan muncul dalam benak kita dan juga murid-murid kita. Oleh karena itu penting bagi kita untuk mengetahui rahasia dibalik cara cepat tersebut.

Kita mulai dari pengertian yang ada dalam vektor. Perhatikan dua vektor $\bar{u}$ dan $\bar{v}$ di $\mathbf{R}^2$ (bidang-xy) berikut ini.



Pada gambar di atas jelas bahwa luas daerah jajar genjang $OACB$, sebut saja L, diperoleh dari $L = |\bar{v}|\ h$ dimana $h = |\bar{u}| \sin \beta$. Dengan demikian $L = |\bar{v}|\ |\bar{u}| \sin \beta$. Hasil ini mengakibatkan L selalu non-negatif. Mengapa?

Dari sini diperoleh

$$\begin{aligned} L^2 &= |\bar{v}|^2\, |\bar{u}|^2 \sin^2 \beta \\ &= |\bar{v}|^2\, |\bar{u}|^2 (1-\cos^2 \beta) \\ &= (|\bar{v}|^2\, |\bar{u}|^2) - (|\bar{v}|^2\, |\bar{u}| \cos^2 \beta) \\ &= (|\bar{v}|^2\, |\bar{u}|^2) - (\bar{v} \cdot \bar{u})^2 \\ &= (v_1^2+v_2^2)(u_1^2+u_2^2) - (u_1v_1+u_2v_2)^2 \\ &= u_1^2v_1^2+u_1^2v_2^2+u_2^2v_1^2+u_2^2v_2^2 - (u_1^2v_1^2+u_2^2v_2^2+2u_1v_1u_2v_2) \\ &= (u_1v_2-u_2v_1)^2 \end{aligned} \qquad (1)$$

Sehingga didapatkan $L = \sqrt{(u_1v_2-u_2v_1)^2}$

Selanjutnya perhatikan vektor $\bar{u}$ dan $\bar{v}$ yang disajikan dalam bentuk matriks berikut.

$$A = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{bmatrix}$$

Barapa nilai $\det(A)$? Kita sudah sangat akrab dengan determinan matriks 2×2, yaitu

$$\det(A) = u_1v_2 - u_2v_1 \qquad (2)$$

Oleh karena (1) dan (2) maka diperoleh

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{(u_1v_2-u_2v_1)^2} \\ &= \sqrt{(\det(A))^2} \\ &= |\det(A)| \quad (\textit{ingat pengertian nilai mutlak}) \end{aligned} \qquad (3)$$

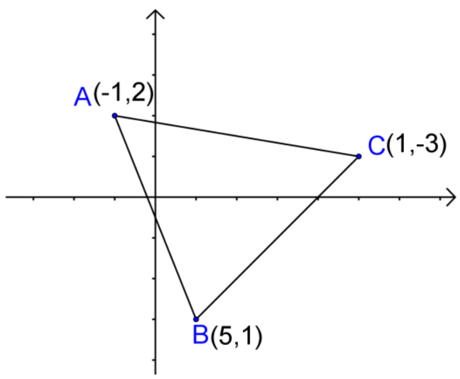
Khusus untuk ΔOAB diperoleh

$$L_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}\ Luas\ OACB = \frac{1}{2}L = \frac{1}{2}|\det(A)| \qquad (4)$$

Dari sini dapat disimpulkan bahwa menghitung luas jajargenjang yang dibentuk oleh dua vektor sama saja dengan menghitung nilai mutlak determinan koordinat vektor pembentuknya (seperti pada penjelasan diatas). Secara khusus luas segitiga dapat ditentukan hanya dengan memandang vektor pembentuknya. Perhatikan bahwa memandang vektor pembentuk sama dengan memandang koordinat titik sudutnya. Karena sebarang poligon (segi banyak) dapat dijadikan sebagai gabungan beberapa segitiga maka luas poligon pun dapat ditentukan melalui koordinat titik sudutnya

a. Penerapan

Untuk mempermudah, kita lihat kembali segitiga contoh di atas.



Jika disajikan dalam bentuk vektor dengan B sebagai titik pangkal maka diperoleh

$$\overline{BC} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{BA} = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Atau dapat disajikan dalam bentuk matriks

$$M = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

Karena luas segitiga (L_Δ) tersebut sama dengan setengah luas jajargenjang (ingat (4)) maka

$L_{\Delta ABC}$ = ½ |det(M)|

= ½ $\left|\det\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}\right|$

= ½ $|(-4\,.\,1) - (-4)\,.\,(-6)|$

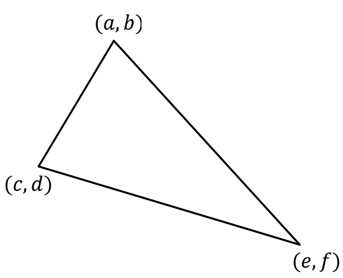
= ½ $|-4 - 24|$

= 14

Dengan mengunakan cara tersebut, jelas bahwa menentukan luas segitiga tidak harus menentukan panjang sisi dan tingginya, tetapi hanya melalui titik koordinatnya.

b. Rahasia rumus cepat

Diberikan sebarang segitiga dengan posisi titik sudut sebagai berikut



Misalkan $\bar{u} = \begin{pmatrix} a-c \\ b-d \end{pmatrix}$ dan $\bar{v} = \begin{pmatrix} e-c \\ f-d \end{pmatrix}$, maka menurut (4) luas segitiga yang dibentuk adalah

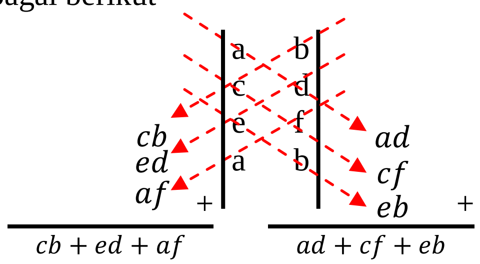
$$L = \frac{1}{2}\left|det\begin{pmatrix} a-c & e-c \\ b-d & f-d \end{pmatrix}\right|$$

$$= \frac{1}{2}|(a-c)(f-d)-(e-c)(b-d)|$$

$$= \frac{1}{2}\left|-\big((ad+cf+eb)-(cb+ed+af)\big)\right|$$

$$= \frac{1}{2}|(ad+cf+eb)-(cb+ed+af)| \qquad (5)$$

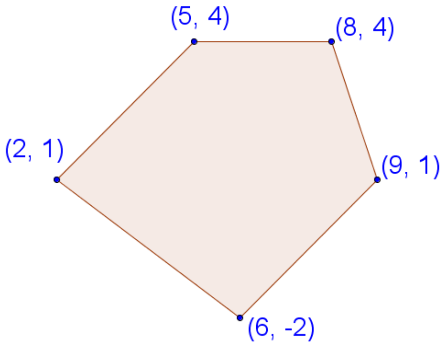
Sementara itu apabila kita melakukan perhitungan dengan <u>cara cepat</u> seperti yang dilakukan tentor pada contoh sebelumnya maka diperoleh hasil sebagai berikut



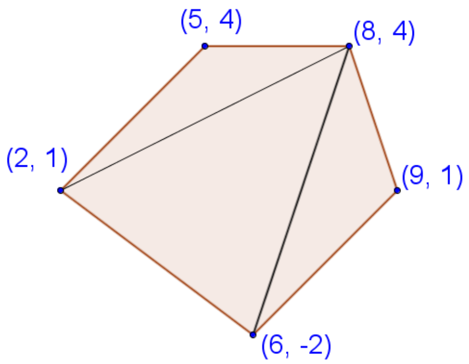
$$L = \frac{1}{2}|(ad+cf+eb)-(cb+ed+af)| \qquad (6)$$

Perhatikan hasil (5) dan (6). Cocok bukan? Selanjutnya coba kasus lain atau mencoba contoh perhitungan cepat tadi tetapi dimulai dari titik lain misalnya (c, d). Apakah masih cocok?

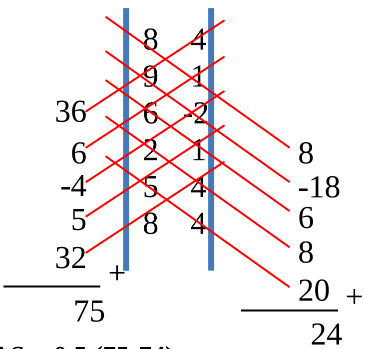
Jadi perhitungan cepat yang dilakukan beberapa orang dalam menentukan luas segitiga sebenarnya hanyalah memanfaatkan konsep yang ada di determinan (interpretasi geometrik dari determinan). Selanjutnya perhatikan poligon berikut



Untuk menentukan luasnya, poligon tersebut dapat dibagi menjadi beberapa segitiga sebagai berikut



Sekali lagi dengan memanfaatkan (6) maka proses perhitungannya adalah



LUAS = 0,5 (75-74)
= 25,5

4. Kesimpulan dan Saran

a. Kesimpulan

Dari paparan di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa luas daerah dapat dipandang sebagai interpretasi geometrik suatu determinan. Hasil ini dapat dimanfaatkan untuk menentukan luas bangun datar berbentuk poligon tanpa harus mengetahui panjang sisi-sisinya terlebih dahulu. Selain itu rumus cepat yang sering digunakan orang untuk menentukan luas suatu bangun datar (umumnya segitiga sebagai contoh) ternyata juga berasal dari interpretasi geometrik determinan seperti yang telah dijelaskan bagian sebelumnya. Pada akhirnya penting bagi kita untuk mengetahui keterkaitan antar konsep dalam matematika sehingga pembelajaran suatu konsep tidak saling asing dengan konsep lainnya.

b. Saran

Pembelajaran matematika yang menarik menjadi suatu keniscayaan dalam kegiatan belajar mengajar di sekolah. Oleh karena itu guru harus selalu berupaya menambah pengetahuan atau referensi berkaitan dengan materi maupun proses pembelajaran agar pembelajaran (khususnya matematika) menarik. Disamping itu guru juga harus membiasakan diri untuk bersikap kritis terhadap permasalahan atau hal-hal yang berkaitan dengan matematika. Sebagai contoh sederhana, guru harus mampu membuktikan kebenaran suatu rumus cepat yang digunakan oleh para pengajar di lembaga bimbingan belajar, seperti pada pembahasan di atas

Daftar Pustaka

Bill Jacob. 1990.*Linear Algebra* , New York: W.H. Freeman and Company

---

*) Sigit Tri Guntoro, S.Si., M.Si.
Widyaiswara SMA PPPPTK Matematika

BERBAGAI METODE PERKALIAN BILANGAN

***) Pujiati**

A. Pengantar

Perkalian adalah salah satu dari empat operasi hitung dasar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) dan umumnya didefinisikan sebagai penjumlahan berulang. Perkalian merupakan alat penting dalam memecahkan masalah kehidupan nyata dan membangun dasar yang kuat untuk bernalar, kemampuan aljabar, dan keterampilan berpikir matematika yang lebih tinggi.

Perkalian bilangan diajarkan sejak kelas II sekolah dasar (SD). Algoritma standar untuk mengajar perkalian bilangan yang lebih besar dikenal sebagai perkalian bentuk panjang seperti yang dikenalkan di sekolah pada umumnya. Perkalian dengan cara tersebut memerlukan hafalan fakta-fakta dasar perkalian. Jika siswa tidak dapat melakukan perhitungan fakta dasar perkalian, maka dapat dipastikan siswa tidak akan dapat melakukan perkalian bentuk panjang. Untuk membantu siswa menyelesaikan perkalian ada berbagai cara yang telah digunakan sejak zaman dahulu yang dapat digunakan sebagai alternatif, antara lain Perkalian Mesir Kuno, Perkalian Petani Rusia, dan Metode Gelosia.

B. Perkalian Mesir Kuno

Bukti perhitungan matematika, termasuk perkalian, berawal sekitar 2000 SM. Bangsa Mesir Kuno, Yunani, Babilonia, India, dan peradaban Cina diakui memiliki metode untuk melakukan operasi hitung perkalian. Dari pendokumentasian diketahui perkalian berawal dari Mesir Kuno dan tidak memerlukan hafalan seluruh tabel perkalian karena hanya memerlukan kemampuan menambah dan mengalikan dengan dua.

Proses melakukan perkalian 48×26 dengan menggunakan cara perkalian Mesir kuno dapat digambarkan dengan langkah-langkah seperti berikut.

1. Buat dua kolom secara berdampingan
2. Kolom sebelah kiri dimulai dengan angka 1
3. Kolom sebelah kanan dimulai dengan salah satu faktor bilangan yang dikalikan (biasanya adalah faktor yang terbesar perkalian, yaitu 48).
4. Bilangan selanjutnya dari masing-masing kolom diperoleh dengan mengalikan dua (dilipatduakan).

5. Proses akan berhenti jika bilangan pada kolom kiri hasilnya menjadi lebih besar atau sama dengan bilangan yang lainnya, yaitu 26. Jika dilanjutkan kolom kiri adalah 32, maka proses berhenti sebelum bilangan 32, yaitu pada bilangan 16.
6. Langkah selanjutnya adalah melihat kolom sebelah kiri dan jumlahkan bilangan-bilangan pada kolom sebelah kiri tersebut yang nilainya sama dengan faktor terkecil perkalian (bilangan 26).
   Pada kasus ini untuk menguraikan bilangan 26 adalah sebagai berikut.
   Bilangan perpangkatan dua yang kurang atau sama dengan 26 adalah 16 → 26 – 16 = 10.
   Bilangan perpangkatan dua yang kurang atau sama dengan 10 adalah 8 → 10 – 8 = 2.
   Bilangan perpangkatan dua yang kurang atau sama dengan 2 adalah 2 → 2 – 2 = 0.
   Dengan demikian, jumlah perpangkatan dua dari 26 adalah 16, 8, dan 2.
   Jadi 26 = 2 + 8 + 16.

1	48
2	96
4	192
8	384
16	768

7. Mencoret semua angka di kolom kiri dan kanan yang tidak diperlukan. Pada kasus ini yang dicoret pada kolom kiri adalah bilangan 1 dan 4 demikian juga kolom kanan yang sejajar dengan bilangan 1 dan 4.
8. Langkah terakhir adalah menjumlahkan bilangan di kolom kanan yang belum dicoret. Bilangan hasil penjumlahan ini sebagai jawabannya. Secara lengkap ditunjukkan pada tabel di sebelah kanan.
9. Jadi 48 × 26 = 1248.

~~1~~	~~48~~
2	96
~~4~~	~~192~~
8	384
16	768
26	**1248**

Penting untuk mengetahui mengapa cara/metode ini dapat dilakukan. Perhitungannya didasarkan pada sifat distributif dan kemampuan untuk menuliskan kembali perkalian dalam bentuk penjumlahan perpangkatan dari 2. Berikut ini kolom sebelah kiri menunjukkan perpangkatan dari 2. Penjelasannya sebagai berikut.

1	=	2^0		2^0	×	48	=	48
***) 2**	**=**	$\mathbf{2^1}$		$\mathbf{2^1}$	×	**48**	=	**96**
4	=	2^2		2^2	×	48	=	192
***) 8**	**=**	$\mathbf{2^3}$		$\mathbf{2^3}$	×	48	=	**384**
***)16**	**=**	$\mathbf{2^4}$		$\mathbf{2^4}$	×	48	=	**768**
26								**1248**

Hal tersebut dapat dituliskan kembali sebagai penjumlahan dari perpangkatan 2:

$$
\begin{aligned}
48 \times 26 &= 48 \times (2 + 8 + 16) \\
&= (48 \times 2) + (48 \times 8) + (48 \times 16) \\
&= (48 \times 2^1) + (48 \times 2^3) + (48 \times 2^4) \\
&= 96 + 384 + 768 \\
&= 1248
\end{aligned}
$$

Metode perkalian Mesir melibatkan lebih banyak langkah daripada perkalian bentuk panjang, namun dengan cara tersebut siswa hanya perlu mengetahui fakta-fakta perkalian dari dua. Algoritma ini juga dapat dikenalkan sebagai sarana bagi siswa untuk berdiskusi tentang arti perkalian, proses, dan mengapa cara tersebut dapat dilakukan. Sebagai contoh, siswa dapat membandingkan metode perkalian ini dengan metode perkalian bentuk panjang dan kemudian menjelaskan bagaimana kedua prosedur mengarah pada jawaban yang benar.

Cobalah perkalian berikut dengan menggunakan cara Mesir Kuno

1. 41 × 64
2. 44 × 99
3. 234 × 46

C. Perkalian Petani Rusia

Pada akhir zaman *Renaissance* untuk mengalikan bilangan dua faktor para petani Rusia menggunakan cara sebagai berikut: bagi bilangan pertama dengan 2 dan kemudian kalikan bilangan kedua dengan 2. Contoh berikut menggambarkan proses cara petani Rusia dalam menyelesaikan 48 × 26.

1. Buat dua kolom untuk masing-masing faktor.
2. Tulis salah satu faktor perkalian untuk masing-masing kolom.
3. Pada kolom kiri, bagi bilangannya dengan 2 secara berulang-ulang sampai diperoleh hasil akhir 1. Apabila ada sisa pembagian, maka sisanya diabaikan.
4. Pada kolom sebelah kanan, kalikan bilangannya dengan 2.
5. Coret baris yang merupakan bilangan genap pada kolom sebelah kiri, dalam kasus ini adalah 48, 24, 12, dan 6.
6. Pada kolom kiri bilangan yang tidak dicoret adalah 1 dan 3.
7. Jumlahkan bilangan-bilangan di kolom kanan yang tidak dicoret untuk menentukan hasil perkalian dua faktor.

~~48~~		~~26~~
~~24~~		~~52~~
~~12~~		~~104~~
~~6~~		~~208~~
3		416
1		832
		1248

416 + 832 = 1248.
Jadi 48 × 26 = 1248.

Pembuktian untuk algoritma ini hampir sama dengan cara Mesir Kuno. Kedua prosedur ini tergantung pada perkalian/pembagian dengan dua sehingga prosedurnya dilakukan dalam sistem biner (basis 2).

1. Untuk memperoleh gambaran biner dari 48 dilakukan dengan menggunakan pembagi 2 seperti berikut.

	48	
: 2	24	sisa 0
: 2	12	sisa 0
: 2	6	sisa 0
: 2	3	sisa 0
: 2	1	sisa 1

Membaca dari bawah 48 = 110000_2

2. Buat daftar perpangkatan dari 2 dalam tabel basis dua dari kanan ke kiri mulai dari 2^0, dan pangkatnya naik satu per satu.

Perpangkatan dari 2	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Bilangan desimal	32	16	8	4	2	1
Menunjukkan basis dua	1	1	0	0	0	0

3. Tambahkan dua kolom pada tabel asli; yang pertama menunjukkan perpangkatan dari 2 dan kolom kedua merupakan angka biner 48 ditulis dalam urutan terbalik.

0	0 × 1	~~48~~	~~26~~
1	0 × 2	~~24~~	~~52~~
2	0 × 4	~~12~~	~~104~~
3	0 × 8	~~6~~	~~208~~
4	**1 × 16**	**3**	**416**
5	**1 × 32**	**1**	**832**
			1248

4. Tambahkan dua kolom tambahan yang secara jelas menggambarkan hubungan antara algoritma ini dalam sistem biner.

   48 $= 110000_2$
   $= (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$
   $= 32 + 16$

   Karena digit/angka pada basis 2 menunjukkan sisa pembagian dari perpangkatan 2, satu sesuai dengan bilangan ganjil pada kolom di bawah 48 dan nol sesuai dengan angka genap, sehingga hanya baris dengan angka ganjil yang akan memberikan kontribusi untuk perkalian. Salah satu sesuai dengan angka ganjil pada kolom pertama dan nol sesuai dengan nomor pada kolom pertama. Jadi hanya kolom dengan angka ganjil di baris pertama yang memberikan kontribusi untuk perkalian.

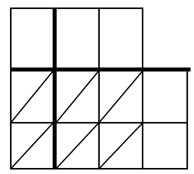
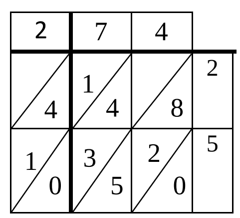
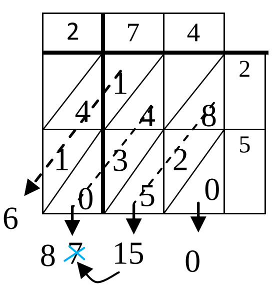
Cobalah perkalian berikut dengan menggunakan cara petani Rusia.

1. 41 × 64
2. 44 × 99
3. 234 × 46

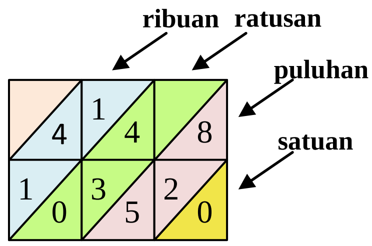
Bandingkan dengan cara menggunakan cara Mesir kuno

D. Perkalian Metode Gelosia

Perkalian dengan cara Gelosia (dibaca *je-lo-sia*) dikenal juga sebagai **perkalian kisi-kisi** atau perkalian *lattice*. Cara ini berawal sejak abad ke-10 di India dan dikenalkan ke Eropa oleh Fibonacci pada abad ke-14 (Carroll & Porter dalam Lynn West, 2011). Nama Gelosia diberikan di Italia sejak diperlukan kisi-kisi (= gelosia) yang dibuat dalam logam dan diikat di depan jendela rumah untuk keamanan. Algoritma ini sama dengan metode perkalian bentuk panjang, namun prosesnya dipecah menjadi langkah-langkah kecil. Sebagai contoh perkalian 274 × 25.

No.	Langkah-langkah	Gambar
1.	Gambarlah petak-petak/persegi yang memiliki baris dan kolom sebagai pengali dan yang dikalikan sesuai dengan yang diperlukan.	
2.	Gambarlah garis diagonal melalui petak-petak dari sudut kanan atas ke kiri bawah.	
3.	Tuliskan bilangan yang dikalikan pada bagian atas (dari kiri ke kanan) dan pada bagian kanan dari atas ke bawah.	2 × 2 = 4 2 × 7 = 14 2 × 4 = 8 5 × 2 = 10 5 × 7 = 35 5 × 4 = 20 
4.	Catat setiap hasil perkalian per bagian. Tidak ada jawaban lebih dari dua digit/angka (puluhan dan satuan). Segitiga pada bagian atas diisi dengan angka puluhan, sedangkan segitiga pada bagian bawah diisi dengan angka satuan. Apabila tidak ada angka puluhan, maka abaikan segitiga bagian atas. Sebagai contoh 2× 2 = 4, maka tuliskan 4 pada segitiga bawah.	
5.	Jika semua perkalian telah lengkap, maka jumlahkan bilangannya sepanjang diagonal dari kanan ke kiri. Apabila hasil penjumlahan sepanjang diagonal lebih dari satu digit, maka bilangan tersebut digabungkan dengan bilangan di depannya.	 5 + 2 + 8 = 15 (bilangan puluhan digabung dengan penjumlahan diagonal di depannya) 4 + 3 + 0 = 7 → digabungkan dengan bilangan puluhan pada penjumlahan sebelumnya: 7 + 1 = 8 dan seterusnya.
6.	Jadi 274 × 25 = 6850	

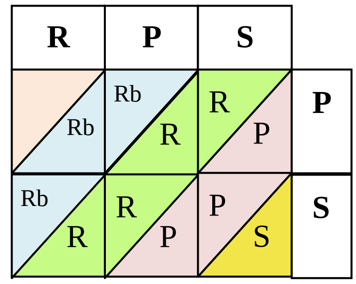
Ada yang berpendapat bahwa algoritma ini mengabaikan nilai tempat, namun mudah untuk dilihat bahwa sepanjang diagonal benar-benar mewakili nilai-nilai tempat yang ditempati. Setiap analisis atau penjelasan mengapa cara ini dapat bekerja adalah dengan melihat nilai tempat dari berbagai bentuk seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan.



Oleh karena itu perkalian ini pada dasarnya menunjukkan bahwa

$(20 \times 200) + (20 \times 70) + (20 \times 4) + (5 \times 200) + (5 \times 70) + (5 \times 4) = 6850$.

Gambar di samping menggantikan setiap bilangan dengan nilai tempat dengan menggunakan notasi R (ratusan), P (puluhan), dan S (satuan) dengan tambahan Rb untuk ribuan. Cara ini cukup rapi, terlihat setiap nilai tempat terletak pada sepanjang garis diagonal. Hal ini menjelaskan mengapa cara ini dapat bekerja. Perkalian *lattice* juga dapat diperluas untuk pecahan desimal dan polinomial.



Perkalian bilangan satu digit di atas berdasar pada tiga langkah, yaitu mengalikan, mengelompokkan, dan menambahkan. Metode perkalian *lattice* dilakukan pada setiap langkah secara terpisah, sehingga siswa dapat fokus pada arti setiap bagian dari proses. Metode ini memberikan kesempatan pada siswa untuk memikirkan dan merekam struktur pekerjaan mereka.

E. Penutup

Perkalian bilangan merupakan keterampilan dasar matematika. Memahami proses dan aplikasinya sangat penting bagi keberhasilan siswa di masa depan. Pendidikan telah berkembang melampaui titik ketika semua siswa diharapkan untuk belajar dengan cara yang sama dan dengan metode pembelajaran yang sama. Guru harus siap untuk memenuhi kebutuhan pendidikan yang bervariasi dan kebutuhan dari masing-masing siswa. Penelitian menunjukkan bahwa ketika siswa dikenalkan dengan berbagai metode dan strategi pemecahan masalah, mereka menjadi lebih fleksibel dalam memecahkan masalah sesuai dengan kemampuan mereka (NCTM dalam Lynn West, 2011). Siswa juga akan semakin tertantang untuk mencari cara yang lebih cepat dan lebih efisien dari perhitungan dalam upaya untuk memecahkan masalah yang semakin rumit.

Referensi

Ancient Egyptian Multiplication. https://en.wikipedia.org/wiki/Ancient_Egyptian_multiplication. Diakses tanggal 1 Juli 2015.

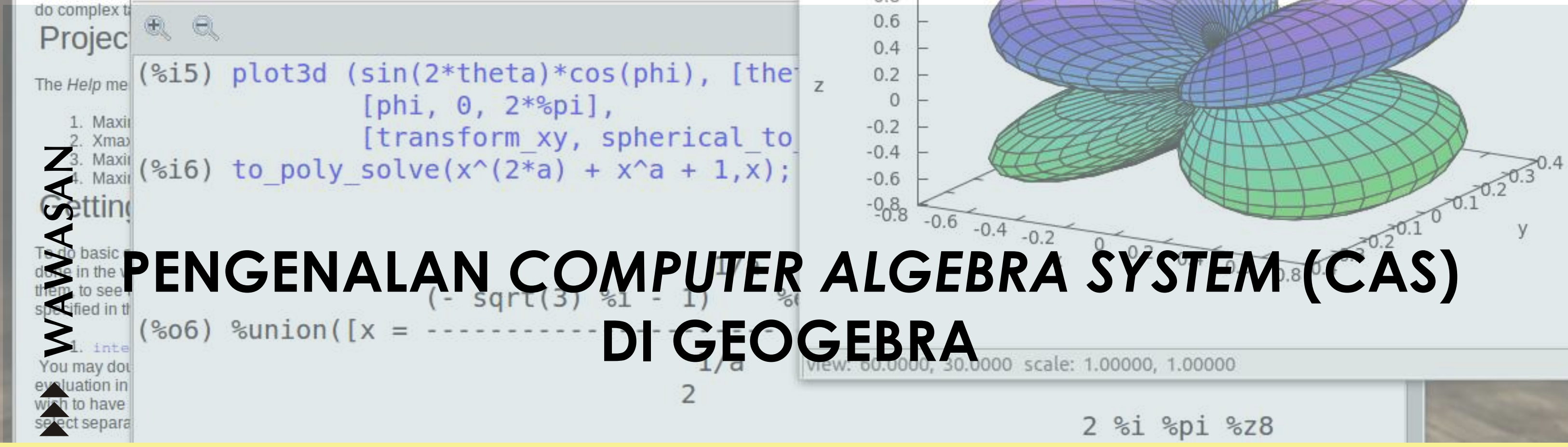
Lattice Method. http://mathworld.wolfram.com/LatticeMethod.html. Diakses tanggal 1 Juli 2015.

Lynn West dan Bellevue, NE. 2011. *An Introduction to Various Multiplication Strategies*. http://scimath.unl.edu/MIM/files/MATExamFiles/WestLynn_Final_070411_LA.pdf. Diakses tanggal 29 Juni 2015.

Multiplication Methods. http://www.cleavebooks.co.uk/trol/trolfg.pdf. Diakses tanggal 30 Juni 2015.

---

*) Dra. Pujiati. M.Ed.
Widyaiswara PPPPTK Matematika



PENGENALAN *COMPUTER ALGEBRA SYSTEM* (CAS) DI GEOGEBRA

***) Fadjar Noer Hidayat**

A. PENGANTAR

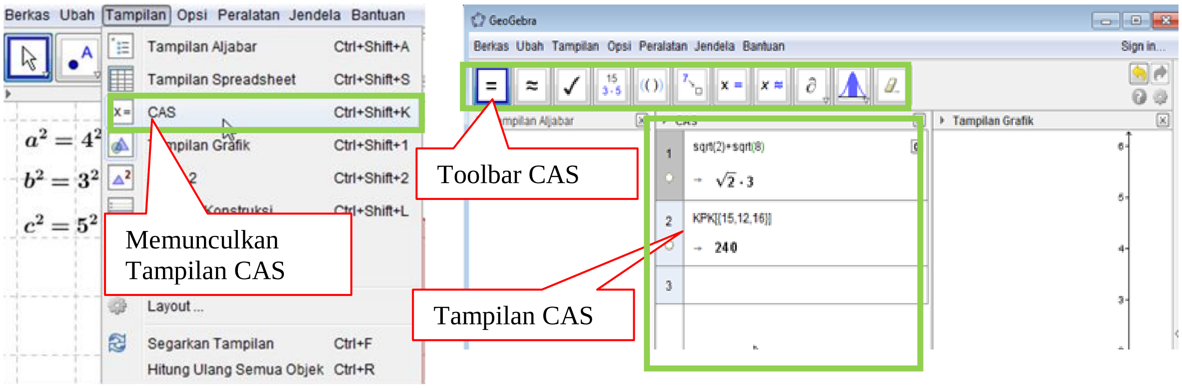
GeoGebra adalah perangkat lunak matematika yang mulai banyak digunakan dalam pembelajaran matematika pada dekade terakhir ini. Hal ini karena sifat perangkat lunaknya yang gratis dan juga kemampuannya yang cukup lengkap. Beberapa fitur seperti tampilan grafik, tampilan aljabar, tampilan *spreadsheet*, tampilan CAS yang dapat membantu memberi pemahaman tentang konsep-konsep matematika dari jenjang SD sampai universitas. Dari beberapa fitur tersebut, fitur CAS adalah fitur yang termasuk baru ditambahkan, sehingga masih banyak yang belum mengoptimalkan fitur CAS ini dalam pembelajaran matematika. Artikel ini memberikan sedikit pengenalan fitur CAS di GeoGebra dan contoh-contoh pemanfaatannya untuk menyelesaikan soal-soal matematika dari SD samapai SMA/K.

Tampilan CAS memungkinkan Anda menggunakan *Computer Algebra Systems* (CAS) di GeoGebra untuk perhitungan simbolik. Tampilan CAS ini merupakan fitur yang tersedia secara resmi mulai pada versi 4.2 setelah diujicobakan kepada pengguna GeoGebra pada versi beta yang mendukung CAS. Pada Geogebra versi 4.4, mesin CAS-nya ditingkatkan menggunakan mesin yang jauh lebih cepat dan lebih banyak masalah yang dapat diselesaikan. Pada GeoGebra versi 5 yang paling baru, terjadi penambahan beberapa perintah baru seperti **Laplace**, **Inverse Laplace**, **SolveCubic**, **GroebnerLex**, **Groebner Deg Rev Lex**, **Groebner Lex Deg**, **Eliminate**, dan **Angle Bisector**. (Release Notes GeoGebra 5.0, 2015)

Sebelum tersedia fitur CAS, pengguna GeoGebra menggunakan fitur Kotak Masukan dan Tampilan Aljabar untuk mengetahui penyelesaian soal-soal matematika. Soal diketikkan pada Kotak Masukan dan jawaban soal yang yang diberikan akan ditampilkan pada Tampilan Aljabar dalam bentuk variabel baru dan kita harus mencari variabel mana yang merupakan respon dari perintah yang baru dijalankan. Tetapi menggunakan Tampilan CAS, jawaban langsung akan tersedia di bawah perintah yang kita masukkan. Jadi fitur CAS ini seperti kalkulator dengan kemampuan yang sangat canggih.

Contoh tampilan pada artikel ini menggunakan aplikasi Geogebra versi 5.140 untuk Windows desktop dengan tampilan berbahasa Indonesia, namun begitu perintah dalam bahasa Inggris masih disertakan mengikuti perintah atau label *toolbar* bahasa Indonesia. Jika Anda ingin mengubah tampilan dalam bahasa Indonesia, klik **Language** pada menu **Options**, dan pilih **Indonesian/Bahasa Indonesia** dengan memilih huruf awal **E – I.**

Tampilan CAS terdiri atas sel-sel yang masing mempunyai tampilan input di bagian atas dan tampilan output di bagian bawah. Untuk membuka fitur CAS pada Geogebra berbahasa Indonesia klik menu **Tampilan** dan pilih **CAS** sehingga akan muncul Tampilan CAS dengan *toolbar* khusus untuk fitur CAS. Gambar 1 menunjukkan cara membuka Tampilan CAS dan *toolbar* CAS.



Gambar 1. Cara membuka dan Tampilan CAS

Perintah yang Anda masukkan pada tampilan CAS hampir sama dengan perintah di Kotak Masukan dengan sedikit perbedaan sebagai berikut:

- ✓ Anda dapat menggunakan variabel yang belum didefinisikan nilainya, sebagai contoh perintah (a+b)^2 akan dievaluasi sebagai $a^2 + b^2 + 2ab$
- ✓ Tanda= digunakan untuk persamaan dan tanda ≔ untuk pemberian nilai. Ini berarti a=2 **tidak** berarti memberikan nilai 2 ke variabel a
- ✓ Perkalian seharusnya dituliskan secara eksplisit,sedangkankan di Kotak Masukan, spasi berarti tanda kali jadi a (b+c) dan a*(b+c) berarti sama, di CAS hanya yang terakhir yang dianjurkan.

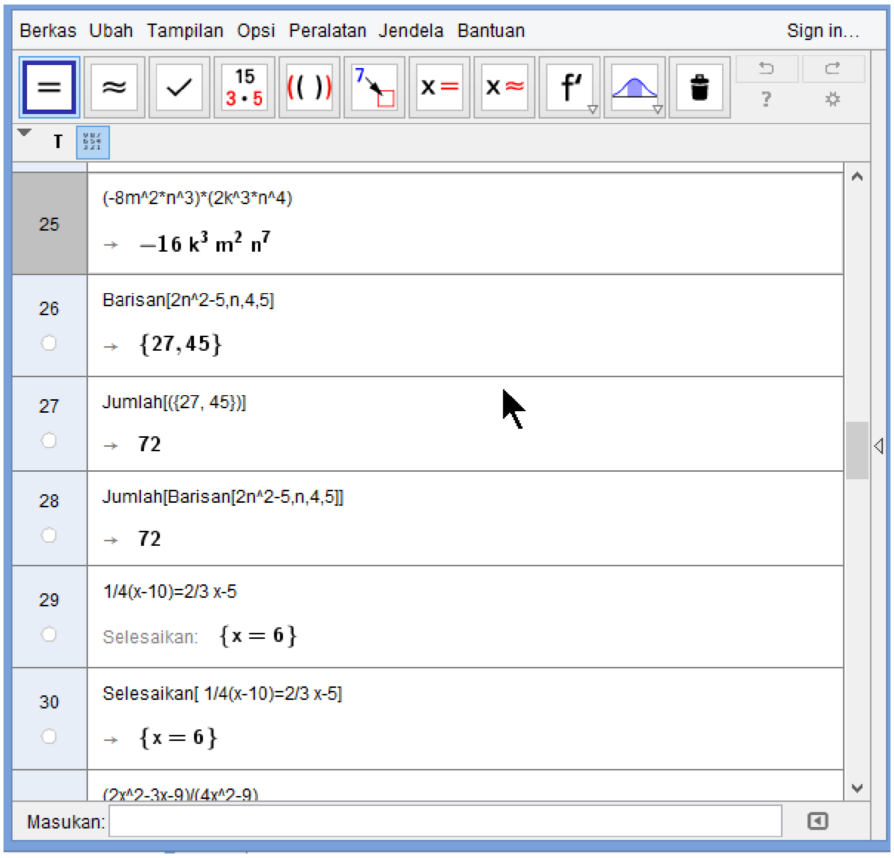
Sebenarnya ada dua cara menjalankan fitur CAS. Pertama, langsung menuliskan perintah di sel CAS misalnya perintah **Urai[(x+5)^2]** atau **Expand[(x+5)^2]** untuk Geogebra berbahasa Inggris kemudian menekan Enter. Kedua, menggunakan tombol di *toolbar* CAS. Pada sel CAS cukup diketikkan soalnya, yaitu **(x+5)^2** kemudian klik tombol **Perluas/Expand**. Keduanya akan memberikan hasil yang sama. Berikut beberapa ketentuan menjalankan perintah di CAS. (Geogebra, 2015)

- ✓ Terdapat tiga modus di Tampilan CAS yang dapat dilihat pada *toolbar* yang aktif yaitu modus **Evaluasi/Evaluate, Numerik/Numeric** dan **Jaga Masukan/Keep Input.**
- ✓ Enter akan mengevaluasi masukan atau, modus yang aktif adalah **Evaluasi/Evaluate**.
- ✓ Ctrl + Enter akan mengevaluasi input secara numerik atau modus yang aktif adalah **Numerik/Numeric** kemudian tekan Enter pada Kotak Masukan. Contohnya **Sqrt(2)** menghasilkan 1.41
- ✓ Alt + Enter hanya mengecek benar tidaknya masukan atau, modus yang aktif adalah **Jaga Masukan/Keep Input** kemudian menekan Enter pada Kotak Masukan. Contoh **b+b** tetap akan menampilkan $b + b$ dan tidak $2b$.

- ✓ Pada sel yang kosong mengetikkan:
  - Spasi akan menampilkan output sebelumnya
  -) akan menampilkan output sebelumnya dalam tanda kurung
  - = akan menampilkan input sebelumnya
- ✓ Persamaan dapat dituliskan menggunakan tanda sama dengan (=). Sebagai contoh $\mathbf{3}\boldsymbol{x} + \mathbf{5} = \mathbf{7}$. Anda dapat melakukan operasi aritmetika pada persamaan untuk penyelesaian persamaan secara manual. Sebagai contoh $(\mathbf{3}\boldsymbol{x} + \mathbf{5} = \mathbf{7}) - \mathbf{5}$ berarti mengurangkan 5 pada kedua sisi persamaan. Anda dapat mengambil sisi kiri atau sisi kanan pada suatu persamaan dengan perintah **SisiKiri**[] / **LeftSide**[] atau **SisiKanan**[] / **RightSide**[]. Sebagai contoh: **SisiKiri[3x+5=7]** menghasilkan $\mathbf{3}\boldsymbol{x} + \mathbf{5}$.
- ✓ Pengeklikan tombol di *Toolbar* berarti menjalankan perintah yang terkait tombol tersebut terhadap sel yang aktif.

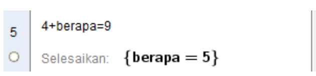
  - **Faktor/Factor**: mencari faktor dari soal di sel yang aktif
  - **Perluas/Expand**: menjabarkan dari soal di sel yang aktif.
  - **Substitusi/Substitute**: substitusi nilai ke variabel
  - **Selesaikan/Solve**: memberikan penyelesaian satu persamaan atau lebih
  - **Selesaikan secara numerik/Solve Numerically**: memberikan penyelesaian satu persamaan atau lebih secara numerik.
  - **Turunan/Derivative**, **Integral**: mencari turunan pertama atau integral tak tentu
  - **Pemeriksa Fungsi/Function Inspector**: memeriksa suatu fungsi, **Kalkulator Probabilitas/Probability Calculator**: Kalkuator untuk menghitung probabilitas kurva normal
  - **Hapus Objek/Delete**: Menghapus objek di Tampilan CAS

Gambar 2 menunjukkan Tampilan CAS GeoGebra dalam bahasa Indonesia dengan beberapa contoh penyelesaian soal matematika.

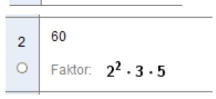


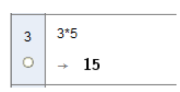
Gambar2. Tampilan CAS GeoGebra

B. CONTOH PENYELESAIAN SOAL-SOAL SD

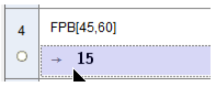
1. Upin mempunyai uang 4 Ringgit dan ingin membeli mainan seharga 9 Ringgit. Berapa banyak uang yang harus dimiliki agar dia bisa membeli mainan itu?
   Penyelesaian menggunakan CAS GeoGebra:
   - ✓ Ketik: **4+berapa=9**
   - ✓ Klik tombol  **Selesaikan/Solve** di *toolbar*
   - ✓ Hasilnya adalah 

2. FPB dari 45, 60 adalah ….
   a. Penyelesaian dengan memperlihatkan proses:
   - ✓ Ketik **45** dan klik tombol  **Faktor/Factor**. Lihat hasilnya. 

   - ✓ Ketik **60** dan klik tombol  **Faktor/Factor.** Lihat hasilnya. 

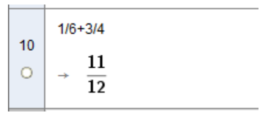
   - ✓ Kalikan faktor persekutuannya dengan pangkat terkecil. Ketik  3*5 tekan Enter

b. Cara cepat:

✓ Ketik **FPB[45,60]** atau **GCD[45,60]** untuk GeoGebra berbahasa Inggris dan tekan Enter. Lihat hasilnya 

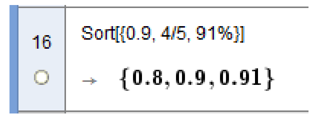
3. Hasil dari $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$ adalah ….

Penyelesaiannya:

✓ Ketik**1/6+3/4** dan tekan Enter. Lihat hasilnya: 

4. Urutan dari kecil ke besar untuk pecahan 0,9, $\frac{4}{5}$, dan 91% adalah ....

Penyelesaiannya:

✓ Ketik **Urutkan[{0.9, 4/5, 91%}]/Sort[{0.9, 4/5, 91%}].** Hasilnya adalah 

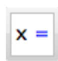
Sayangnya, hasilnya bukan berupa bilangan seperti yang tertera di soal.

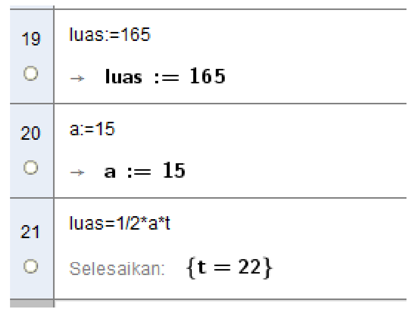
5. Luas suatu segitiga adalah 165 cm^2 dan alasnya adalah 15 cm. Tinggi segitiga tersebut adalah … cm. (Gannerup, 2015)

Penyelesaiannya:

✓ Ketik **luas:=165** kemudian tekan Enter

✓ Ketik **a:=15** dan tekan Enter

✓ Ketik rumus segitiga **luas=1/2*a*t** dan klik tombol  **Selesaikan/Solve.** Tinggi segitiga akan ditunjukkan.



C. CONTOH PENYELESAIAN SOAL-SOAL SMP

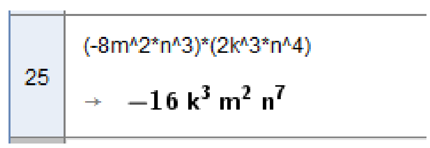
1. Hasil dari$(-8m^2n^3) \times (2k^3n^4)$ adalah ….

Penyelesaian:

✓ Ketik **(-8m^2*n^3)*(2k^3*n^4)** dan tekan Enter.

✓ Langsung akan ditampilkan hasilnya.

✓



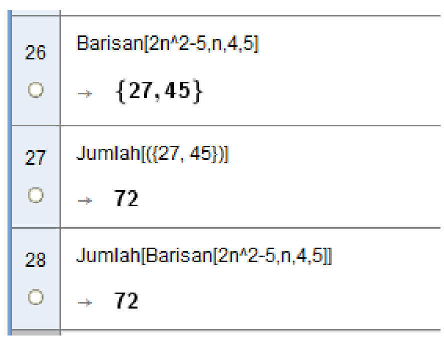
2. Diketahui $U_n = 2n^2 - 5$. Nilai dari $U_4 + U_5$ adalah …

Penyelesaian:

✓ Ketik **Barisan[2n^2-5,n,4,5]/ Sequence[2n^2-5,n,4,5]** dan tekan Enter.

✓ Ketik) dan pindah kursor ke depan ketik **jumlah[/ Sum[**dan pindahkan ke akhir baris dan ketik**]**. Kemudian tekan Enter. Lihat hasilnya.

✓ Atau langsung diketik **Jumlah [Barisan[2n^2-5,n,4,5]]/ Sum[Sequence[2n^2-5,n,4,5]]** dan tekan Enter.

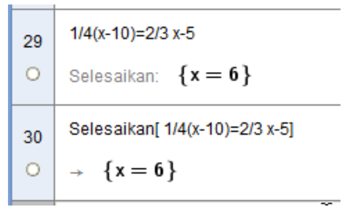


3. Nilai x yang memenuhi persamaan $\frac{1}{4}(x-10)=\frac{2}{3}x-5$ adalah ….

Penyelesaian:

✓ Ketik **1/4(x-10)=2/3x-5** dan klik tombol **Selesaikan/Solve.**

✓ Atau langsung diketikkan **Selesaikan[1/4(x-10)=2/3x-5]** atau **Solve[1/4(x-10)=2/3x-5]** dan tekan Enter

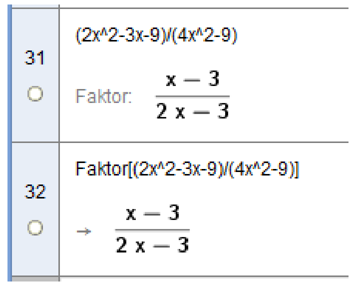


4. Bentuk sederhana dari $\frac{2x^2-3x-9}{4x^2-9}$ adalah ….

Penyelesaian:

✓ Ketik **(2x^2-3x-9)/(4x^2-9)** dan klik tombol **Faktor/Factor.**

✓ Atau langsung diketikkan **Faktor[(2x^2-3x-9)/(4x^2-9)]** atau **Factor[(2x^2-3x-9)/(4x^2-9)]** dan tekan Enter

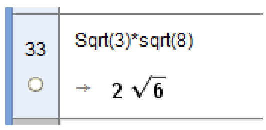


5. Hasil dari $\sqrt{3}\times\sqrt{8}$ adalah ….

Penyelesaian:

✓ Ketiks **qrt(3)*sqrt(8)** dan tekan Enter.

✓

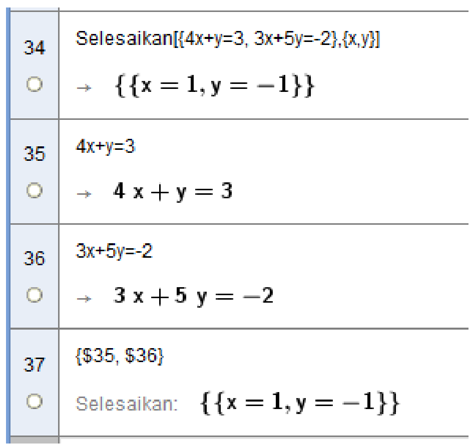


6. Diketahui $\begin{cases} 4x+y=3 \\ 3x+5y=-2 \end{cases}$. Nilai x dan y adalah ….

Penyelesaian:

✓ Ketik **Selesaikan[{4x+y=3, 3x+5y=-2},{x,y}]** atau **Solve[{4x+y=3, 3x+5y=-2},{x,y}]** dan tekan Enter.

✓ Atau ketik setiap persamaan per baris kemudian pilih kedua baris tersebut dan klik tombol **Selesaikan/Solve**



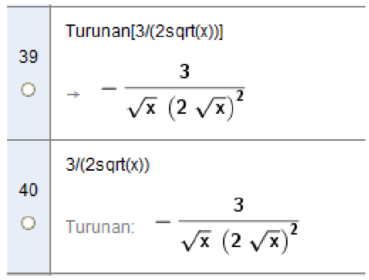
D. CONTOH PENYELESAIAN SOAL-SOAL SMA/SMK

1. Turunan dari $f(x)=\frac{3}{2\sqrt{x}}$ adalah $f'(x)=\cdots$..

Penyelesaian:

✓ Ketik **Turunan[3/(2sqrt(x))]** atau **Derivative[3/(2sqrt(x))]** dan tekan Enter.

✓ Atau ketik **3/(2sqrt(x))** dan klik tombol **Turunan/Derivative**

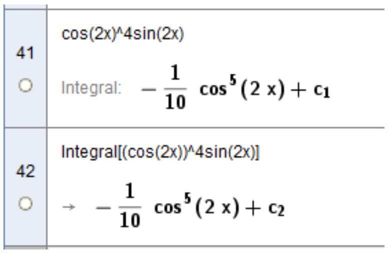


2. Hasil dari $\int \cos^4 2x \sin 2x\, dx = \ldots.$

   Penyelesaian:

   ✓ Ketik persamaannya **cos(2x))^4sin(2x)** dan klik tombol **Integral**

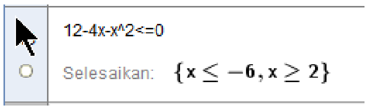
   ✓ Atau ketik **Integral[(cos(2x))^4sin(2x)]** dan tekan Enter.



3. Himpunan penyelesaian dari $12 - 4x - x^2 \leq 0$, adalah ….

   Penyelesaian:

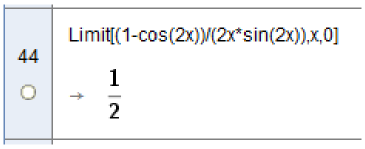
   ✓ Ketik pertidaksamaan **12-4x-x^2<=0** dan klik tombol **Selesaikan/Solve** di *toolbar*



4. Nilai $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{2x \sin 2x} = \ldots.$

   Penyelesaian:

   ✓ Ketik **Limit[(1-cos(2x))/(2x*sin(2x)),x,0]** dan tekan Enter

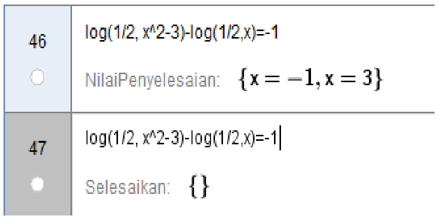


5. Nilai x yang memenuhi persamaan $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3) - \log_{\frac{1}{2}} x = -1$ adalah ….

   Penyelesaian:

   ✓ Ketik **log(1/2, x^2-3)-log(1/2,x)=-1** dan klik tombol **Selesaikan secara numerik/solve numerically** di *toolbar*

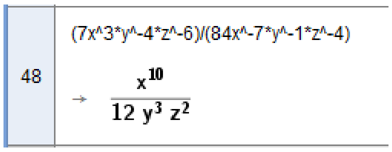
   Jika memilih tombol **Selesaikan/Solve** di GeoGebra versi 5 tidak memberikan hasil atau hasilnya {}. Berbeda dengan GeoGebra versi 4.4, kedua perintah tersebut memberikan hasil yang sama yaitu$\{x = -1, x = 3\}$



6. Bentuk sederhana dari $\frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \ldots.$

   Penyelesaian:

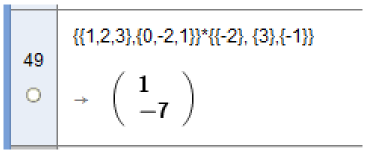
   ✓ Ketik **(7x^3*y^-4*z^-6)/(84x^-7*y^-1*z^-4)** dan tekan Enter



7. Hasil kali matriks $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -2 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-2\\ 3\\ -1\end{pmatrix}$ adalah ….

   Penyelesaian:

   ✓ Ketik**{{1,2,3},{0,-2,1}}*{{-2}, {3},{-1}}** dan tekan Enter



D. PENUTUP

Tampilan CAS memungkinkan Anda menggunakan *Computer Algebra Systems* (CAS) di GeoGebra untuk perhitungan simbolik. CAS ini yang dapat menangani ekspresi aljabar dengan melakukan operasi-operasi seperti memfaktorkan, menyederhanakan, menyelesaikan dan memberikan hasil dalam bentuk yang *exact* dan bukan melalui pendekatan numerik seperti kalkulator konvensional. Dengan CAS ini operasi terhadap bilangan pecahan atau bilangan irrasional dalam bentuk akar akan tetap menghasilkan bilangan dalam bentuk-bentuk seperti itu dan bukan dalam bentuk bilangan dengan titik desimal. Oleh karena itu guru dapat memanfaatkan CAS ini untuk mengecek penyelesaian dari soal matematika atau menunjukkan langkah-langkah menyelesaikan suatu persamaan atau dapat juga menentukan jawaban dari soal matematika yang sedang disusunnya.

Referensi:

Troels Christensen Gannerup.(2013, Juni 2). *CAS di GeoGebra.* Diakses dari http://ggbkursus.dk/geogebra/3-kan-det-meste/cas-i-geogebra/?lang=id tanggal 4 April 2014

Geogebra. (2015, 31 Agustus). *CAS View*. Retrieved from GeoGebra 5.0 Manual: https://wiki.geogebra.org/en/CAS_View

GeoGebra. (2015, 08 28). *Release Notes GeoGebra 5.0*. Retrieved from https://wiki.geogebra.org/en/Release_Notes_GeoGebra_5.0

---

*) Fadjar Noer Hidayat, M.Sc.Ed
Widyaiswara PPPPTK Matematika

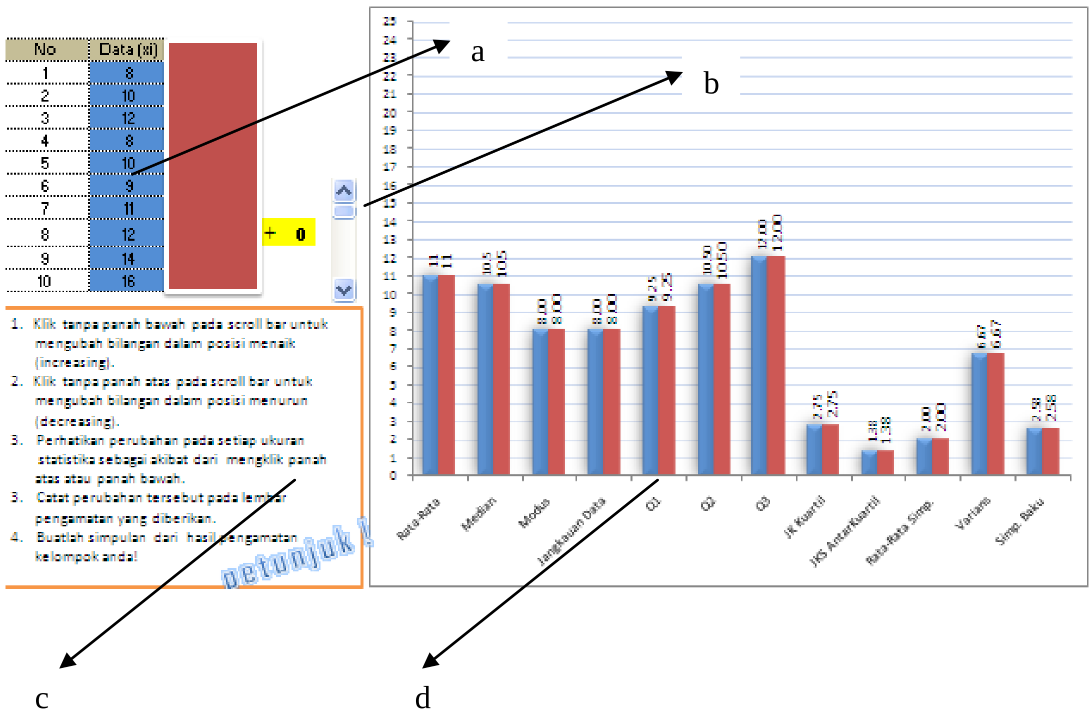
EKSPLORASI KONSEP-KONSEP STATISTIKA DENGAN MENGGUNAKAN SCET

***) Salamat Siregar**

Sikap logis, kritis, dan kreatif pada mata pelajaran matematika merupakan kompetensi yang harus dikuasai oleh peserta didik (Permendikbud 64 tahun 2013: 60). Sehingga dalam ujian-ujian berstandar nasional seperti Ujian Nasional (UN), Ujian Masuk Perguruan Tinggi Negeri (UMPTN), Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNPTN), Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN), atau Olimpiade Sains Nasional (OSN), kompetensi tersebut merupakan salah satu unsur yang dijadikan sebagai tolak ukur kemampuan peserta didik. Akan tetapi fakta menunjukkan bahwa kebanyakan peserta didik tidak menyukai materi pembelajaran yang menuntut sikap logis, kritis, dan kreatif.

Sebagai contoh kasus dalam pembelajaran statistika, ketika diajukan sebuah persoalan seperti berikut: “Tentukan rata-rata dari data: 4,5,6,7, dan 7!”. Biasanya soal-soal seperti ini dengan mudah dapat diselesaikan oleh peserta didik, sebab konsep rata-rata adalah dengan menjumlah data dibagi dengan banyak data. Berbeda dengan persoalan yang menuntut sikap logis, kritis, dan kreatif seperti pada soal berikut: “suatu data dengan rata-rata 16 dan jangkauan 6, jika setiap nilai dalam data dikalikan p kemudian dikurangi q didapat data baru dengan rata-rata 20 dan jangkauan 9, Nilai dari $2p + q$ adalah ….” (UMPTN’ 99). Soal-soal semacam ini akan membuat sebagian besar peserta didik menjadi bingung bahkan langsung menyerah dengan menyatakan tidak tahu jawabannya. Hal ini terjadi karena peserta didik kurang memahami konsep perubahan parameter statistika ketika semua data mengalami penambahan, pengurangan, perkalian, atau pembagian.

Untuk menyelesesaikan persoalan ini dicoba dikembangkan sebuah alat bantu pemahaman konsep statistika yaitu *Statistics Concept Exploring Tools* (SCET). SCET dikembangkan berbasis Microsoft Excel 2007 dan dapat bekerja dengan baik pada berbagai jenis spesifikasi personal komputer, laptop, atau notebook. Demikian juga dengan sistem operasi, SCET dapat bekerja pada berbagai jenis sistem operasi seperti Microsoft Windows, Linux, dan sebagainya. Kata kuncinya adalah jika Microsoft Excel 2007 dapat bekerja dengan baik pada sebuah sistem operasi (*operating system*), maka SCET pun dapat digunakan. Aplikasi SCET ini dapat diunduh pada link: https://www.dropbox.com/s/u65thqcyfv2900f/SCET.xlsx. Antar muka dari SCET adalah seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2.2. Antar Muka (*Interface*) SCET

Keterangan:

a: Input data percobaan untuk kegiatan eksplorasi.
b: Scroll bar untuk menambah atau mengurang seluruh data.
c: Petunjuk penggunaan SCET.
d: Indikator perubahan berdasarkan input data dan perubahan pada scroll bar.

Pengembangan SCET ini sejalan dengan rekomendasi kurikulum 2013 yang menekankan pentingnya pendekatan *scientinfic* dalam pembelajaran yang dilakukan melalui kegiatan mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengasosiasi, dan mengkomunikasikan. Untuk memperkuat pendekatan ilmiah (*scientific*) tersebut perlu diterapkan pembelajaran berbasis penyingkapan/penelitian (*discovery/inquiry learning*) (Permendikbud Nomor 65 Tahun 2013: 3). Berdasarkan rekomendasi tersebut guru sudah seharusnya merancang dan melaksanakan suatu model pembelajaran yang dapat mendorong kreativitas dan daya cipta sehingga peserta didik memperoleh kompetensi sikap logis, kritis, dan kreatif dalam menyelesaikan masalah (Permendikbud 64 tahun 2013: 60).

Penerapan SCET dalam pembelajaran diarahkan untuk kegiatan eksplorasi konsep-konsep statistika. Eksplorasi dapat dimaknai sebagai kegiatan penjelajahan lapangan dengan tujuan memperoleh pengetahuan lebih banyak, kegiatan untuk memperoleh pengalaman baru dari situasi yang baru (Ebta Setiawan, 2010). Lebih lanjut, Tran Vui (2000) menyatakan terdapat tiga bentuk eksplorasi, yaitu: eksplorasi terbimbing (*guided* *exploration*), eksplorasi antara atau menengah (*modified exploration*), dan eksplorasi murni (*free exploration*). Pada kegiatan bereksplorasi bukan hasil akhirnya saja yang dipentingkan, namun yang lebih penting lagi adalah proses mendapatkannya, proses belajar berpikir dan bernalarnya yang akan jauh lebih penting bagi para siswa (Fadjar Shadiq, 2008: 5).

Kemampuan bernalar para siswa dapat ditingkatkan melalui kegiatan seperti: (1) penyelidikan, (2) eksplorasi, ataupun (3) eksperimen (Depdiknas, 2003: 6). Demikian juga dalam pandangan kontruktivis, Piaget dan Vygotsky dalam Trianto (2007:13) yang menekankan pembelajaran kepada pembangunan suatu sistem yang bermakna dalam pembelajaran, pemahaman realitas melalui pengalaman-pengalaman interaksi sosial dalam menyelesaikan suatu masalah, mengembangkan kemampuan bernalar, bereksplorasi, dan mengkonfirmasikan hasil dari pembelajaran. Untuk itu kehadiran matematika yang berfungsi untuk mengembangkan kemampuan bernalar melalui kegiatan penyelidikan, eksplorasi, dan eksperimen, sebagai alat pemecahan masalah melalui pola pikir dan model matematika, serta sebagai alat komunikasi melalui simbol, tabel, grafik, diagram, dalam menjelaskan gagasan akan membantu peserta didik dalam melakukan manipulasi konsep matematika khususnya statistika (Antonius Cahya Prihandoko, 2006: 18). Apalagi bila kegiatan eksplorasi itu dilakukan dengan memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi yang memuat tantangan dan keterlibatan dalam mengambil sebuah keputusan, maka akan lebih menyenangkan bagi peserta didik (Direktorat Pembinaan SMA, 2010: 3).

Merujuk pada pemikiran-pemikiran yang diuraikan di atas, pembelajaran statistika dengan menggunakan SCET disusun dengan langkah-langkah yang sistematis, eksploratif, dan kooperatif seperti di bawah ini.

a. Guru menyampaikan penjelasan singkat tentang teknis pelaksanaan pembelajaran kooperatif melalui penemuan terbimbing dengan alat bantu SCET.
b. Siswa dibagi menjadi beberapa kelompok yang terdiri 3-4 orang.
c. Setiap kelompok memiliki minimal satu buah laptop/personal komputer (PC) yang sudah terinstall Microsoft Excel 2007.
d. Setiap kelompok diberikan aplikasi SCET dan lembar pengamatan/lembar kerja siswa.
e. Setiap kelompok melakukan eksplorasi konsep-konsep statistika berdasarkan petunjuk pada SCET dengan menuliskan hasil pengamatan mereka pada lembar pengamatan yang diberikan.
f. Setiap kelompok menuliskan kesimpulan dari hasil eksplorasi mereka pada lembar pengamatan yang diberikan.
g. Guru memberikan informasi agar hasil diskusi kelompok (lembar pengamatan) dikumpulkan.

h. Guru melakukan seleksi hasil diskusi setiap kelompok yang akan dijadikan sebagai materi presentasi.
i. Guru memilih satu kelompok secara acak untuk menyampaikan presentasi hasil diskusi mereka dengan menggunakan laptop dan infokus.
j. Kelompok lain diberikan kesempatan untuk menyampaikan tanggapan, saran, atau sanggahan terhadap hasil kerja kelompok yang baru saja mempresentasikan hasil diskusi mereka.
k. Guru menyampaikan konfirmasi/penguatan terhadap hasil diskusi kelompok.
l. Siswa dan guru melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan.

Dari proses pembelajaran statistika dengan menggunakan SCET diharapkan peserta didik dalam satu tim (kelompok) dapat merumuskan simpulan seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Perubahan Parameter Statistika

No	Ukuran Statistik	+ a	- a	* a	/ a
1	rata-rata	+ a	- a	* a	/ a
2	Median	+ a	- a	* a	/ a
3	Modus	+ a	- a	* a	/ a
4	Jangkauan	tetap	tetap	* a	/ a
5	Q1	+ a	- a	* a	/ a
6	Q2	+ a	- a	* a	/ a
7	Q3	+ a	- a	* a	/ a
8	JK Kuartil	tetap	tetap	* a	/ a
9	JKS AntarKuartil	tetap	tetap	* a	/ a
10	Rata-Rata Simp.	tetap	tetap	* a	/ a
11	Varians	tetap	tetap	a^2 *	a^2 /
12	Simp. Baku	tetap	tetap	* a	/ a

Berdasarkan tabel tersebut diketahui bahwa untuk rata-rata, median, modus, dan kuartil akan mengalami perubahan ukuran sesuai dengan perubahan data secara keseluruhan. Contohnya jika semua data ditambah 2 maka rata-rata data tersebut akan bertambah 2, demikian seterusnya. Sementara untuk jangkauan, jangkauan kurtil, jangkauan semi antar kuartil, rata-rata simpangan, varians, dan simpangan baku tidak mengalami perubahan sekalipun datanya mengalami perubahan yang sama. Contohnya jika semua data ditambah 2, maka jangkauan data yang baru adalah sama dengan jangkauan data sebelum ditambah.

Dari simpulan ini, peserta didik akan dapat menyelesaikan kasus yang disampaikan di atas.

Dik. $\bar{x}_0 = 16$; $J_0 = 6$,

Data baru: setiap data dikali *p* kemudian dikurangi q sehingga $\bar{x}_b = 20$; $J_b = 9$

$\bar{x}_b = 16p - q = 20$ (Ingat, rata-rata akan berubah manakala semua data ditambah/dikurang dengan suatu bilangan yang sama)

$J_b = 6p = 9$ (Ingat, jangkauan data akan berubah manakala semua data dikalikan dengan bilangan yang sama, sementara untuk penjumlahan dan pengurangan tidak mengubah besarnya jangkauan).

Dit. 2p + q = …………?

Solusi:

$6p = 9 \rightarrow p = 3/2$

$16p - q = 20$

$16\,(3/2) - q = 20$

$24 - q = 20$

$q = 4$ sehingga $2p + q = 2\,(3/2) + 4 = 7$

PENUTUP

Penggunaan SCET dalam pembelajaran statistika akan membantu peserta didik dalam melakukan eksplorasi konsep-konsep statistika yang memuat sikap logis, kritis, dan kreatif. Melalui penggunaan SCET peserta didik akan terlatih untuk menemukan sendiri sebuah konsep statistika dan memunculkan daya kreatif dalam menyelesaikan persoalan-persoalan statistika.

---

*) Salamat Siregar, S.Pd., M.Si.
Guru SMA Negeri 4 Padangsidimpuan, Kota Padangsidempuan, Sumatera Utara

Belajar Sistem Persamaan Linier Dengan Tool Excel (*Solver Ms.Excel*)

***) Andi Handoyo**

A. Pendahuluan

Belajar *Solver Ms.Excel* dalam menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linier akan menjadi nilai tambah tersendiri bagi kita. Nilai tambah itu antara lain kita bisa lebih mengenal fitur-fitur yang ada pada *Ms.Excel* dan aplikasinya, termasuk salah satunya adalah *solver*.

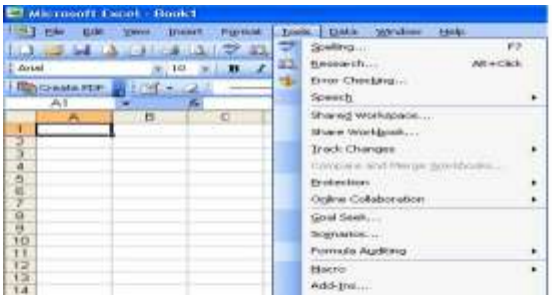
Belajar *solver Ms.Excel* tidak akan di temukan dalam pengajaran mata pelajaran Teknologi Informatika dan Komunikasi (TIK), kecuali materi *Ms.Excel* nya saja. *Solver Ms.Excel* juga tidak akan diberikan penggunaannya dalam mata pelajaran matematika, sekalipun pada materi sistem persamaan linier. Intinya kita belajar *solver Ms.Excel* lewat tulisan ini tidak rugi tetapi jutru akan menambah nilai tambah tersendiri bagi ketrampilan kita, baik ketrampilan matematisnya maupun ketrampilan komputer.

B. Menginstal *Solver Ms.Excel*

Solver merupakan salah satu fitur tambahan atau optional yang disediakan oleh *Microsoft Ms.Excel*, maka fitur ini diinstal secara tersendiri.

Bagaimana menambahkan fitur ***Solver*** pada *Ms.Excel* ? Berikut langkah-langkah menambahkan fitur Solver pada Ms.Excel.

1. klik **Add-ins** pada menu ***Tools***.



Gambar 1. Tampilan sub menu Add-ins

2. Pada kotak dialog **Add-ins**, pada pilihan **Add-ins available** klik ***Solver*** **Add-in**. Kemudian klik ***Ok***.

C. Mengenal *Solver*

Bagian–bagian ***Solver*** yang harus kita pahami.

Gambar 2.Tampilan Bagian Solver Parameters

1. **Set Target Cell** atau **sel target**
   Merupakan bagian dari kotak dialog ***Solver Parameters,*** sebagai tempat dimana formula dimasukan menjadi tujuan hasil akhir proses penghitungan.
2. **Equal to**
   Merupakan jenis pilihan untuk nilai parameter yang dapat dipilih.
   a. *Max*, digunakan untuk mendapatkan formula agar target memiliki nilai tertinggi.
   b. *Min*, digunakan untuk mendapatkan formula agar target memiliki nilai terendah.
   c. *Value of*, digunakan untuk mendapatkan fomula agar target memiliki nilai sama dengan nilai yang dimasukkan.
3. **By Changing cells**
   Merupakan pengaturan perubahan nilai pada sel yang spesifik (nilai variabel), untuk memperoleh hasil perlu spesifikasi dari formula pada sel target.
4. **Add Constraints**
   Pada bagian ***Add Constraint*** terdiri dari tiga bagian yaitu kotak teks *Cell Reference*, kotak pilihan tanda untuk pengaturan batasan dan kotak teks *Constraint*.
5. **Solver options**
   Untuk dapat membuka kotak dialog *solver option* kita dapat memilih kotak konfirmasi *options* pada kotak dialog *Solver parameters.*

D. Memulai belajar menyelesaikan Sistem Persamaan Linier (*SPL*) Dengan S*olver Ms.Excel*

Pada kesempatan kali ini kita akan menggunakan *Solver Ms.Excel versi 2003* untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Kita dapat menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel maupun tiga variabel maupun menentukan nilai optimum dari suatu permasalahan menggunakan fitur *Solver Ms.Excel*.

Misalkan kita mempunyai sistem persamaan linier dengan dua variabel, yaitu variabel x dan variabel y seperti di bawah ini.

Tentukan nilai x dan y pada sistem persamaan berikut.

$$5x + y = 6$$
$$2x + 3y = 5$$

Apabila kita hitung secara manual nilai x dan y pada sistem persamaan tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{l|l|l} 5x+y=6 & \times 3 & 15x+3y=18 \\ 2x+3y=5 & \times 1 & \underline{2x+3y=\ 5} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 13x &= 13 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$x = 1$; $2x + 3y = 5$; $2(1) + 3y = 5$; $2 + 3y = 4$; $3y = 5 - 2 = 3$; $3y = 3$; $y = 1$

Dari perhitungan di atas didapatkan hasil $x = 1$ dan $y = 1$.

Kita dapat menyelesaikan sistem persamaan di atas dengan menggunakan *Solver Ms.Excel*. Langkah-langkah yang dapat kita lakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tersebut menggunakan *Solver* adalah sebagai berikut:

a. Masukkan koefisien variabel dan konstanta dari kedua persamaan di atas ke dalam lembar kerja *Ms.Excel* dan susunlah seperti Gambar 3.

	A	B	C	D	E
1			Penyelesaian SPL dengan Solver		
2	Variabel	x	y		
3		0	0		
4				Perhitungan	Batasan
5	Koefisien	5	1		6
6		2	3		5
7					
8			Target		

Gambar 3. Susunan persamaan linier dua variabel pada lembar kerja *Ms.Excel*

Penyusunan data-data kasus di atas pada lembar kerja pada sel **B3** dan **C3** diisikan nol, hal ini dikarenakan sel ini akan menjadi sel yang nilainya akan berubah atau disebut juga *By Changing Cells*.

b. Pada kolom perhitungan sel **D5**, masukkan rumus: =(B3*B5)+(C3*C5)

c. Kolom perhitungan sel **D6**, masukkan rumus: =(B3*B6)+(C3*C6)

d. Di sel untuk target, sel **D8**, masukkan rumus: =Abs(D5-E5)+Abs(D6-E6)

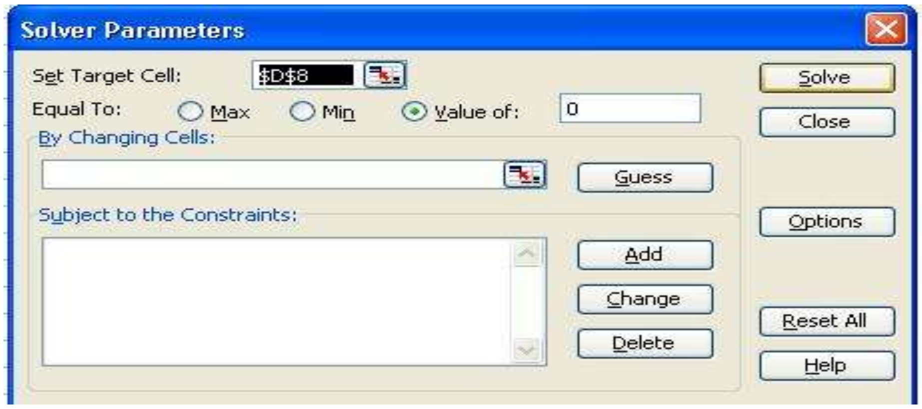
Setelah langkah (a), (b), (c) dan (d) dilakukan, maka lembar kerja akan tampak seperti gambar 4.

	A	B	C	D	E
1			Penyelesaian SPL dengan Solver		
2	Variabel	x	y		
3		0	0		
4				Perhitungan	Batasan
5	Koefisien	5	1	0	6
6		2	3	0	5
7					
8			Target	11	

Gambar 4. Lembar kerja setelah rumus ditempatkan

e. Pilihlah sel target **D8**, kemudian dari menu ***Tools***, klik perintah ***Solver*** .

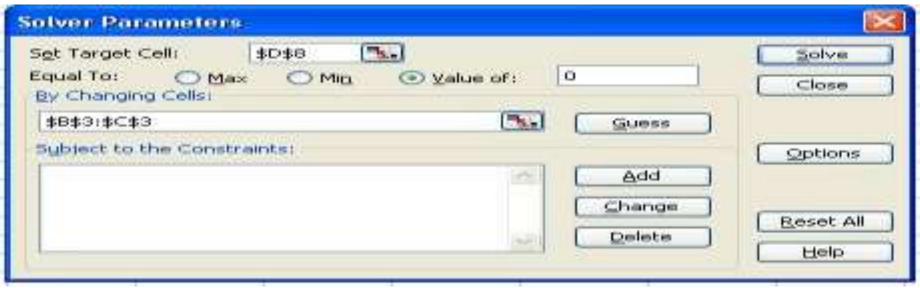
Kotak dialog ***Solver Parameters*** akan ditampilkan seperti gambar 5.



Gambar 5.Tampilan *Solver* Parameters, memasukan *Sel Target*

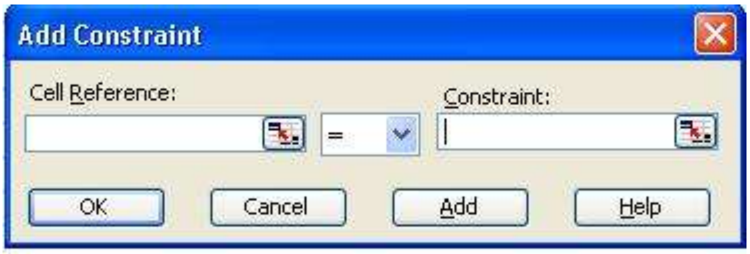
f. Di pilihan **Equal To**, pilihlah **value of** 0. Hal ini dikarenakan kita ingin mencari nilai variabel *x* dan *y* untuk menyelesaikan persamaan, maka nilai di perhitungan harus sama dengan nilai batasan.

g. Klik kotak di bawah teks **By Changing Cells** dan pilih sel **B3 sampai C3** dan klik kembali tombol tersebut.



Gambar 6. Tampilan *Solver Parameters*, memasukan *By Changing Cells*

h. Klik tombol **Add,** maka Kotak dialog **Add Constraint** akan ditampilkan (Gambar 7).

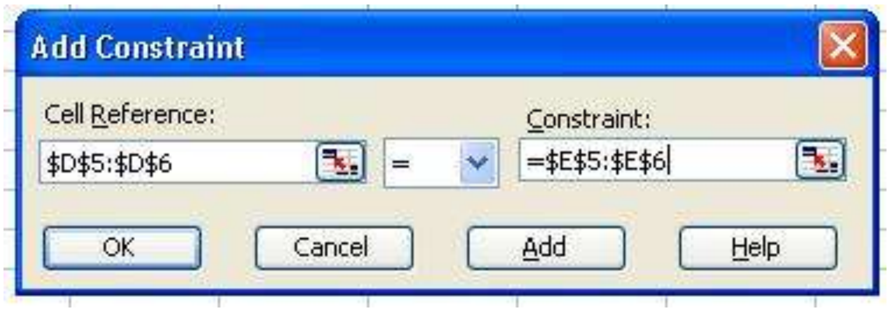


Gambar 7. Tampilan Add-Constraint

i. Klik kotak di bawah teks **Cell reference** dan pilih sel **D5 sampai D6**

j. Karena kita ingin mencari nilai variabel *x* dan *y* untuk menyelesaikan persamaan, maka nilai pada perhitungan harus sama dengan nilai batasan. Maka pilihlah tanda sama dengan (=).

k. Klik kotak di bawah teks **Constraint**, pilihlah sel **E5 sampai E6.** Klik **OK**

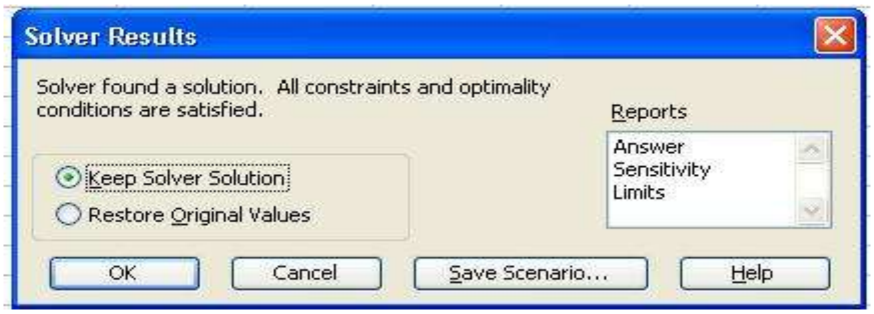


Gambar 8. Tampilan **Add-Constraint**, memasukan **cell reference** dan **constraint**

l. Kotak dialog ***Solver* Parameters** akan ditampilkan.

Gambar 9. Tampilan *Solver* Parameters dengan parameter-parameter sudah yang diatur

m. Klik tombol ***Solve***, maka akan muncul Kotak dialog ***Solver Results*** seperti terlihat pada gambar 10.



Gambar 10. Memilih bentuk laporan hasil / *Result Solver*

n. Jika menginginkan tampilan ***Report*** jawaban, di daftar pilihan ***Report***, pilihlah ***Answer*** , klik tombol OK.

Gambar 11. Memilih bentuk laporan hasil/Result ***Solver*** memilih Answer

o. *Solver* akan menampilkan hasil perhitungan di lembar kerja (gambar 12) dan membuat sebuah lembar kerja baru untuk menampilkan *Report* (gambar 13).

	A	B	C	D	E
1		Penyelesaian SPL dengan Solver			
2	Variabel	x	y		
3		1	1		
4				Perhitungan	Batasan
5	Koefisien	5	1	6	6
6		2	3	5	5
7					
8			Target	0	
9					

Gambar 12. Hasil perhitungan *Solver*

Di lembar kerja kita dapat melihat jawaban untuk variabel *x* dan *y* masing – masing adalah 1 dan 1. Hasil yang sama dapat kita lihat di lembar laporan yang ditampilkan pada lembar kerja baru.

Microsoft Excel 11.0 Answer Report
Worksheet: [Book1.xls]Sheet1
Report Created: 29/04/2009 19:41:29

Target Cell (Value Of)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$D$8	Target Perhitungan	11	0

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
$B$3	x	0	1
$C$3	y	0	1

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$D$5	Keofisien Perhitungan	6	$D$5=$E$5	Not Binding	0
$D$6	Perhitungan	5	$D$6=$E$6	Not Binding	0

Gambar 13. Hasil perhitungan *Solver* pada Lembar Kerja Baru

Sistem persamaan pada kasus di atas apabila kita hitung dengan cara manual akan didapatkan hasil $x = 1$ dan $y = 1$. Dari hasil perhitungan pada permasalahan kasus tersebut diatas. Setelah diselesaikan dengan menggunakan solver untuk nilai variabel x dan y didapat hasil yang sama.

E. PENUTUP

Solver Ms.Excel dapat kita gunakan sebagai alat dalam menyelesaikan permasalahan materi sistem persamaan linier (SPL), baik SPL yang memuat dua variabel maupun tiga variabel. Kombinasi dalam penyelesaian sistem persamaan linier dengan cara menggunakan metode metamatis maupun menggunakan *solver Ms.Excel* akan lebih baik. Baik di sini dalam arti *Solver Ms.Excel* berfungsi sebagai alat mericek hasil perhitungan dari sautu permasalahan sistem persamaan linier yang di selesaikan secara matematis.

F. DAFTAR PUSTAKA

Kurnianingsih, Sri, Kuntarti dan Sulistiyono. 2007. ***Matematika SMA dan MA Untuk Kelas X Semester 1***. Jakarta : Penerbit Erlangga

Pandia, Henry. 2006. ***Microsoft Excel***. Jakarta : Penerbit Erlangga

Tim Penyusun buku pegangan guru. 2003. ***Matematika 2b kelas 2 SMU semester 2***. Klaten: PT.Intan Pariwa.

Wirodikromo, Sartono. 2004. ***Matematika untuk SMA Kelas X.*** Jakarta : Penerbit Erlangga

Wirodikromo, Sartono. 2005. ***Matematika untuk SMA Kelas XII Program Ilmu Sosial***. Jakarta : Penerbit Erlangga

http://blogpintar.com/2009/03/fasilitas-solver-pada-microsoft-excel/, 25 April 2009
http://www.henrypandia.com/?page_id=108, 25 April 2009

---

*) Andi Handoyo, S.Pd.
Guru SMK Negeri Jumo, Temanggung, Jawa Tengah

PENGGUNAAN *MATHEMATIC ADD IN* SEBAGAI MEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA: MATRIKS

***) Giyarsih**

A. Pengertian Media Pembelajaran

Media berasal dari bahasa latin merupakan bentuk jamak dari "medium" yang secara harfiah berarti "perantara" atau "pengantar" yaitu pengantar sumber pesan dengan penerima pesan. Schramm (1977) mengemukakan bahwa media pembelajaran adalah teknologi pembawa pesan yang dapat dimanfaatkan untuk keperluan pembelajaran. Brown (1973) mengungkapkan bahwa media pembelajaran yang digunakan dalam kegiatan pembelajaran dapat mempengaruhi efektivitas pembelajaran.

Dalam Pengembangan Alat Pembelajaran (Yoko, 2007), disebutkan bahwa media pembelajaran adalah suatu alat pembelajaran yang jika digunakan dalam pembelajaran dapat membantu memudahkan memahami suatu konsep secara tidak langsung, dapat menvisualkan suatu konsep yang abstrak, dan dapat memperjelas bagian benda yang perlu dipelajari melalui model-model tiruan ataupun bentuk lainnya.

Di dalam buku yang sama dijelaskan pula tentang peranan media pembelajaran dalam proses pembelajaran yaitu membantu memudahkan memahami konsep, memotivasi belajar peserta didik, dan menambah keaktifan peserta didik

Aplikasi media pembelajaran berpijak pada salah satu model komunikasi, yaitu "*who says what in which channels to whom in what effect"* yang dapat diuraikan sebagai berikut.

1. *Who*, siapa yang menyatakan (pengirim pesan, guru, widyaiswara).
2. *What*, pesan atau ide/gagasan apa yang disampaikan (dalam kegiatan pembelajaran ini berarti materi yang akan disampaikan).
3. *Which channels*, dengan saluran atau media apa pesan itu akan disampaikan.
4. *To whom*, kepada siapa pesan/gagasan itu ditujukan (sasaran, siswa, peserta didik)
5. *What effect*, hasil atau dampak yang diharapkan.

Dilihat dari unsur-unsur di atas, target atau tujuan dari suatu kegiatan pembelajaran adalah dampak atau hasil yang ingin dicapai. Dalam kajian kependidikan, istilah itu dikenal dengan "*meaningful learning experience*", yaitu suatu pengalaman belajar yang bermakna sebagai hasil dari suatu kegiatan pembelajaran.

Selain sebagai perantara dalam interaksi belajar mengajar, media pembelajaran memiliki peran sebagai alat bantu proses belajar mengajar yang efektif. Proses belajar mengajar memiliki unsur tujuan, bahan, metode, dan alat, serta evaluasi. Keempat unsur tersebut saling berinteraksi dan berinterelasi. Metode dan alat, yang dalam hal ini adalah media pembelajaran berfungsi untuk menyampaikan materi pelajaran agar sampai kepada tujuan. Dengan menggunakan media pembelajaran diharapkan siswa akan dapat memperoleh berbagai pengalaman nyata, sehingga materi pelajaran yang disampaikan dapat diserap dengan mudah dan lebih baik.

B. Media Pembelajaran Berbasis TIK

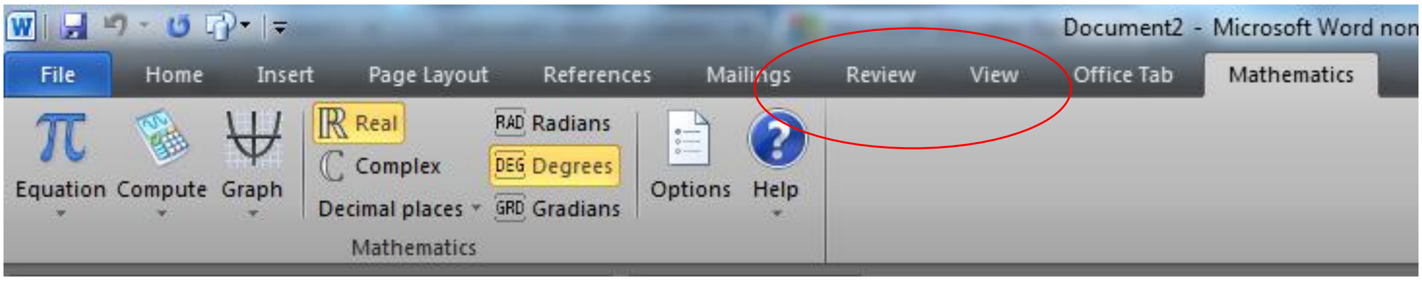
Salah satu media pembelajaran yang banyak dikembangkan adalah media pembelajaran berbasis TIK (Teknologi Informasi dan Komunikasi). Media pembelajaran berbasis TIK dinilai lebih efisien, fleksibel, dan efektif dalam menyampaikan tujuan pembelajaran. Mendayagunakan teknologi komunikasi dan informasi di sekolah adalah salah satu upaya untuk meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia.

Pada mulanya, media pembelajaran yang digunakan adalah alat bantu visual. Sekitar pertengahan abad ke–21 mulai dilengkapi dengan komponen audio, dan disebut alat bantu audio-visual. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEK), khususnya dalam bidang pendidikan, saat ini penggunaan alat bantu atau media pembelajaran menjadi semakin luas dan interaktif, seperti adanya komputer dan Internet. Salah satu contoh media pembelajaran berbasis TIK adalah pemanfaatan program *Microsoft Mathematics Add-In* dalam pembelajaran matematika.

C. Penggunaan *Mathematics Add In* dalam Pembelajaran Matematika

1. Pengenalan *Microsoft Mathematics Add-In*

Microsoft *Mathematics add in* adalah paket program yang dapat dipasang pada *Microsoft Office*. Setelah *Microsoft Mathematics Add-In* diinstal dalm komputer kita, tab *Mathematics* akan muncul dalam layar Ms Word sebagaimana ditunjukkan gambar berikut.



Microsoft Mathematics *Add-In* dapat membantu kita untuk mengadakan variasi dalam pembelajaran, misalnya untuk membuat bahan ajar matematika. Selain itu juga dapat digunakan untuk mencari nilai persamaan matematika, turunan, integral, limit, dan operasi matriks.

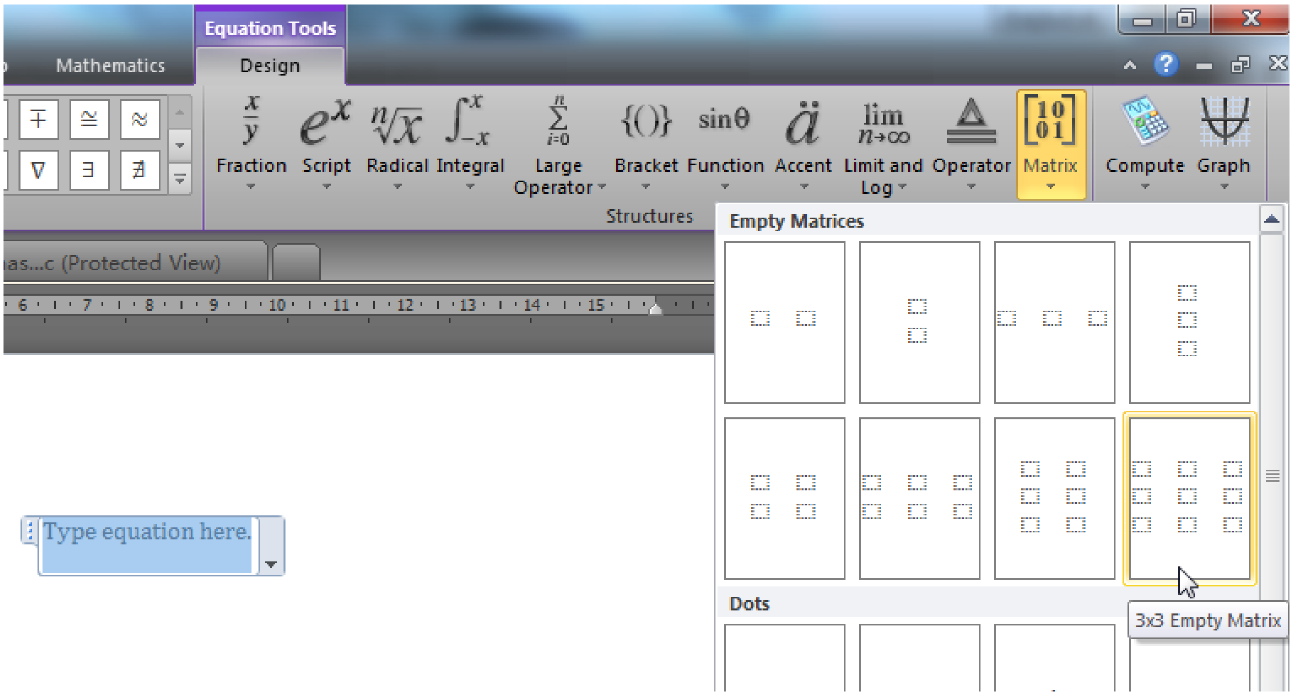
Dengan media pembelajaran menggunakan *Microsoft Mathematics Add-In,* diharapkan pembelajaran menjadi lebih memotivasi siswa, konsep lebih tertanam, dan memudahkan siswa dalam belajar secara lebih efektif. Aplikasi media dan teknologi pendidikan diharapkan dapat merealisasikan suatu konsep *"teaching less learning more".* Artinya secara aktifitas fisik bisa saja aktifitas kegiatan guru di kelas dikurangi, karena ada sebagian tugas guru yang didelegasikan pada media, namun tetap berorientasi pada tercapainya produktifitas belajar siswa.

2. Contoh penggunaan *Microsoft Mathematics Add-In*

Menentukan determinan suatu matriks

Tentukan determinan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

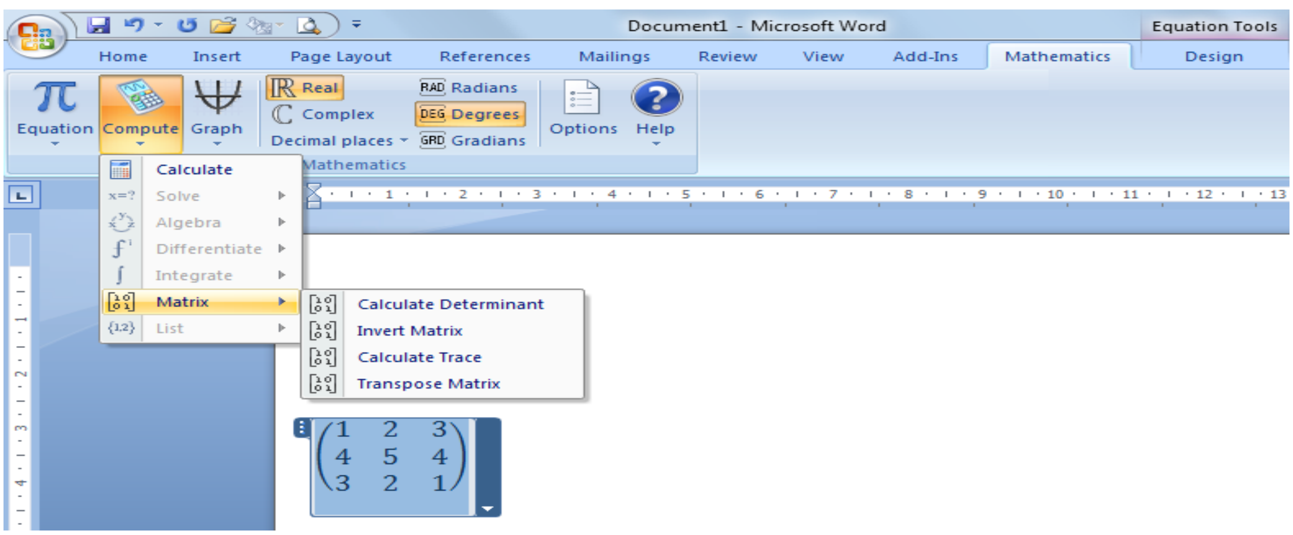
a. Ketik matriks ordo 3 x 3 dengan menggunakan fasilitas *Equation*
b. Klik **Mathematics** > **Equation** > **Insert New Equation**, sehingga muncul tampilan seperti berikut ini. Klik matriks 3 × 3, sehingga muncul tampilan seperti berikut.



Kemudian ketikkan bilangan-bilangan matriks pada tempatnya.

c. Untuk memberi tanda kurung, aktifkan hasil tadi, klik design klik braket matriks akan menjadi seperti ini $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

d. Blok matriks tersebut, pilih menu **Mathematics** > **Compute** > **Matrices** > **Calculate Determinant.** Menu ini juga akan muncul jika kita mengklik kanan pada matriks yang telah diblok.



e. Sehingga akan muncul hasil penghitungan determinan dari matriks tersebut, yaitu 8.

Menentukan invers suatu matriks

Tentukan invers matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

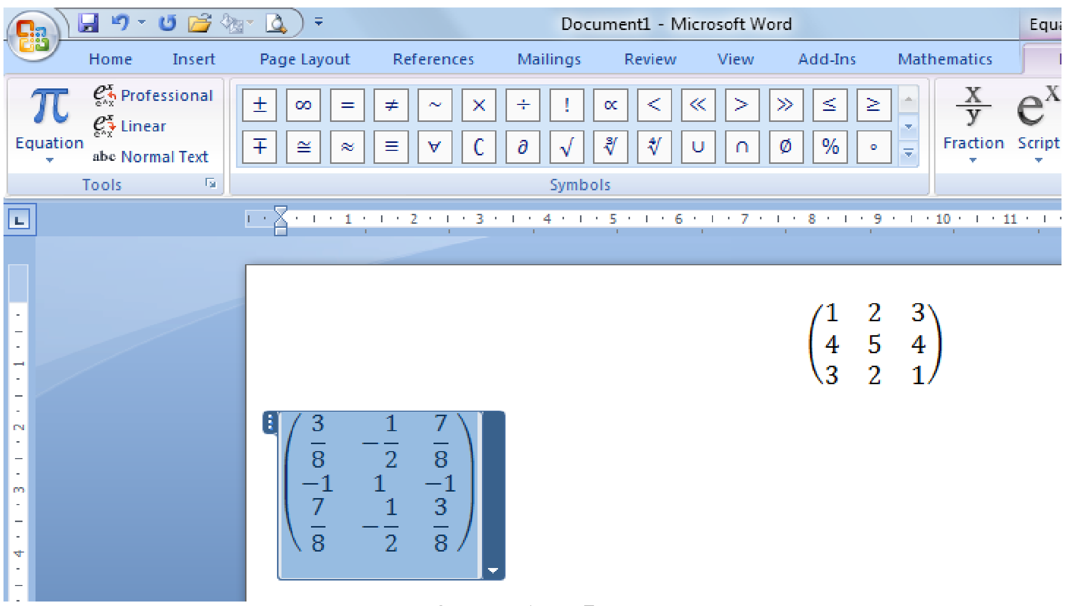
Cara menggunakan *Microsoft Mathematics Add-In*:

a. Ketik matriks ordo 3 x 3 dengan menggunakan fasilitas ***Equation***

Dan masukkan angka-angka pada matriks sebegai berikut $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b. Blok matriks tersebut, pilih menu ***Mathematics*** > ***Compute*** > ***Matrices*** > ***Invers Matrics***

c. Muncul tampilan *invers matriks sebagai berikut.*



d. Invers matriks yang dihasilkan adalah: $\begin{pmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{7}{8} \\ -1 & 1 & -1 \\ \frac{7}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$

Menentukan transpose matriks

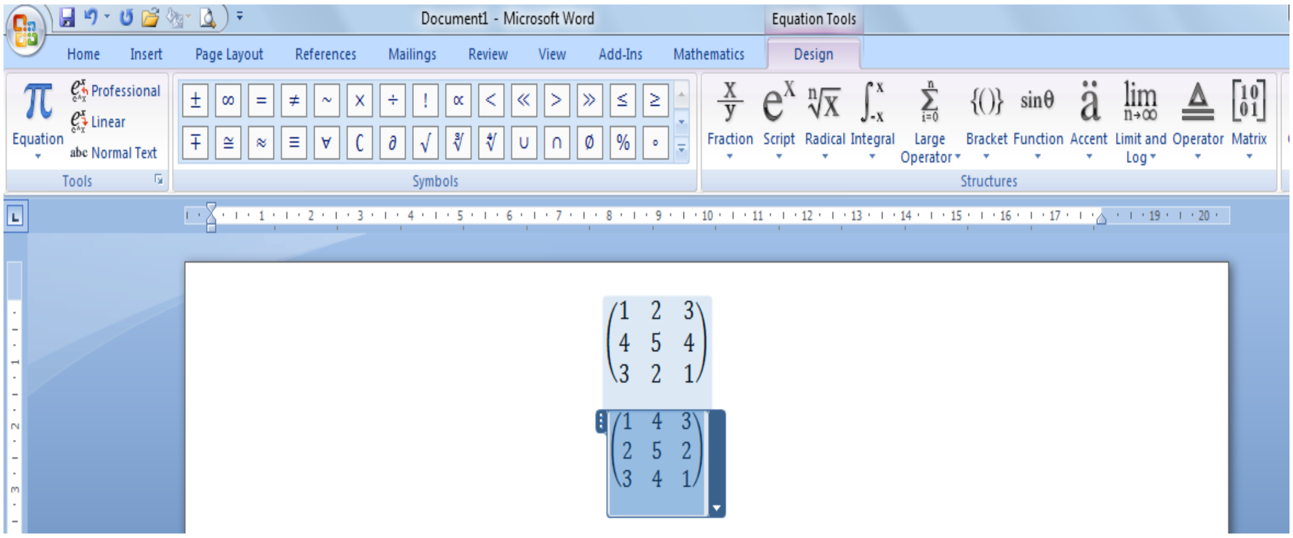
Tentukan Transpose matriks $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Cara menjawab menggunakan *Microsoft Mathematics Add-In*:

a. Ketik matriks ordo 3 x 3 dengan menggunakan fasilitas ***Equation*** dan masukkan angka-angka matriks berikut $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

b. Blok matriks tersebut, pilih menu ***Mathematics*** > ***Compute*** > ***Matrices*** > ***Transpose Matrics***

c. Hasil transpose akan muncul seperti berikut ini

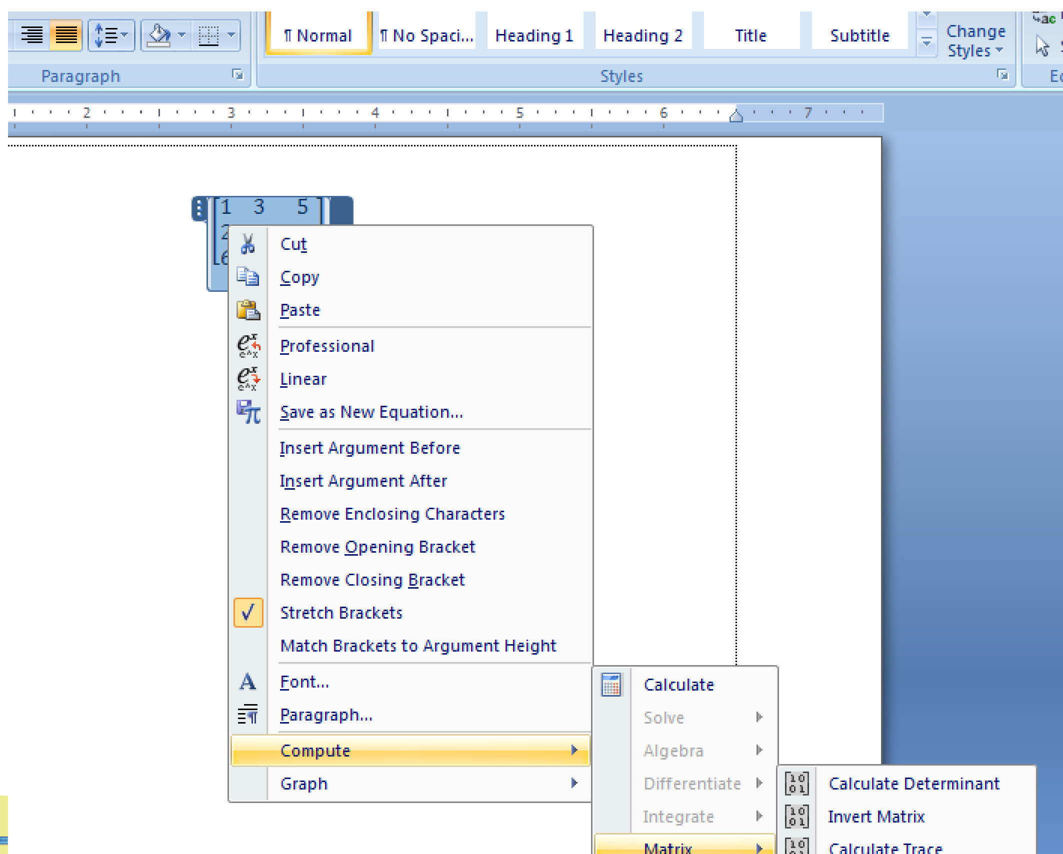


Cara lain menentukan transpose matriks, misalnya matriks berikut ini

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -1 \\ 6 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

a. Ketik matriks tersebut dengan *Mathematics Add-In.*

b. Blok lah matriks tersebut, klik kanan, **compute** > **matriks** > **transpose matriks** seperti tampilan berikut ini.



c. Diperoleh transpose dari matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -1 \\ 6 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

adalah $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & -6 \\ 5 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

DAFTAR PUSTAKA

Edi Purwanto, 2003. *TIK SMA Kelas X.* Surakarta: Yudistira

Nana Suarna, 2006. *TIK SMA Kelas XI.* Bandung: Irama Widya

Rudi Hidayat, 2006. *TIK SMA Kelas XII.* Jakarta: Erlangga.

Satriyo Soemantri Brodjonegoro, 2007. *Pedoman Sertifikasi Guru dalam Jabatan.* Jakarta: Dirjen Dikti.
Sudirman Arief, 1990. *Media Pendidikan, Pengembangan, dan Pemanfaatan.* Jakarta: Rajawali.

Tim Penulis Dirjen PMPTK, 2008. *Media Pembelajaran dan Sumber Belajar.* Jakarta: Depdiknas
Tim MGMP SMA. 2005. *Hand Out Matematika Kelas XI SMA.* Kulon Progo: Perdana.

Willa Adrian Soekotjo Loedji, 2006. *Matematika XI Bi Lingual.* Bandung: Irama Widya.

Wirodikromo, Sartono. 2005. *Matematika SMA Jilid XI.* Jakarta: Erlangga.

Wirodikromo, Sartono. 2004. *Matematika SMA Jilid XI.* Jakarta: Erlangga.

Wirodikromo, Sartono. 2002. *Matematika SMA Jilid 4.* Jakarta: Erlangga.

Yoko Rimy, 2007. *Pengembangan Alat Pembelajaran.* Yogyakarta: LPMP.

______, 2013. *Mathematics Add-In. D*iakses dari http://***microsoft-math-add****-in-for-word.****software****.inform* tanggal 26 April 2013.

Hendri Efendi, 2013. *Pengertian Pembelajaran Berbasis TIK.* Diakses dari http://haendzblog5.blogspot.co.id/2013/10/pengertian-pembelajaran-berbasis-tik.html tanggal 25 September 2015.

---

*) Giyarsih,
Pengawas Dinas Pendidikan Kabupaten Kulonprogo

Olimpiade Nasional
Inovasi Pembelajaran Matematika,
6 - 10 November 2015

ONIP Matematika 2015




Sendimat 3 Tahun 2015

Seminar Nasional Pendidkan
Matematika ke-3
11 - 12 November 2015