



KEMENTERIAN  
PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,  
RISET, DAN TEKNOLOGI



ZI - WBK

Edisi Nomor 44, Juli 2021

MEDIA KOMUNIKASI, EDUKASI, DAN INFORMASI PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

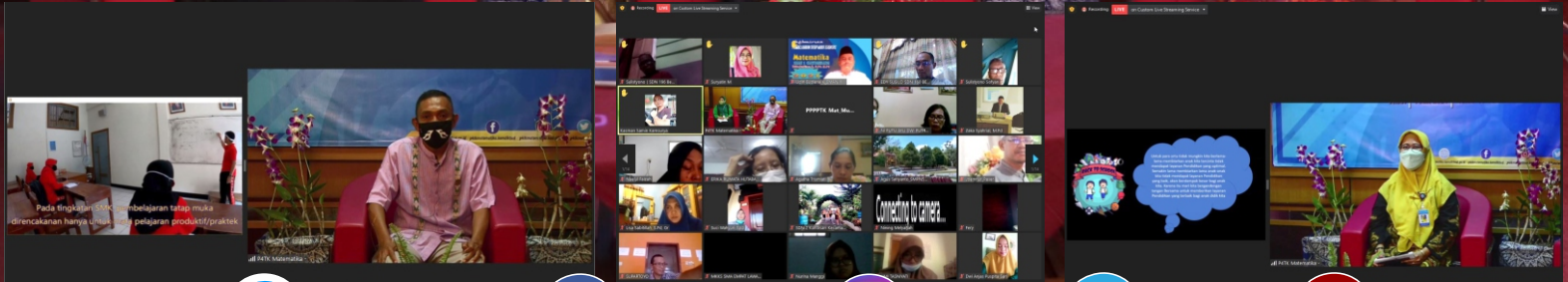
# LIMAS

## Jejak Matematika di dalam Bahasa

## Kemampuan Logika Berpikir Menuju Sukses Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) Numerasi Jenjang SD

## Rahasia Pembentukan Parabola dan Sifat Menarik yang Dimanfaatkan

## Pembelajaran Jarak Jauh Menggunakan Geogebra Class



[p4tkmatematika.kemdikbud.go.id](http://p4tkmatematika.kemdikbud.go.id) [p4tkmatematika.kemdikbud](https://www.facebook.com/p4tkmatematika.kemdikbud) [p4tkmatematika.kemdikbud](https://www.instagram.com/p4tkmatematika.kemdikbud) [p4tkmatematika](https://twitter.com/p4tkmatematika) [p4tkmatematika](https://www.youtube.com/p4tkmatematika) [p4tkmatematika](https://www.youtube.com/p4tkmatematika) [kemdikbud](https://www.youtube.com/p4tkmatematika)

IZIN TERBIT : No.2426/SK/Ditjen PPG/STT/1998



1829-5657

ISSN 1829-5657

### Pengarah

Plt. Kepala PPPPTK Matematika  
Hari Suryanto, S.IP., MPA.

### Penanggung Jawab

Harwasono, S.Kom., MM.

### Redaktur

Rina Kusumayanti, S.Sos.

### Editor

Dra. Th. Widyantini, M.Si.  
Agus Dwi Wibawa, S.Pd., M.Si.  
Rumiati, M.Ed.  
Arfianti Lababa, S.Pd. M.Pd.  
Fadjar Noer Hidayat, S.Si., M.Ed.  
Jakim Wiyoto, S.Si.  
Yudom Rudianto, M.Pd.


### Sekretariat


Cahyo Sasongko, S.Sn.  
Resti Utaminingsih, S.E.  
Supriyadi

## ALAMAT REDAKSI

### PPPPTK Matematika Yogyakarta

Jl. Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman,  
D.I.Yogyakarta

 : (0274) 885725, 881717

 : (0274) 885752

 : p4tkmatematika.kemdikbud.go.id

 : limas.p4tkmatematika@gmail.com

Diterbitkan : Pusat Pengembangan dan  
Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga  
Kependidikan Matematika

Izin terbit :

No. 2426/Ditjen  
PPG/STT/1998

## DARI REDAKSI

Redaksi menerima tulisan atau artikel dari pembaca. Artikel yang dimuat akan mendapatkan imbalan sepantasnya, sedangkan yang tidak dimuat akan dikembalikan ke penulis. Redaksi berhak memperbaiki naskah yang akan dimuat tanpa mengubah makna/isi. Kritik atau saran dikirim langsung ke redaksi **LIMAS**



## Salam Redaksi

Assalamualaikum wr wb

Syukur Alhamdulillah, Buletin LIMAS Edisi Juli 2021 No 44 dapat kami selesaikan dengan baik. Redaksi menyampaikan apresiasi yang tinggi kepada semua penulis yang telah berpartisipasi membagi pengetahuannya melalui Buletin LIMAS, namun tidak semua tulisan dapat kami terbitkan dikarenakan keterbatasan halaman dan juga berdasarkan proses seleksi dari tim kami. Meski demikian, kami harapkan tulisan yang diterbitkan pada edisi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan bagi para pembaca sekalian. Kami tetap menunggu partisipasi dari semua khalayak untuk mengirimkan tulisan dengan tema yang terkait dunia matematika dan pendidikan matematika ke Buletin LIMAS. Saran dan kritik untuk menjadikan LIMAS lebih baik lagi kedepan tetap kami nantikan dari Anda semua.

Terima kasih.

Sampul Depan

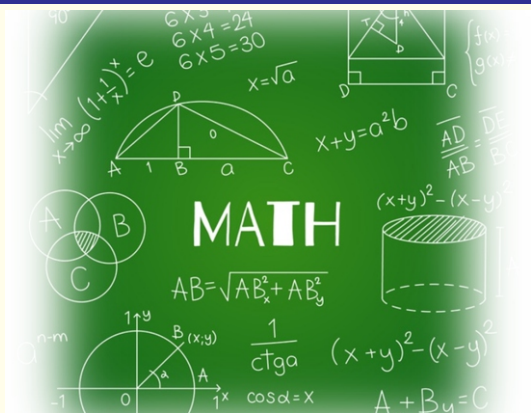




# DAFTAR ISI



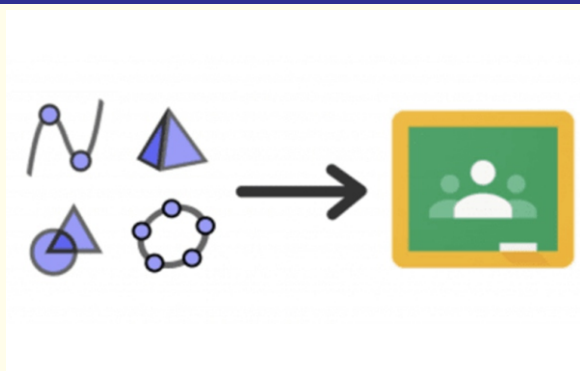
## 2 Jejak Matematika di dalam Bahasa



## 6 Kemampuan Logika Berpikir Menuju Sukses Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) Numerasi Jenjang SD

## 10 Rahasia Pembentukan Parabola dan Sifat Menarik yang Dimanfaatkan

## 19 Pembelajaran Jarak Jauh Menggunakan Geogebra Class



## 29 Pemanfaatan Media *Phet Interactive Simulations* Dalam Menemukan Konsep Keliling dan Luas Bangun Datar

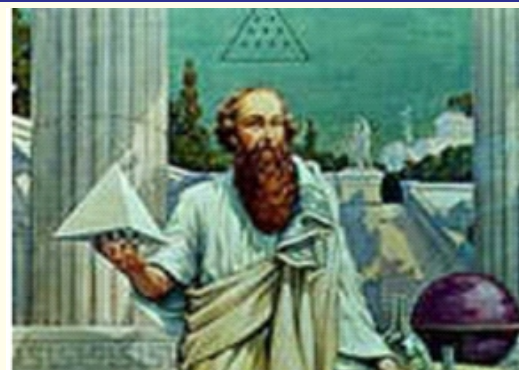
## 36 Berlatih Perkalian dengan *Game Online Perkalian Scratch*

## 42 Belajar Sambil Bermain Dengan *Google Spreadsheets*



## 51 Taksonomi Pengetahuan Siswa SMP Dalam Pemecahan Masalah Soal Cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## 57 Mencermati Pola Bilangan Pada Tripel Pythagoras



## 68 Bermain-main Dengan Teori Graf Untuk Siswa Sekolah Dasar

# Jejak Matematika di dalam Bahasa

Sumber gambar:  
<https://www.freepik.com/>

\*) Puji Iryanti

Banyak orang berpikir tidak ada hubungan antara Bahasa dengan Matematika. Kenyataannya, itu tidak benar. Untuk mengomunikasikan gagasan matematika, Bahasa menjadi media yang sangat penting. Ketika kita mempelajari suatu Bahasa, kita sering menggunakan aturan atau logika yang digunakan pada matematika. Anda tidak percaya? Penjelasan berikut ini akan memperlihatkan bukti-bukti yang mendukung.

## Matematika dalam penamaan bilangan

Salah satu bangsa yang “senang matematika” adalah bangsa Perancis. Ini diperlihatkan dari penamaan bilangannya dengan menerapkan operasi matematika. Mungkin orang Perancis sendiri sebagai penutur asli tidak memperhatikannya karena memang nama bilangan itu sudah seperti itu sejak mereka mengenalnya. Namun, nama-nama bilangan dalam Bahasa Perancis sangat menarik bagi mereka yang mempelajari Bahasa Perancis dan mempunyai minat dalam bidang matematika.

Berbeda dengan Bahasa lain yang nama bilangannya langsung bilangan itu sendiri, nama beberapa bilangan dalam Bahasa Perancis menggunakan operasi bilangan.

Bilangan	Nama bilangan dalam bahasa		
	Indonesia	Inggris	Perancis
1	satu	one	un
2	dua	two	deux
3	tiga	three	trois
4	empat	four	quatre
5	lima	five	cing
6	enam	six	six

Bilangan	Nama bilangan dalam bahasa		
	Indonesia	Inggris	Perancis
7	tujuh	seven	sept
8	delapan	eight	huit
9	sembilan	nine	neuf
10	sepuluh	ten	dix
11	sebelas	eleven	onze
12	dua belas	twelve	douze
13	tiga belas	thirteen	treize
14	empat belas	fourteen	quatorze
15	lima belas	fifteen	quinze
16	enam belas	sixteen	seize
17	tujuh belas	seventeen	dix sept
18	delapan belas	eighteen	dix huit
19	sembilan belas	nineteen	dix neuf
20	dua puluh	twenty	vingt

Pada tabel di atas terlihat nama-nama bilangan dari 1 sampai bilangan 10 dalam Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris dan Bahasa Perancis semuanya unik. Selanjutnya untuk belasan, mulai dari sebelas (11) sampai dengan sembilan belas (19), nama-nama bilangan dalam Bahasa



Indonesia mengikuti aturan “bilangan satuan ditambah akhiran belas”. Perkecualian aturan ini, bilangan 11 dinamakan sebelas bukan satu belas. Sebelas artinya satu dan sepuluh. Dua belas artinya dua dan sepuluh dan seterusnya sampai dengan sembilan belas.

Dalam Bahasa Inggris, bilangan 11 dan 12 memiliki nama yang unik dalam arti tidak mengikuti pola penamaan. Mulai dari 13 sampai dengan 19 penamaan bilangan mengikuti pola dengan menggunakan akhiran “teen”. *Thirteen* artinya “*three and teen*” atau “tiga dan sepuluh”, *fourteen* artinya “*four and teen*” atau “empat dan sepuluh”. Pola ini berlaku sampai dengan *nineteen* yang artinya “*nine and teen*” atau “sembilan dan sepuluh”.

Selanjutnya penamaan bilangan di atas 20 sampai dengan 99 dalam Bahasa Indonesia dan Bahasa Inggris menggunakan aturan penamaan yang mudah dipahami yaitu menggunakan basis bilangan puluhan ditambah satuan.

Berbeda dengan penamaan bilangan dalam Bahasa Indonesia dan Bahasa Inggris, penamaan bilangan dalam Bahasa Perancis relatif unik. Keunikan ini dikarenakan beberapa bilangan memiliki nama menggunakan operasi penjumlahan dan perkalian. Bilangan dari 1 sampai dengan 100 yang menggunakan operasi bilangan antara lain tujuh belas (17), delapan belas (18), sembilan belas (19), dan tujuh puluh (70) sampai dengan sembilan puluh sembilan (99).

Bilangan tujuh belas (17) ditulis “*dix sept*” dibunyikan “diset”. Dilihat maknanya, “*dix*” adalah sepuluh dan “*sept*” adalah tujuh. Jadi, “*dix sept*” adalah “sepuluh dengan tujuh” atau dengan kata lain “sepuluh ditambah tujuh”. Demikian pula bilangan 18 yang ditulis “*dix huit*” diucapkan “disuit” artinya sepuluh dengan delapan. Bilangan 19 yang ditulis “*dix neuf*” dibunyikan “disnef” artinya sepuluh dan sembilan.

Nama bilangan tujuh puluh (70) sampai delapan puluh (80) menggunakan “jembatan” bilangan enam puluh (60). Nama bilangan 60 di dalam Bahasa Perancis adalah “*soixante*” diucapkan “soasong”.

Bilangan tujuh puluh (70) ditulis “*soixante dix*” dibunyikan “soasong dis” artinya enam puluh dan sepuluh karena “*soixante*” adalah enam puluh dan “*dix*” adalah sepuluh. Ini berbeda dengan Bahasa Indonesia dan Bahasa Inggris di mana bilangan 70 punya nama langsung. Dalam Bahasa Indonesia bilangan 70 namanya “tujuh puluh” dan dalam Bahasa Inggris namanya “seventy”.

Selanjutnya bilangan 71 dalam Bahasa Perancis ditulis “*soixante et onze*” diucapkan “soasongte ongz” makna harfiahnya enam puluh dan sebelas. Demikian pula bilangan 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, dan 79 yang berturut-turut ditulis sebagai “*soixante douze*”, *soixante treize*”, *soixante quatorze*”, *soixante quinze*”, *soixante seize*”, *soixante dix sept*”, *soixante dix huit*”, dan *soixante dix neuf*” dengan makna harfiah berturut-turut “enam puluh dan dua belas”, “enam puluh dan tiga belas”, “enam puluh dan empat belas”, “enam puluh dan lima belas”, “enam puluh dan tujuh belas”, “enam puluh dan delapan belas”, dan “enam puluh dan sembilan belas”.

Nama bilangan 80 dalam Bahasa Perancis adalah “*quatre vingts*” diucapkan “katro vang” yang memiliki makna harfiah “empat dua puluh” atau “empat kali dua puluh”. Bilangan 80 ini menjadi perantara atau “jembatan” penamaan bilangan sampai dengan 99.

Bilangan 81 sampai dengan 99 memiliki nama yang merupakan operasi perkalian dan penjumlahan dengan menggunakan “jembatan” bilangan 80. Berdasarkan aturan itu maka nama-nama bilangan 81 sampai dengan 99 adalah sebagai berikut.

- 81 = 80 + 1 dinamakan “quatre vingt un” diucapkan “katro vangt ang” bermakna “empat kali dua puluh tambah satu”.
- 82 = 80 + 2 dinamakan “quatre vingt deux” diucapkan “katro vang de” bermakna “empat kali dua puluh tambah dua”.
- 90 = 80 + 10 dinamakan “quatre vingt dix”, diucapkan “katro vang dis” dan memiliki makna “empat kali dua puluh ditambah sepuluh”.
- 97 = 80 + 10 + 7 dinamakan “quatre vingt dix sept”, diucapkan “katro vang diset” dan memiliki makna “empat kali dua puluh ditambah sepuluh ditambah tujuh”.
- 98 = 80 + 10 + 8 dinamakan “quatre vingt dix huit”, diucapkan “katro vang disuit” dan memiliki makna “empat kali dua puluh ditambah sepuluh ditambah delapan”.
- 99 = 80 + 10 + 9 dinamakan “quatre vingt dix neuf”, diucapkan “katro vang disnef” dan memiliki makna “empat kali dua puluh ditambah sepuluh ditambah sembilan”.

### Pola di dalam pengucapan Bahasa Inggris

Pemahaman tentang pola, dan perkecualian sangat penting dalam mempelajari pengucapan kata dalam Bahasa Inggris. Salah satu hal yang menarik adalah pengucapan kata-kata yang memuat huruf “g”. Menurut Oxford Dictionary, huruf “g” dalam Bahasa Inggris diucapkan “dʒi:”. Namun demikian, tidak semua huruf “g” di dalam kata dibunyikan “dʒi:”. Terlihat ada pola di mana bunyi huruf “g” di dalam kata akan berbeda-beda.

Huruf “g” di depan kata tidak selalu dibunyikan “dʒi:”. Ada huruf “g” di depan kata dibunyikan “g”

seperti kata “grade” diucapkan “greɪd”. Kata “grammar” diucapkan “gramə”. Kata “grand” diucapkan “grænd”. Kata “god” diucapkan “gɒd”. Kata “good” diucapkan “gʊd”.

Seperti apa kata yang memuat huruf “g” di depan kata dibunyikan “dʒi:”? Kata-kata yang memiliki pola susunan huruf “gen” di depan memiliki pola pengucapan “g” sebagai “dʒi:”. Kata “general” diucapkan “dʒɛn(ə)r(ə)l”, “generator” diucapkan “dʒɛnəreɪtə”, kata “gender” diucapkan “dʒɛndə”, dan kata “generation” dibunyikan “dʒɛnə'reɪʃ(ə)n”.

Kata-kata yang memuat huruf “g” dengan susunan huruf “ngo” pada akhir kalimat seperti “mango”, “Kongo”, dan “tango” memiliki pola pengucapan “g” yang sama yaitu diucapkan sebagai “maŋgəʊ” (manggou), “kɒŋgəʊ” (kaonggou), dan “taŋgəʊ” (tanggou).

Kata-kata “baggage” dan “luggage” memiliki susunan yang mirip dan pola pengucapan “g” yang sama. Kata-kata itu diucapkan “bagɪdʒ” dan “lʌgɪdʒ”. Demikian juga kata-kata “message”, “cabbage”, dan “garage” memiliki pola pengucapan yang sama untuk “g” di belakang kata. Masing-masing kata berturut-turut diucapkan sebagai “mesɪdʒ”, “kabɪdʒ”, dan “gɑ:ɹɑ:(d)ʒ, 'gɑ:ɹɑ:(d)ʒ, gə'ra:ʒ”.

Kata “danger” diucapkan “dem(d)ʒə”. Kita harus hati-hati ketika mengucapkan kata “anger” yang walaupun kelihatan mirip dengan kata “danger” tetapi tidak memiliki pola pengucapan yang sama. Kata “anger” diucapkan sebagai “aŋgə” **bukan** “em(d)ʒə”. Kata yang memiliki pola pengucapan “g” yang sama dengan kata “anger” adalah kata “finger” yang diucapkan “fɪŋgə”.

Pola pengucapan “g” pada kata “anger” ternyata sama dengan pengucapan “g” pada kata “angle”. Kata “angle” dan “angel” adalah dua kata yang kelihatan mirip tetapi pengucapannya berbeda. Pengucapan dua kata itu berturut-turut adalah “aŋg(ə)l” dan “em(d)ʒ(ə)l”.



Kata-kata yang memuat huruf “g” di belakang seperti “leg”, “log”, “fog”, “frog”, dan “flag” memiliki pola pengucapan yang sama dan berturut-turut diucapkan “lɛg”, “lɒg”, “fɒg”, “frɒg”, dan “flæɡ”. Kata “leggings” yang berasal dari kata “leg” diucapkan “lɛɡɪŋz”. Kata “login” dan “logout” yang berasal dari kata “log” berturut-turut diucapkan “lɒɡɪn” dan “lɒɡaʊt”.

Kata yang memiliki huruf “g” di tengah tetapi tetap diucapkan dengan “g” adalah “target” diucapkan “tɑːɡɪt” dan “bargain” diucapkan “bɑːɡɪn”. Selanjutnya ada kata yang memiliki huruf “g” di tengah tetapi tidak diucapkan contohnya kata “high” yang diucapkan “haɪ”.

### **Menggunakan matematika dalam mempelajari bahasa**

Pola merupakan bagian penting yang dipelajari dalam matematika. Sebagai contoh barisan bilangan 2, 5, 8, 11, 14, ... . Suku pertama 2, suku kedua 5, suku ketiga 8, dan seterusnya. Terlihat bahwa beda antar suku adalah 3. Dikatakan bahwa pola suatu suku ke suku berikutnya adalah naik 3.

Penerapan pola juga ada pada Bahasa antara lain dalam penamaan bilangan dan pengucapan kata. Pada Bahasa Indonesia dan Inggris, penamaan bilangannya mengikuti pola yang mudah dipahami. Pola yang digunakan dalam Bahasa Perancis tentang penamaan bilangan agak berbeda karena banyak berkaitan dengan operasi bilangan penjumlahan dan perkalian.

Pada Bahasa Inggris, pengucapan beberapa kata yang mirip memiliki pola yang sama contohnya kata “mango”, “tango”, dan “mango”. Namun demikian, kita juga mengamati ada perkecualian yang tidak mengikuti pola dalam pengucapan kata-kata tertentu contohnya “anger” dan “danger”. Pada matematika, perkecualian juga ada. Fungsi  $f(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{x+3}$  akan memiliki nilai untuk  $x \in R$  dengan syarat  $x \neq -3$ . Ini berarti ada perkecualian karena bila  $x = -3$  akan terjadi pembagian dengan nol yang tidak didefinisikan (*undefined*). Pada matematika perkecualian umumnya diberlakukan apabila terjadi ketidakkonsistenan dengan definisi. Pada Bahasa, perkecualian pengucapan harus dipahami dan diingat. Pemahaman tentang pola dan perkecualian ini akan memudahkan kita ketika mempelajari suatu Bahasa

---

\*) Dra. Puji Iryanti, M.Sc.Ed.  
Widyaiswara PPPPTK Matematika

# Kemampuan Logika Berpikir Menuju Sukses Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) Numerasi Jenjang SD



<https://pngimage.net>

\*) Geraldine Naomi Febrina Massie

Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) adalah salah satu bagian dari Asesmen Nasional pengganti Ujian Nasional. AKM dilaksanakan dari jenjang SD hingga SMA yaitu pada kelas 5, 8, dan 11. Kompetensi minimum adalah kompetensi dasar yang dibutuhkan siswa untuk bisa belajar, apapun materinya dan apapun mata pelajarannya. AKM tentunya merupakan hal baru bagi setiap sekolah saat ini, oleh karena itu, untuk dapat sukses dan berhasil dalam mengikuti AKM, maka sekolah dan unsur-unsur yang terkait harus mempersiapkan diri dengan baik.

Salah satu materi pada AKM adalah numerasi. Pada materi numerasi ini, siswa akan dihadapkan dengan soal-soal yang lebih menekankan kepada logika berpikir, tak terkecuali bagi siswa sekolah dasar yang kemampuan logika berpikirnya masih dalam proses pembentukan. Hal ini tentunya merupakan tantangan tersendiri khususnya bagi guru-guru sekolah dasar untuk menumbuhkan kemampuan logika berpikir para siswanya. Hal ini tidak terlepas dari fakta bahwa numerasi merupakan tes pada AKM yang berkaitan dengan kemampuan matematika siswa yang telah diperoleh siswa dari kelas 1 hingga kelas 4 SD akan diujikan saat tes AKM numerasi ini saat siswa berada di kelas 5 SD.

Lalu, strategi apa yang harus dilakukan sekolah agar sukses AKM numerasi? Seperti yang telah kita ketahui bersama, kemampuan matematika siswa tidak akan berkembang tanpa adanya latihan soal secara terus-menerus. Jenis soal yang akan diujikan pada tes AKM numerasi sendiri lebih menekankan kepada logika berpikir siswa sehingga menjadi tantangan tersendiri bagi setiap sekolah. Sekolah mau tidak mau harus siap mengantar siswanya untuk mampu mengerjakan soal-soal AKM numerasi. Sekolah harus mulai membiasakan siswanya untuk mengenal jenis-jenis soal AKM numerasi dalam pembelajaran matematika di kelas.

Pemahaman guru terhadap proses berpikir siswa sangat membantu dalam pembelajaran matematika. Hal ini diharapkan agar pada proses pembelajaran, guru selalu memperhatikan kemampuan berpikir matematika siswa, juga memperhatikan pemilihan penggunaan strategi, media dan materi pembelajaran, agar tercapai hasil yang maksimal dari proses pembelajaran tersebut. Menggunakan logika berpikir juga tidak akan berkembang dengan maksimal jika tidak dilatih secara terus-menerus, karena setiap soal akan memiliki logika yang berbeda-beda dalam langkah penyelesaiannya. Jika siswa hanya diberi soal-soal dengan logika berpikir yang sama, maka siswa akan mengalami kesulitan ketika mendapatkan soal



dengan logika berpikir yang berbeda dan menyebabkan logika berpikir siswa tidak akan berkembang ke logika berpikir ke level yang lebih tinggi.

Peran guru sangatlah penting dalam mengembangkan logika berpikir siswa, kemampuan guru dalam menyajikan soal-soal dengan penyelesaian yang melibatkan logika berpikir, tidak hanya sekedar soal-soal tertutup yang hanya bersifat hafalan terhadap rumus-rumus matematika tertentu sangat dibutuhkan dalam proses pembelajaran. Untuk dapat menyajikan soal yang sesuai, tentunya guru harus banyak belajar untuk membuat soal yang berbeda dari biasanya, yaitu keluar dari zona nyaman guru yang terbiasa membuat soal yang hanya bersifat hafalan seperti  $1 + 1 = 2$  atau  $5 \times 5 = 25$ . Ketika guru mampu membuat soal-soal yang akan melatih logika berpikir siswa, maka matematika diharapkan tidak lagi menjadi mata pelajaran yang sulit dan menakutkan bagi siswa namun akan menjadi mata pelajaran yang tentunya mudah sekaligus menyenangkan. Berbagai bentuk soal dalam tes AKM numerasi ini adalah:

- 1) Bentuk soal pilihan ganda  
Pada bentuk soal pilihan ganda ini akan tersedia beberapa pilihan jawaban yang hanya terdapat satu jawaban yang paling tepat dari beberapa pilihan yang diberikan
- 2) Pilihan ganda kompleks  
Berbeda dari soal pilihan ganda pada umumnya, pada soal dalam bentuk pilihan ganda kompleks akan tersedia beberapa pilihan jawaban dan ada lebih dari satu jawaban yang tepat sesuai dengan soal
- 3) Uraian tertutup  
Pada bentuk soal uraian tertutup hanya ada satu jawaban yang tepat yang dapat langsung dijawab oleh siswa
- 4) Uraian  
Pada bentuk soal uraian ada banyak penyelesaian yang dapat dilakukan siswa untuk menuju satu jawaban yang tepat
- 5) Benar – Salah  
Pada bentuk soal benar – salah terdapat beberapa pernyataan yang disajikan dan siswa harus menentukan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut

Berdasarkan berbagai bentuk soal AKM numerasi tersebut, guru harus mampu untuk membuat soal

dengan berbagai bentuk. Jika selama ini soal-soal yang diberikan kepada siswa hanya berbentuk pilihan ganda dan uraian tertutup saja, maka guru harus mencoba untuk belajar dan menguasai tipe soal dengan bentuk lainnya, selain bermanfaat untuk meningkatkan kemampuan guru, hal ini juga akan bermanfaat untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan berbagai jenis soal.






Berikut ini adalah contoh soal AKM numerasi beserta dengan penyelesaiannya dalam berbagai bentuk soal:

### 1. Bentuk Soal : Pilihan Ganda Kompleks

Perhatikan gambar kartu-kartu berisi bilangan berikut!



Bimo ingin mengambil beberapa kartu bilangan yang memiliki nilai angka puluhan lebih dari 3. Kartu-kartu mana saja yang dapat diambil oleh Bimo?

- A.  B.  C. 
- D.  E. 

#### Penyelesaian Contoh 1:

Soal tersebut berbentuk pilihan ganda kompleks, sehingga ada lebih dari satu jawaban yang tepat. Pada soal tersebut, bilangan-bilangan yang terdapat pada kartu bilangan merupakan bilangan yang terdiri dari 3 angka yang merupakan bilangan ratusan. Pada bilangan ratusan terdiri dari 3 nilai angka yaitu angka paling depan merupakan ratusan, angka tengah merupakan puluhan dan angka paling belakang merupakan satuan, contoh pada bilangan 345, angka 3 merupakan ratusan,

angka 4 merupakan puluhan, dan angka 5 merupakan satuan. Bimo ingin mengambil kartu bilangan yang nilai angka puluhan lebih besar dari 3, maka Bimo harus melihat kartu bilangan dan memperhatikan bilangan yang berada di tengah pada semua kartu bilangan yang menunjukkan bilangan lebih dari 3 yang terdapat pada kartu bilangan berbentuk lingkaran dengan bilangan 245, persegi panjang dengan bilangan 378, dan segitiga dengan bilangan 967, sehingga terdapat 3 pilihan jawaban yang tepat yaitu A, C, dan D.

**2. Bentuk Soal : Uraian**

Perhatikan gambar bus-bus berikut!



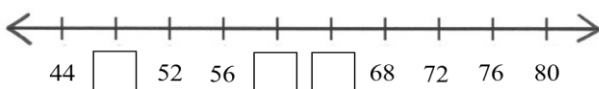
Jika Fandi ingin mengecat gambar bus warna abu-abu menjadi warna kuning sehingga banyaknya gambar bus berwarna kuning menjadi  $\frac{1}{3}$  bagian dari banyak gambar bus secara keseluruhan, maka berapa banyak gambar bus tambahan yang harus dicat oleh Fandi?

**Penyelesaian Contoh 2:**

Soal tersebut berbentuk uraian, sehingga ada banyak cara penyelesaian untuk menuju satu jawaban yang tepat. Jumlah seluruh gambar bus adalah 18, sehingga  $\frac{1}{3}$  bagian dari seluruh gambar bus adalah  $\frac{1}{3} \times 18 = 6$ . Terdapat 3 gambar bus yang berwarna kuning, sehingga jika Fandi ingin banyak bus berwarna kuning menjadi 6 maka Fandi harus mengecat 3 gambar bus abu-abu dengan warna kuning.

**3. Bentuk Soal : Pilihan Ganda**

Perhatikan garis bilangan berikut!



Bilangan yang terdapat pada  $\square$  berturut-turut dari kiri ke kanan adalah ...

- A. 45, 57, 58
- B. 48, 60, 64
- C. 42, 58, 60
- D. 45, 60, 67

**Penyelesaian Contoh 3 :**

Soal tersebut berbentuk pilihan ganda, sehingga hanya ada satu jawaban tepat dari pilihan jawaban yang tersedia. Ambil 2 pasang bilangan berurutan pada garis bilangan, kemudian cari selisihnya. Misal:  $56 - 52 = 4$  dan  $80 - 76 = 4$ . Berdasarkan hasil tersebut dapat diketahui bahwa pola bilangan pada garis bilangan dari kiri adalah bertambah 4 sehingga bilangan pada  $\square$  berturut-turut dari kiri ke kanan adalah 48, 50, 64 (B).

**4. Bentuk Soal : Benar – Salah**

Fina mempunyai celengan berbentuk prisma segienam.

Pilih “Benar” atau “Salah” untuk setiap pernyataan berikut!

Pernyataan	Benar	Salah
Celengan Fina memiliki enam buah sisi		
Terdapat enam buah sisi berbentuk persegi panjang pada celengan Fina		

**Penyelesaian Contoh 4 :**

Pernyataan pertama “Salah”, karena prisma segienam memiliki delapan buah sisi.

Pernyataan kedua “Benar”, karena pada prisma segienam terdiri dari enam buah sisi berbentuk persegi panjang yang merupakan selimut atau sisi-sisi tegaknya, dan dua buah sisi berbentuk segienam yang merupakan alas dan tutupnya.

Melalui beberapa contoh soal AKM numerasi dalam berbagai bentuk soal tersebut, diharapkan guru dapat memiliki gambaran yang jelas mengenai jenis dan bentuk soal AKM numerasi yang harus dibuat guru sebagai persiapan menuju sukses AKM numerasi. Sudah seharusnya guru mengembangkan kemampuan pembuatan soal menjadi soal-soal yang berkualitas dan dapat melatih logika berpikir siswa, tidak hanya soal-soal yang bersifat hafalan terhadap rumus-rumus matematika yang hanya akan diingat ketika siswa dipaksa untuk mengerjakan. Melalui soal yang menuntut kemampuan logika berpikir, akan sangat bermanfaat bagi siswa dalam menyelesaikan masalah,



tidak hanya masalah yang berkaitan dengan matematika saja melainkan juga masalah-masalah lain yang ditemukan dalam proses pembelajaran.

Salah satu cara yang dapat dilakukan menuju sukses AKM numerasi SD adalah latihan soal dengan berbagai jenis soal yang akan melatih kemampuan siswa dalam berpikir logis yang sangat penting untuk melatih kemampuan logika berpikir siswa. Cara yang dapat dilakukan guru adalah sebagai berikut:

- 1) Membuat soal-soal AKM numerasi, guru membuat soal-soal yang berkaitan dengan soal AKM numerasi secara mandiri dari level yang paling mudah (dengan logika berpikir yang paling mudah dimengerti). Guru dapat melakukan ATM (Amati Tiru dan Modifikasi) dari soal-soal pada berbagai sumber yang tersedia.
- 2) Peran rekan sejawat, guru berkolaborasi dengan rekan sejawatnya untuk memeriksa soal yang telah dibuatnya untuk memastikan tingkat kesulitan setiap soal yang dibuat.
- 3) Soal yang telah siap kemudian diberikan kepada siswa untuk dikerjakan sebagai *pre-test* yaitu siswa mengerjakan sebisanya dari soal yang diberikan oleh guru.
- 4) Pembahasan logika berpikir penyelesaian soal, setelah semua siswa menyelesaikan soal *pre-test* yang diberikan guru kemudian guru bersama dengan siswa membahas logika berpikir penyelesaian soal dan memastikan semua siswa memahaminya.
- 5) Setelah pembahasan selesai dan siswa dipastikan mengerti logika berpikir penyelesaiannya, guru memberikan jenis soal yang sama logika berpikirnya untuk dikerjakan siswa sebagai *post-test*.

Lakukan kelima langkah tersebut secara terus-menerus dengan level kesulitan logika berpikir yang terus meningkat. Jika guru dapat melakukan kelima

cara tersebut secara konsisten, maka sukses AKM numerasi pasti akan tercapai.

Sebagai penutup, AKM numerasi merupakan tes yang harus dihadapi oleh semua sekolah di Indonesia, sehingga sekolah harus berupaya semaksimal mungkin untuk keberhasilan pelaksanaan tes tersebut. Salah satu cara yang dapat dilakukan oleh sekolah khususnya guru yaitu kemauan guru keluar dari zona nyaman untuk mengembangkan kemampuannya dalam membuat soal yang dalam penyelesaiannya membutuhkan kemampuan logika berpikir siswa dalam berbagai bentuk. Saling membantu antara rekan sejawat dan konsisten dalam memberikan latihan-latihan soal kepada siswa akan menjadi faktor pendukung yang sangat penting untuk keberhasilan AKM numerasi.

Akhir kata, semangat dan ayo bersama-sama, sukseskan AKM numerasi!

#### Daftar Pustaka

- Henri, Kumi. 2020. *Persiapkan Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) Menuju Sekolah Berkualitas* di <http://ditpsd.kemdikbud.go.id/artikel/detail/persiapkan-asesmen-kompetensi-minimum-akm-menuju-sekolah-berkualitas> (diakses 1 April 2021 pukul 15:27)
- Pane, Liska Y., dkk. 2013. *Proses Berpikir Logis Siswa Sekolah Dasar Bertipe Kecerdasan Logis Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika*. Edu Sains : Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember [internet]. [diakses 1 April 2021 pukul 16:19]; 2(2) : 15 – 16. Tersedia pada: <https://www.neliti.com/id/publications/58918/proses-berpikir-logis-siswa-sekolah-dasar-bertipe-kecerdasan-logis-matematis-dal>.

---

\* ) Geraldine Naomi Febrina Massie  
Guru SD Kristen Krista Citra Parakan, Kabupaten Temanggung, Jawa Tengah

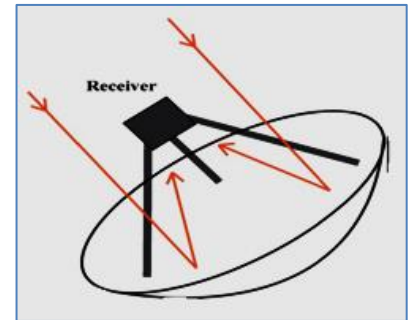
# Rahasia Pembentukan Parabola dan Sifat Menarik yang Dimanfaatkan

Gambar: <https://serangnews.pikiran-rakyat.com>

\*) Sigit Tri Guntoro

## A. Pengantar

Pernahkah Anda melihat antena parabola? Tentu sebagian besar orang pernah melihat antena parabola. Antena ini dapat ditemukan di banyak tempat, dari daerah terpencil, perumahan, gedung-gedung bahkan rumah kita sendiri terkadang memiliki antena parabola. Pernahkah Anda mencermati letak *receiver*-nya? Tentu mustahil jika posisi *receiver* diletakkan sembarang, pasti ada kaitannya dengan bentuk parabola. Pada kenyataannya posisi *receiver* antena parabola ini diletakkan pada posisi tertentu, dimana posisi ini ternyata merupakan bagian dari sifat parabola yang sering dibahas dalam pelajaran matematika. Sebenarnya penamaan yang tepat untuk bentuk geometri antena di atas adalah paraboloida yaitu berkas parabola yang diputar pada sumbunya. Namun karena sudah menjadi nama umum maka penyebutannya tetap parabola.

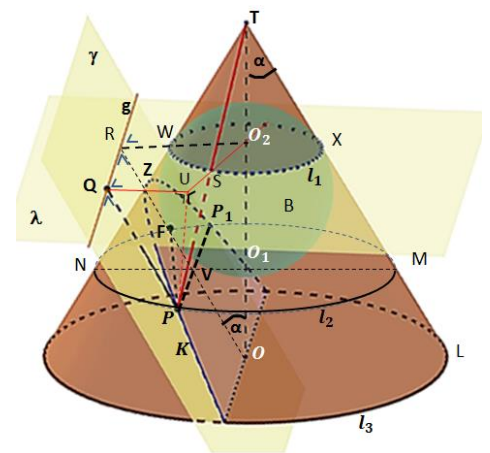


## B. Pembentukan Parabola dan Sifat-sifatnya

Pembentukan parabola yang dimaksud disini adalah proses pendefinisian parabola akibat adanya irisan kerucut oleh bidang datar pada posisi tertentu.

### 1. Bagaimana irisan kerucut dengan bidang dapat menghasilkan parabola?

Diberikan suatu kerucut tegak berpuncak di  $T$  dan suatu bidang  $\gamma$  memotong kerucut sejajar dengan garis pelukis  $TL$  (besar sudut potong =  $\alpha$ ). Perpotongan tersebut menghasilkan suatu kurva  $K$ . Untuk menyelidiki karakteristik dari  $K$ , perhatikan penjelasan berikut. Pertama, bola  $B$  (Dandelin's ball) diletakkan dalam kerucut menyinggung bidang  $\gamma$  dan sekaligus kerucut. Misalkan  $F$  titik singgung bidang  $\gamma$  dengan bola  $B$ , dan lingkaran  $l_1$  merupakan kurva persinggungan antara bola  $B$  dengan kerucut. Selanjutnya dibuat bidang  $\lambda$  yang melalui lingkaran  $l_1$  dan memotong  $\gamma$  menghasilkan garis  $g$ . Ambil sembarang titik  $P$  pada  $K$  kemudian dibuat ruas garis  $P\bar{U}$  sejajar  $\bar{OT}$  menembus tegak lurus bidang  $\lambda$ . Akibatnya  $\angle QUP$  dan  $\angle PUS$  siku-siku. Sementara itu  $\bar{PP}_1$  berada di bidang  $\gamma$  dan memotong tegak lurus  $\bar{NM}$ . Titik-titik, ruas garis atau kurva lain pembantu beserta karakteristik geometrinya terpampang jelas dalam gambar.



Akan ditunjukkan bahwa untuk sebarang titik  $P$  pada kurva  $K$  berlaku  $PF = PQ$  yaitu setiap titik pada kurva  $K$  selalu memenuhi jarak  $P$  ke titik  $F$  sama dengan jarak  $P$  ke garis  $g$ .

#### Cara 1:

Jelas bahwa  $PS = PF$  karena keduanya sama-sama garis singgung bola. Perhatikan bahwa  $m\angle UPQ = m\angle TOR = \alpha$  karena sudut  $\angle UPQ$  dan  $\angle TOR$  sehadap. Sementara itu  $m\angle UPS = m\angle STO = \alpha$  karena  $\angle UPS$  dan  $\angle STO$  sudut berseberangan. Dengan demikian  $m\angle UPQ = m\angle UPS = \alpha$ . Selanjutnya perhatikan segitiga  $PUQ$  dan segitiga  $PUS$ .



Karena  $m\angle UPQ = m\angle QPU$  dan kedua segitiga berimpit di  $\overline{UP}$  serta  $m\angle SUP = m\angle QUP$  (sudut siku-siku) maka menurut teorema kekongruenan *angle – side – angle* (ASA) maka segitiga  $QUP$  kongruen dengan segitiga  $SUP$ . Dengan demikian  $PS = PQ$ . Karena  $PF = PS$  maka  $PF = PQ$ .

**Cara 2:**

No	Pernyataan/Kondisi	Alasan
(1)	$\frac{FP}{PQ} = \frac{PS}{PQ}$	$PS = FP$ , karena $\overline{FP}$ dan $\overline{PS}$ keduanya garis singgung bola $B$
(2)	$PQ = RV$	karena $PQRV$ persegi panjang
(3)	$RV = XM$	karena $RVMX$ jajargenjang
(4)	$XM = PS$	karena $TP = TM$ dan $TX = TS$
(5)	$PQ = PS$	dari (2), (3), (4)
(6)	$\frac{FP}{PQ} = \frac{PS}{PS} = 1$	dari (1) dan (5)
(7)	$PF = PQ$	karena (6)

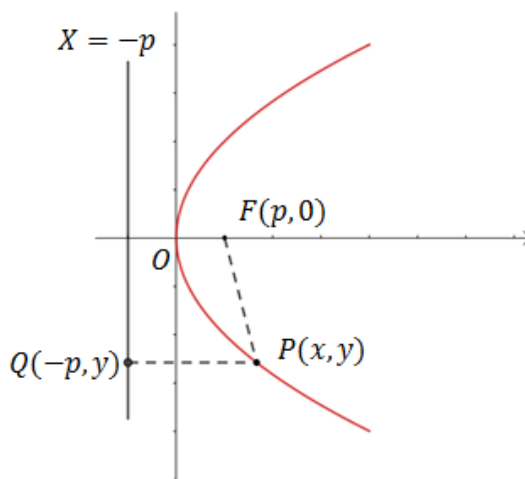
Dengan demikian kurva  $K$  merupakan kumpulan titik yang berjarak sama terhadap titik tertentu ( $F$ ) dan garis tertentu ( $g$ ). Kurva seperti ini dinamakan parabola. Titik tertentu  $F$  dan garis tertentu  $g$  tersebut berturut-turut dinamakan **titik fokus** dan **garis direktris** parabola

## 2. Bagaimana menentukan persamaan parabola?

Untuk mempermudah pemahaman, parabola dibedakan menjadi 2 yaitu parabola dengan puncak  $(0,0)$  dan parabola dengan puncak  $(h, k)$  dimana  $(h, k) \neq (0,0)$ .

### a. Parabola dengan Puncak $(0,0)$

Untuk mempermudah pemahaman diambil nilai  $p$  positif. Misalkan fokus parabola berada di  $F(p, 0)$  dan garis direktrisnya  $X = -p$ . Jelas bahwa  $(0,0)$  berada pada kurva karena jarak ke titik fokus sama dengan jarak ke garis direktris yaitu sama dengan  $p$ . Selanjutnya ambil sebarang titik  $P(x, y)$  pada kurva seperti ilustrasi berikut.



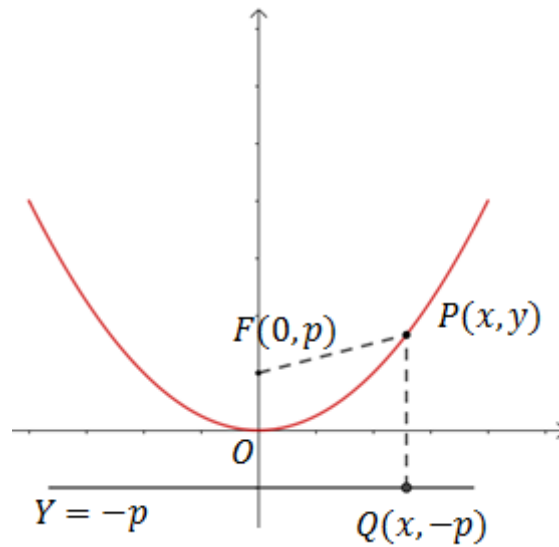
Mengingat  $PF = PQ$  maka berlaku

$$\begin{aligned}
PF &= PQ \\
\sqrt{(x-p)^2 + (y-0)^2} &= \sqrt{(x+p)^2 + (y-y)^2} \\
x^2 - 2px + p^2 + y^2 &= x^2 + 2xp + p^2 \\
y^2 &= 4px \qquad (1)
\end{aligned}$$

Dengan demikian persamaan parabola dengan puncak (pusat) di  $O(0,0)$ , fokus di  $(p, 0)$  dan garis direktris  $X = -p$  adalah  $y^2 = 4px$ .

Bagaimana memandang persamaan parabola fungsi  $f: X \rightarrow Y$ ?

Misalkan parabola tersebut mempunyai puncak  $O(0,0)$ , fokus  $F(0, p)$  dan garis direktris  $Y = -p$ . Selanjutnya ambil sebarang titik  $P(x, y)$  pada kurva seperti ilustrasi berikut.



. Karena jarak  $P$  ke  $F$  sama dengan jarak  $P$  ke  $Q$  maka berlaku

$$\begin{aligned}
PF &= PQ \\
\sqrt{(x-0)^2 + (y-p)^2} &= \sqrt{(x-x)^2 + (y+p)^2} \\
x^2 + y^2 - 2py + p^2 &= y^2 + 2py + p^2 \\
x^2 &= 4py \\
y &= \frac{1}{4p}x^2 \qquad (2)
\end{aligned}$$

Jadi persamaan parabola dengan puncak (pusat) di  $O$ , fokus di  $(0, p)$  dan garis direktris  $Y = -p$  adalah  $y = \frac{1}{4p}x^2$ .

Jika dipandang sebagai fungsi  $f: X \rightarrow Y$  maka fungsi parabola adalah  $f(x) = \frac{1}{4p}x^2$ . Dalam hal ini fungsi parabola sering dinamakan fungsi kuadrat.

### b. Parabola dengan puncak $(h, k)$

Parabola dengan puncak  $(h, k)$  sama saja dengan menggeser sumbu- $X$  sejauh  $h$  dan sumbu- $Y$  sejauh  $k$  yaitu  $x = \underline{x} + h$  dan  $y = \underline{y} + k$ . Dengan demikian persamaan parabola  $\underline{y}^2 = 4p\underline{x}$  menjadi

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \qquad (3)$$

Jika menggunakan (2) maka

$$\begin{aligned} y - k &= \frac{1}{4p}(x - h)^2 \\ &= \frac{1}{4p}(x^2 - 2hx + h^2) \\ &= \frac{1}{4p}x^2 - \frac{h}{2p}x + \frac{h^2}{4p} \end{aligned}$$

yang ekuivalen dengan

$$y = \frac{1}{4p}x^2 - \frac{h}{2p}x + \frac{h^2}{4p} + k \quad (4)$$

Perhatikan bahwa (4) merupakan fungsi kuadrat yang umum kita kenal dengan formula

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (5)$$

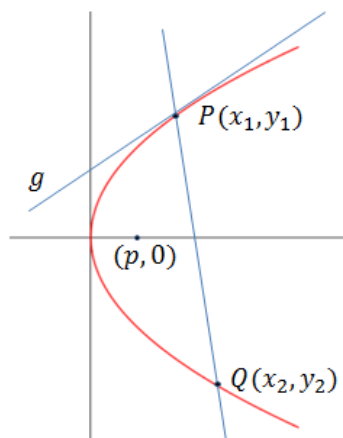
Parabola yang dipandang sebagai fungsi kuadrat ini banyak kegunaannya. Dengan cara pandang parabola sebagai fungsi kuadrat seperti ini, pembahasan terkait garis direktris dan titik fokus menjadi tidak utama tetapi justru titik potong dengan sumbu- $X$ , garis singgung, diskriminan dan titik puncak menjadi topik pembahasan yang cukup menarik.

### 3. Bagaimana menentukan persamaan garis singgung parabola?

Menentukan persamaan garis singgung parabola dapat dilakukan dengan dua cara yaitu melalui turunan fungsi dan tanpa melalui turunan fungsi.

#### a. Tanpa turunan fungsi

Perhatikan parabola dan garis yang melalui  $P$  dan  $Q$  berikut.



Persamaan garis yang melalui  $P$  dan  $Q$  adalah

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad (6)$$

Karena  $P$  dan  $Q$  berada pada parabola maka berlaku

$$y_1^2 = 4px_1 \text{ dan } y_2^2 = 4px_2 \quad (7)$$

Dari (7) diperoleh

$$y_2^2 - y_1^2 = 4p(x_2 - x_1)$$



$$\frac{(y_2 - y_1)(y_2 + y_1)}{(x_2 - x_1)} = 4p$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4p}{(y_2 + y_1)} \quad (8)$$

Dari (6) dan (8) diperoleh persamaan garis yang melalui  $P$  dan  $Q$

$$y - y_1 = \frac{4p}{(y_2 + y_1)}(x - x_1) \quad (9)$$

Perhatikan (9) akan menjadi garis singgung parabola jika  $P = Q$  yang berarti  $y_2 = y_1$ . Dengan demikian

$$y - y_1 = \frac{4p}{2y_1}(x - x_1) \Leftrightarrow yy_1 - y_1^2 = 2px - 2px_1$$

$$\Leftrightarrow yy_1 = y_1^2 + 2px - 2px_1 + (-2px_1 + 2px_1)$$

$$\Leftrightarrow yy_1 = (y_1^2 - 4px_1) + 2p(x + x_1) \quad (10)$$

Karena  $P(x_1, y_1)$  berada pada parabola maka  $y_1^2 - 4px_1 = 0$ , sehingga (10) menjadi

$$yy_1 = 2p(x + x_1) \quad (11)$$

yaitu persamaan garis singgung parabola  $y^2 = 4px$  di titik  $P(x_1, y_1)$ .

Mengingat persamaan umum garis adalah

$$y = mx + c \quad (12)$$

maka perpotongan garis dengan parabola dapat diperoleh dengan substitusi (12) ke  $y^2 = 4px$  yang menghasilkan persamaan kuadrat

$$m^2x^2 + 2(mc - 2p)x + c^2 = 0 \quad (13)$$

Karena kita menyelesaikan persamaan garis singgung maka diskriminan (13) harus nol sehingga diperoleh  $4(mc - 2p)^2 - 4m^2c^2 = 0$  dengan penyelesaian  $c = \frac{a}{m}$ .

Dengan demikian persamaan garis singgung parabola  $y^2 = 4px$  dengan gradien  $m$  adalah

$$y = mx + \frac{p}{m} \quad (14)$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis singgung parabola  $y^2 = 2x$  di titik  $(8,4)$  dan tentukan juga persamaan garis singgung yang mempunyai gradien 2.

Jawab:

Dari (1) diperoleh  $p = \frac{1}{2}$ . Sesuai (11) maka persamaan garis singgung parabola  $y^2 = 6x$  di titik  $(8,4)$  adalah

$$4y = 2 \cdot \frac{1}{2}(x + 8) \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + 2$$

Sementara itu sesuai (14), persamaan garis singgung yang mempunyai gradien 2 adalah

$$y = 2x + \frac{1}{4}$$

## b. Melalui turunan fungsi

Untuk menentukan garis singgung parabola di suatu titik melalui turunan fungsi kita dapat menggunakan rumus yang sudah sangat dikenal  $y - y_1 = m(x - x_1)$  dimana  $m$  adalah gradien garis singgung kurva di titik yang dimaksud. Gradien  $m$  dapat ditentukan melalui nilai turunan pertama fungsi kuadrat (parabola) pada titik tersebut.

Misalkan diberikan fungsi kuadrat (parabola)  $f(x) = \frac{1}{4p}x^2$  dan  $P(x_1, y_1)$  berada di parabola maka persamaan garis singgung di titik  $P$  adalah  $y = m(x - x_1) + y_1$  dengan  $m = f'(x_1) = \frac{1}{2p}x_1$ . Dengan demikian persamaan garis singgung menjadi

$$y = \frac{1}{2p}x_1(x - x_1) + y_1 \quad (15)$$

Contoh:

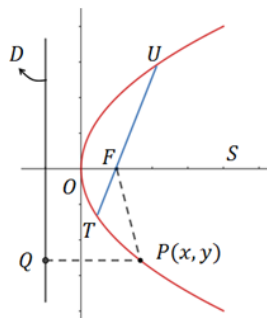
Tentukan persamaan garis singgung parabola  $y = 2x^2$  di titik  $(2,8)$ .

Jawab:

Dari (2) diperoleh  $p = \frac{1}{8}$  sehingga (15) menjadi  $y = \frac{1}{2(\frac{1}{8})}2(x - 2) + 8$  yang ekuivalen dengan  $y = 8x - 8$ .

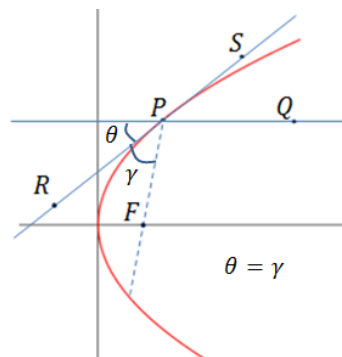
#### 4. Apa saja sifat menarik dari suatu parabola dan terapannya?

Sebelum membahas beberapa sifat parabola dan penerapannya perlu diingat kembali istilah atau penamaan yang terkait sebagai berikut.



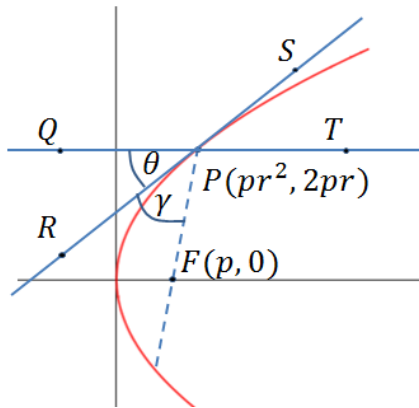
- $O$  : Titik pusat atau titik puncak
- $F$  : Fokus
- $D$  : Direktris
- $S$  : Sumbu simetri
- $TU$ : Tali busur fokus (*focal chord*) yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada parabola dan melalui fokus
- $PF = PQ$

- a. Garis singgung di titik  $P$  pada parabola membagi sudut yang dibentuk oleh tali busur fokus dan garis sejajar sumbu simetri melalui  $P$  menjadi dua bagian sama besar.



Bukti:

Ambil sebarang titik  $P(s, t)$  pada parabola. Berarti berlaku  $t^2 = 4ps$  yang menghasilkan koordinat  $P$  menjadi  $P\left(\frac{t^2}{4p}, t\right)$ . Dengan mengambil  $t = 2pr$  maka koordinat  $P\left(\frac{t^2}{4p}, t\right)$  menjadi  $P(pr^2, 2pr)$ .



Perhatikan bahwa persamaan garis  $\overline{RS}$  dapat ditentukan dengan

$$yy_1 = 2p(x + x_1)$$

$$2pry = 2p(x + pr^2)$$

$$y = \frac{1}{r}x + pr$$

Dengan demikian gradien garis  $\overline{RS}$  adalah  $m = \frac{1}{r}$ . Sementara itu gradien garis  $\overline{QT}$  dan  $\overline{FP}$  berturut-turut adalah  $m_1 = 0$  dan  $m_2 = \frac{2pr-0}{pr^2-p} = \frac{2r}{r^2-1}$ . Ingat kembali bahwa dua garis  $g$  dan  $l$  berpotongan membentuk sudut  $\alpha$  maka berlaku  $\tan \alpha = \frac{m_g - m_l}{1 + m_g \cdot m_l}$ .

Dengan demikian dipenuhi

$$\tan \theta = \frac{\frac{1}{r} - 0}{1 + \frac{1}{r} \cdot 0} = \frac{1}{r}$$

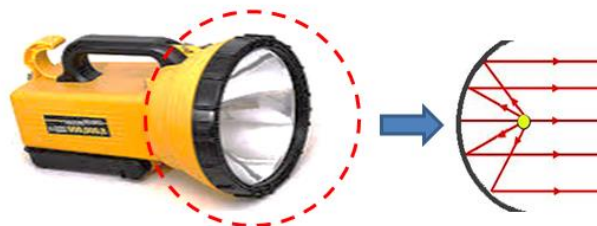
dan

$$\tan \gamma = \frac{\frac{2r}{r^2-1} - \frac{1}{r}}{1 + \left(\frac{2r}{r^2-1}\right)\left(\frac{1}{r}\right)} = \frac{\frac{r^2+1}{r(r^2-1)}}{\frac{r^2+1}{r^2-1}} = \frac{1}{r}$$

Jadi  $\theta = \gamma$ .

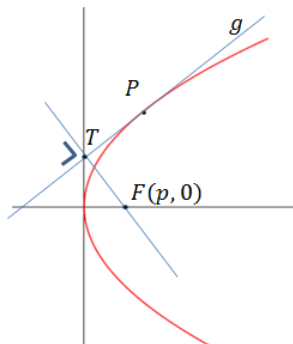
### Penerapan

Jika dibuat cermin berbentuk parabola maka sifat ini cukup menarik untuk diaplikasikan dengan mengingat hukum Snellius pada pemantulan cahaya yaitu sudut sinar datang sama dengan sudut sinar pantul maka setiap sinar berasal dari titik fokus akan dipantulkan sejajar sumbu simetri. Contoh penggunaan pada lampu senter, lampu mobil dan lampu-lampu yang memerlukan hasil sorotan yang jauh.





- b. Misalkan garis yang melalui titik puncak dan tegak lurus sumbu simetri dinamakan garis puncak (garis singgung di titik puncak). Selanjutnya diberikan sebarang garis singgung parabola yang memotong garis puncak di titik  $T$  maka garis yang melalui fokus akan memotong garis singgung tadi secara tegak lurus di  $T$ .

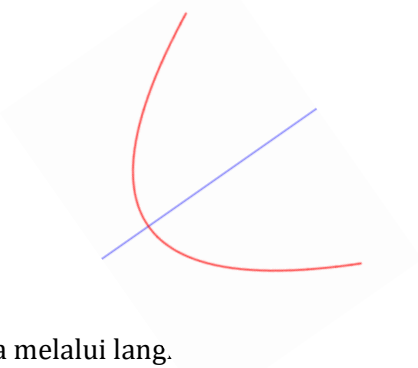


Bukti:

Misalkan garis  $g$  mempunyai gradien  $m$ . Sesuai (9) pada nomor 3 maka persamaan garis  $g$  adalah  $y = mx + \frac{p}{m}$ . Sementara itu garis yang tegak lurus  $g$  melalui  $F(p, 0)$  dan memotong di  $T$  mempunyai persamaan  $y = -\frac{1}{m}x + \frac{p}{m}$ . Dari sini diperoleh  $(m + \frac{1}{m})x = 0$  yang menghasilkan penyelesaian  $x = 0$ . Dengan demikian  $T$  berada di garis puncak.

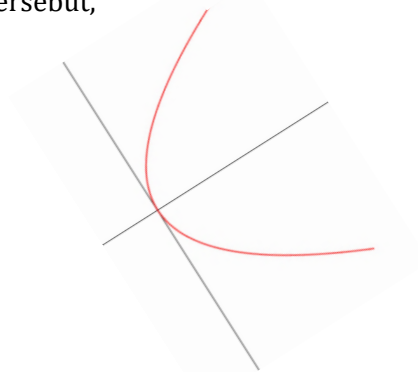
### Penerapan

Jika diberikan parabola yang diketahui sumbu simetri berikut,

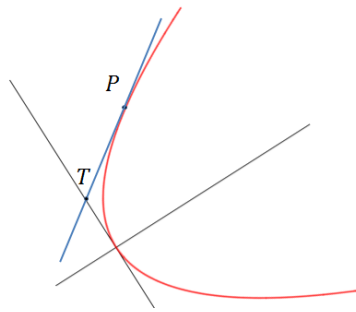


maka kita dapat menentukan fokusnya melalui lang.

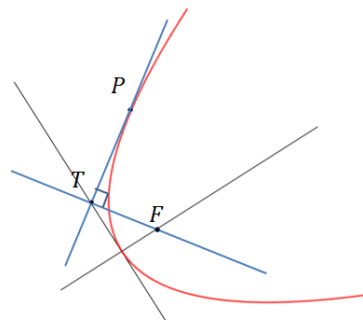
- 1) buat garis puncak pada parabola tersebut,



- 2) tentukan sembarang titik  $P$  pada parabola kemudian buat garis singgung pada  $P$  dan tentukan perpotongan dengan garis puncak, namakan  $T$ , dan



- 3) lukislah garis yang melalui  $T$  tegak lurus dengan garis singgung di titik  $P$  tadi dan tentukan perpotongan dengan sumbu simetri, namakan  $F$ .



Titik  $F$  inilah yang merupakan titik fokus parabola.

### C. Kesimpulan

Irisan kerucut oleh bidang yang sejajar dengan garis pelukisnya akan menghasilkan parabola. Parabola yang dimaksud adalah kumpulan titik-titik yang berjarak sama terhadap titik tertentu dan garis tertentu. Titik tertentu yang dimaksud dinamakan titik fokus sedangkan garis tertentu yang dimaksud dinamakan garis direktris.

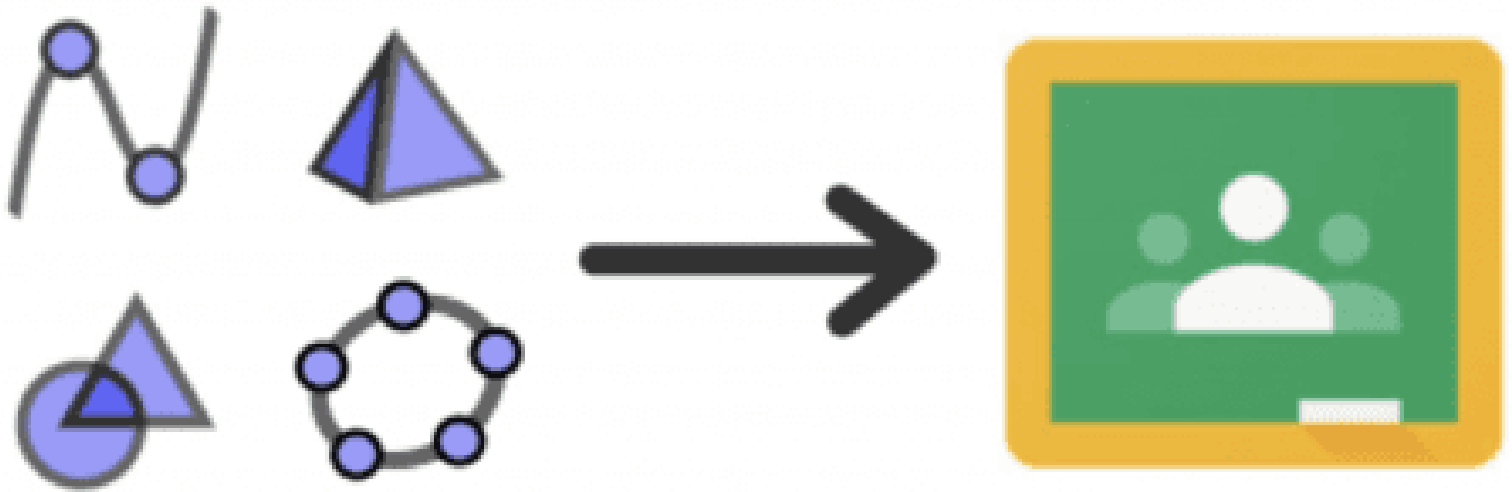
Sebenarnya ada banyak sifat parabola yang dapat dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam matematika, selain yang sudah tertulis. Untuk memunculkan atau mengetahui banyak sifat lain yang dimaksud tentu memerlukan eksplorasi lebih mendalam dan lebih banyak referensi berkaitan parabola.

### Referensi

- [1] A.K. Sharma, 2005, *Text Book of Circle and Parabola*, New Delhi: Discovery Producing House
- [2] -----, 2005, *Text Book of Conic Sectio*, New Delhi: Discovery Producing House
- [3] George B. Thomas, 1998, *Calculus and Analytic Geometry 9<sup>th</sup>Ed* New York: Addison-Wesley Publising Company, Inc
- [3] <https://www.fisikabc.com/> diakses April 2021

---

\*) Sigit Tri Guntoro, M.Si.  
Widyaiswara PPPPTK Matematika



<httpswww.geogebra.org>

## PEMBELAJARAN JARAK JAUH MENGUNAKAN GEOGEBRA CLASS

\*) Arie Wibowo

Pandemi Covid-19 mengubah sebagian besar cara guru mengajar. Kondisi di masing-masing daerah di Indonesia menjadi suatu pertimbangan menentukan cara mengajar tersebut. Guru tidak lagi bisa mengajar tatap muka di sekolah, akan tetapi guru masih bisa mengajar tatap muka terbatas dengan cara mengunjungi siswa di rumah. Selain itu, banyak juga guru memilih metode dalam jaringan (daring) untuk mengajar karena didukung oleh sarana dan prasarana yang memadai.

Ada beberapa sarana yang bisa digunakan ketika guru memilih moda daring dalam mengajar dari yang paling sederhana sampai yang kompleks. Kebanyakan guru menggunakan aplikasi Whatsapp, karena aplikasi ini paling mudah digunakan dan hampir terpasang di setiap gawai. Selain untuk obrolan (*chat*), Whatsapp memiliki beberapa fitur, antara lain mengirim gambar, video, pesan suara, dokumen, dan lain sebagainya. Ada juga guru yang menggunakan konferensi video (*video conference*), seperti Zoom Meeting, Google Meet, dan lain sebagainya. Kelebihan menggunakan *video conference* ialah guru dan siswa seakan-akan berada di dalam satu ruang kelas, guru



dapat menyajikan materi secara langsung. Selain itu, ada juga guru yang menggunakan aplikasi berbasis Learning Management System (LMS), seperti Google Classroom, Microsoft Teams, moodle dan lain sebagainya. Setiap platform tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing tergantung kondisi pada tiap-tiap wilayah. Kepiawaian guru menggunakan perangkat dan aplikasi digital yang sangat dibutuhkan selama mengajar menggunakan moda daring agar pembelajaran efektif dan menyenangkan.

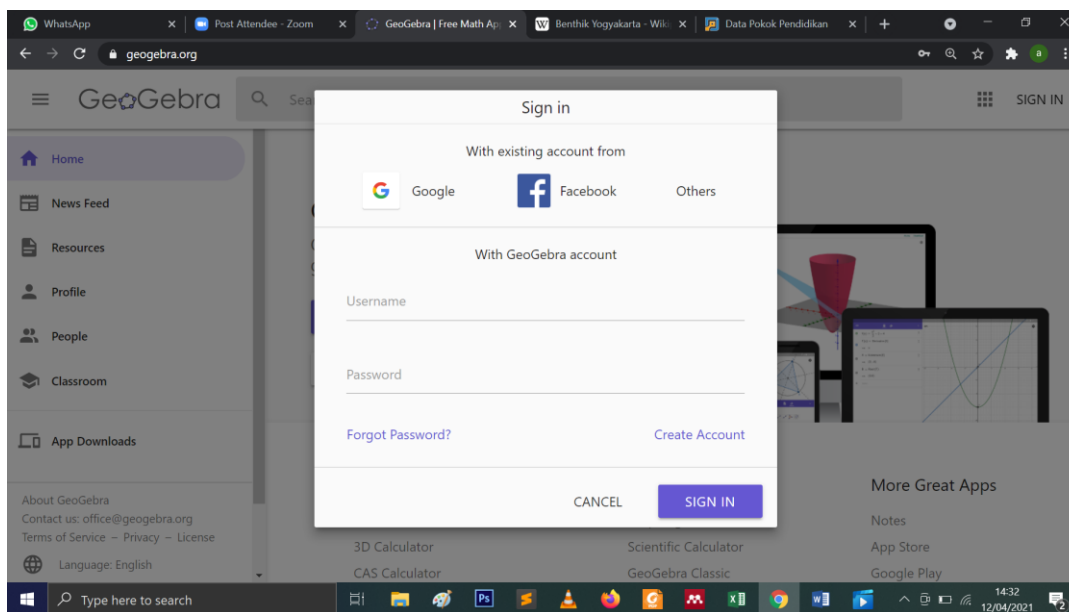
Selain beberapa sarana di atas, terdapat perangkat lunak yang bisa digunakan untuk pembelajaran. Salah satu lunak matematika dinamis (*Dynamics Mathematics Software*) yang digunakan untuk pembelajaran matematika adalah GeoGebra. GeoGebra bersifat dinamis karena dapat diberi animasi, seperti objek gerak, objek yang muncul dan sembunyi, dan lain sebagainya. Selain itu, banyak materi geogebra yang telah dikembangkan menjadi permainan sehingga akan meningkatkan ketertarikan bagi siswa dalam belajar.

## Membuat GeoGebra Class

Pada artikel ini penulis akan membagikan informasi cara membuat geogebra class, bukan bagaimana membuat materi atau bahan ajar dari geogebra (Applet). Anggap saja guru telah memiliki materi GeoGebra. Berikut cara membuat GeoGebra Class:

### 1. Membuat akun GeoGebra

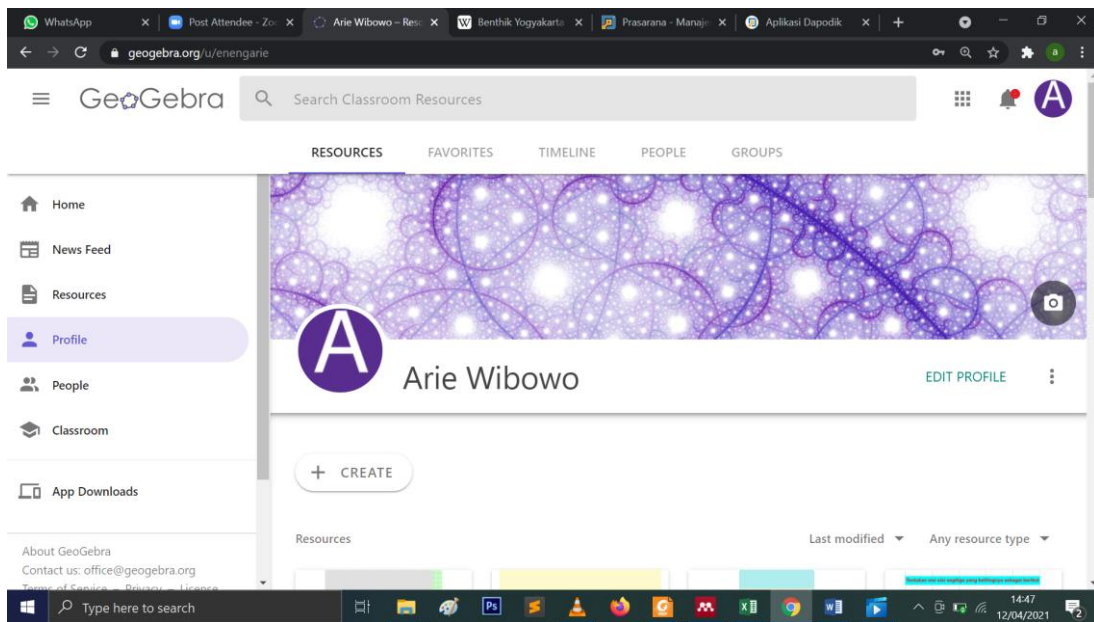
Untuk membuat akun GeoGebra di laman [geogebra.org](http://geogebra.org), guru bisa menggunakan akun google atau membuat akun baru. Untuk membuat akun baru, dilakukan dengan cara klik **create account**. Kemudian mengisi informasi yang diminta, seperti, nama pengguna, password, e-mail, dan lain-lain. Setelah itu akan ada email verifikasi dari GeoGebra. Kemudian masuk (*sign in*) ke GeoGebra menggunakan akun yang telah dibuat.



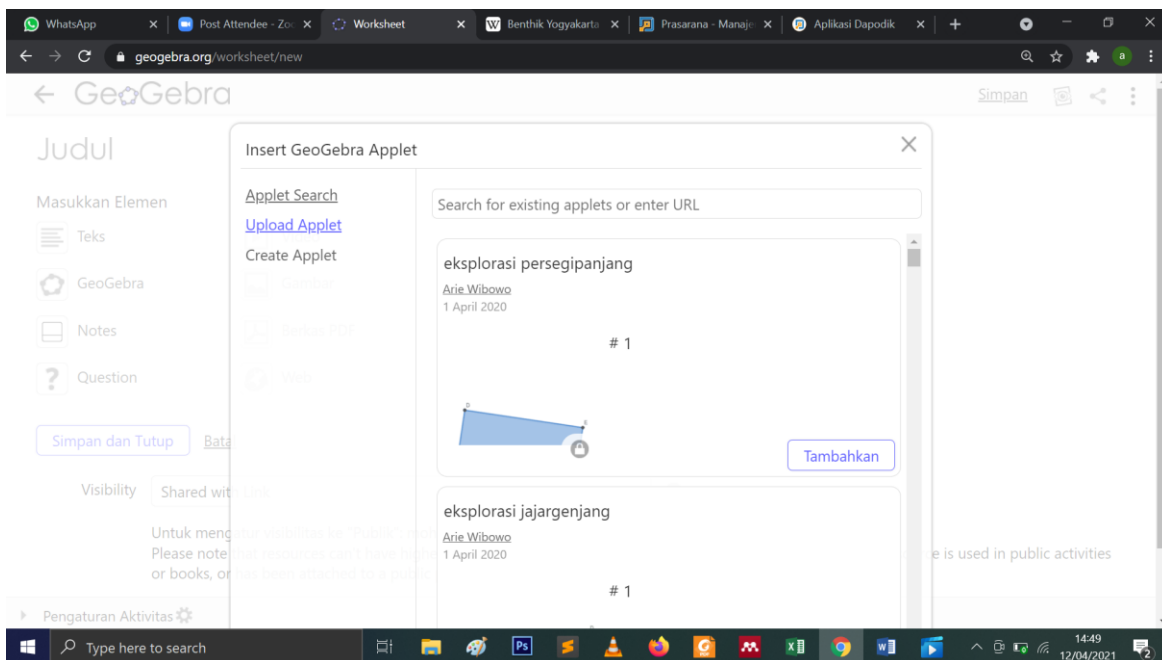
Gambar 1 Tampilan jendela dialog sign in pada laman [geogebra.org](http://geogebra.org)

### 2. Mengunggah materi GeoGebra

Tahap selanjutnya adalah mengunggah materi/*file* GeoGebra. Pada laman beranda GeoGebra terdapat beberapa tombol navigasi di sebelah kiri, pilih *profile* atau bisa klik ikon akun pada kanan atas. Selanjutnya akan terbuka dashboard profil pengguna. Klik tombol **create**, pilih **activity**. Pada jendela unggah file pilih **Upload Applet**. Kemudian pilih file GeoGebra yang akan diunggah. Isikan judul aktivitas di bagian atas.



Gambar 2 Tampilan dashboard *profile*



Gambar 3 Mengunggah applet

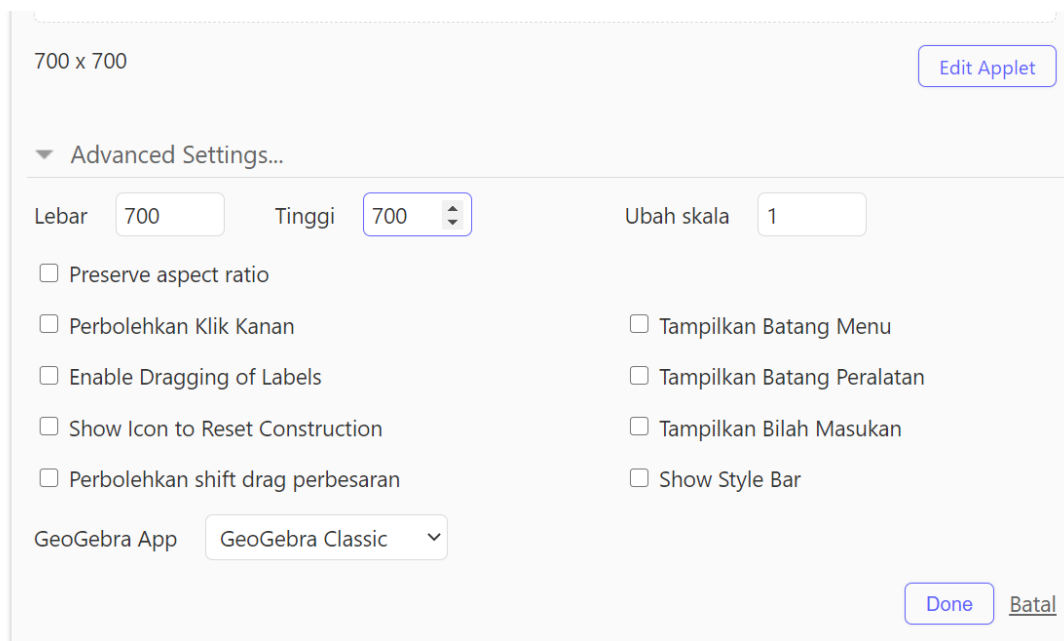
### 3. Melakukan pengaturan

Setelah file berhasil diunggah, akan muncul tampilan file dan biasanya pada bagian bawah terdapat tulisan berwarna merah “Anda memilih dimensi applet yang sangat besar yang membuat applet Anda sulit untuk digunakan untuk pengguna dengan layar kecil. Silakan pertimbangkan mengoptimalkan applet Anda untuk layar yang lebih kecil”. Itu artinya file yang kita unggah memiliki dimensi yang melebihi batas standar layar perangkat (*device*). Ini akan berdampak pada kurang optimalnya tampilan pada berbagai perangkat seperti tablet atau gawai.

Untuk itu, perlu pengaturan resolusi dengan cara mengklik pengaturan lanjutan (*advanced setting*), pada *height* (tinggi) isikan 700, begitu pula pada *weight* (lebar) isikan 700. Apabila file aktivitas terpotong, maka cukup mengatur skalanya saja tanpa mengubah lebar dan tingginya. Atur skala hingga lebar dan tingginya menjadi 700.



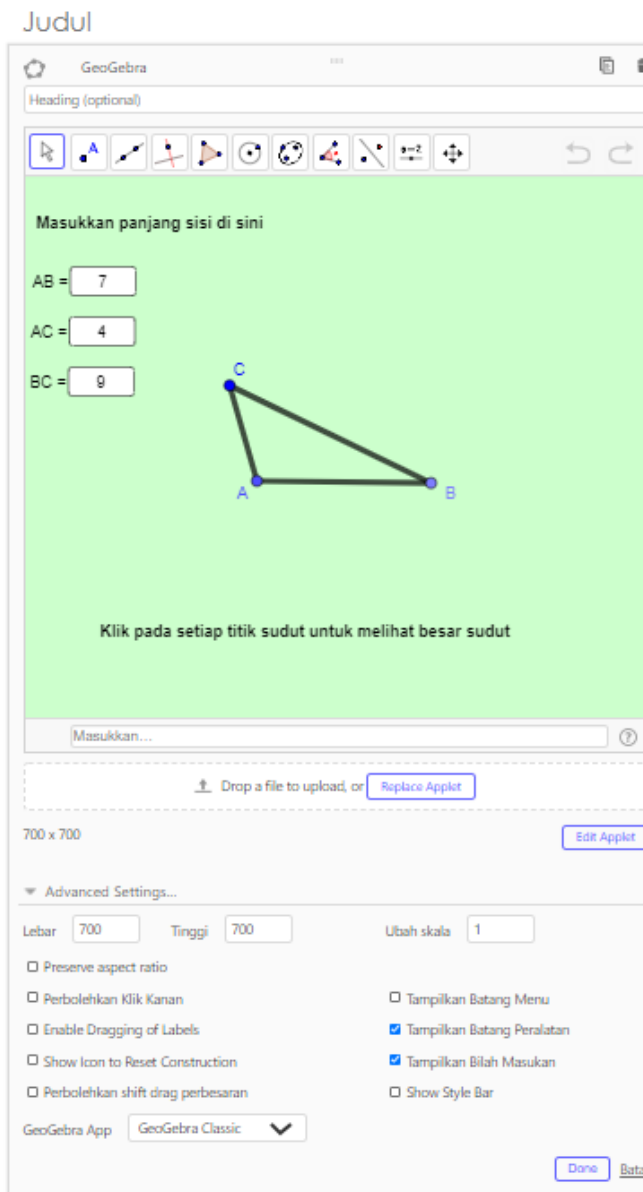
Gambar 4 Tampilan applet yang berhasil diunggah



Gambar 5 Tampilan *advanced settings*

Selanjutnya apabila diperlukan, guru bisa menambahkan beberapa *tools*, seperti *toolbar*, *input bar*, dengan cara mencentang *checkbox* yang sesuai Klik **Done**.

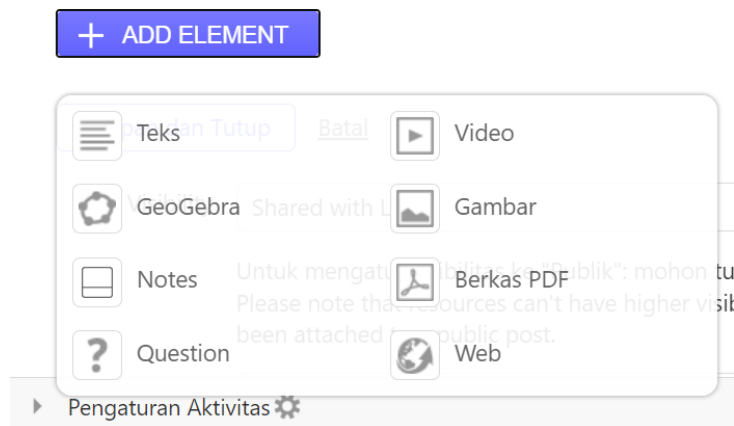




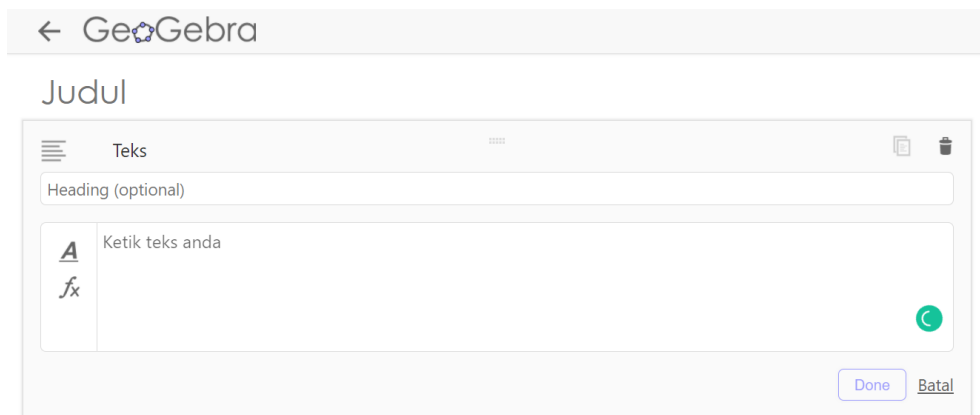
Gambar 6 Cara input *tools* dan *input bar*

#### 4. Menambahkan teks

Untuk memperjelas Applet yang diunggah, guru dapat menambahkan teks. Misalnya guru bisa menambahkan kompetensi dasar, tujuan pembelajaran, materi, dan/atau instruksi penggunaan applet pada aktivitas. Cara menambahkan teks dilakukan dengan cara klik **add element**, kemudian pilih **text**. Terdapat tempat menuliskan judul, heading dan deskripsi atau instruksi dari aplet yang diunggah. Terdapat pula pengaturan teks (*text editor*), seperti pengaturan ukuran teks, warna, alignment, numbering, input simbol *tools* GeoGebra, dan lain-lain.

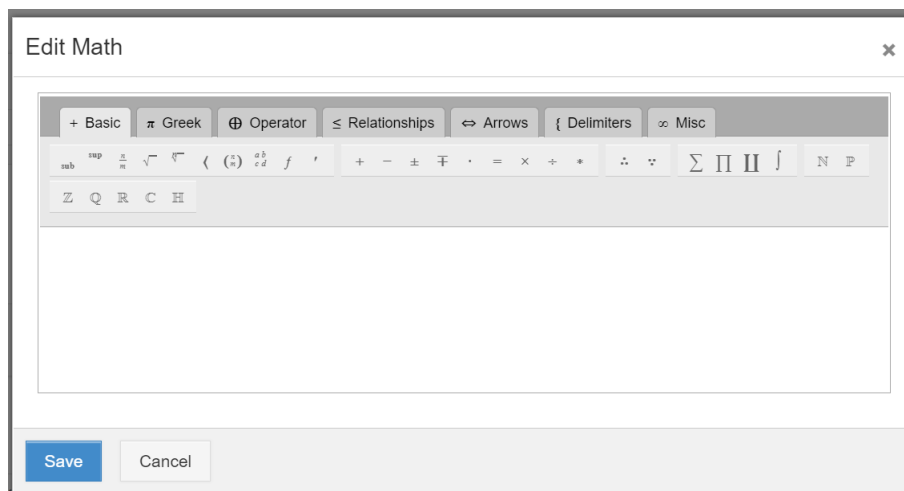


Gambar 7 Menambahkan elemen pada applet



Gambar 8 Tampilan input teks

Selain itu, terdapat pula *equation editor* (dengan tombol *fx*) sehingga guru dapat menginputkan rumus atau formula pada applet.



Gambar 9 Tampilan **Edit Math** untuk input penulisan rumus

## 5. Menambahkan gambar

Guru dapat menambahkan gambar pada applet. Cara menambahkan gambar ialah dengan klik **add element**, pilih **image**. Gambar yang berkaitan dengan aktivitas dapat memperjelas pemahaman, atau instruksi berkenaan dengan applet.

Gambar 10 Tampilan input gambar pada applet

## 6. Menambahkan soal

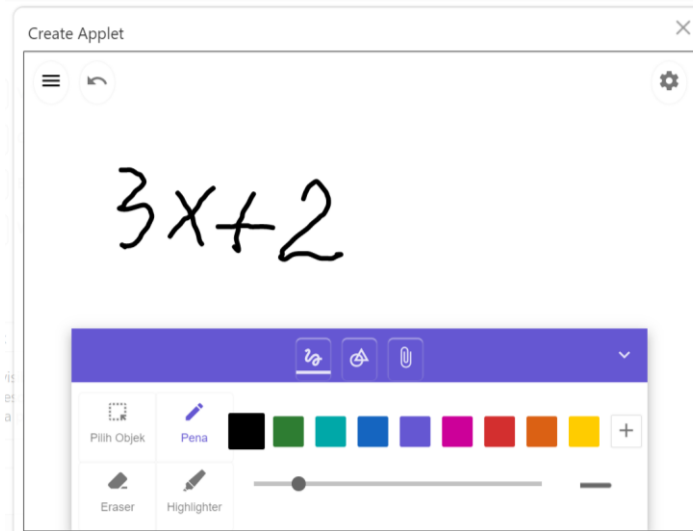
Guru dapat menambahkan soal. Cara menambahkan soal dilakukan dengan meng-klik **add element**, kemudian pilih tombol **Question**. Terdapat dua jenis soal yang bisa ditambahkan, yaitu soal pilihan ganda dan uraian. Guru juga bisa menambahkan kunci jawaban. Namun berbeda dengan Google form yang mana nilai siswa akan terkompilasi dalam satu file *spreadsheet*, di GeoGebra tidak bisa melakukan penskoran. Pada bagian **heading** dapat diisi dengan nomor urut soal. Ketika pengguna memilih pilihan ganda, untuk menentukan banyak pilihan klik **add answer**, kemudian klik **OK**. Beri tanda centang pada pilihan yang benar, jika guru menghendaki siswa dapat memeriksa jawaban yang benar. Jika tidak, maka jawaban tidak perlu ditandai.

Gambar 11 Cara menuliskan soal berbentuk pilihan ganda

## 7. Menambahkan catatan

Guru juga dapat menambahkan catatan pada applet. Ini akan sangat berguna apabila guru menginginkan siswa untuk membuat coretan sebagai verifikasi jawaban dari soal-soal. Penggunaan ruang coretan akan sangat mudah

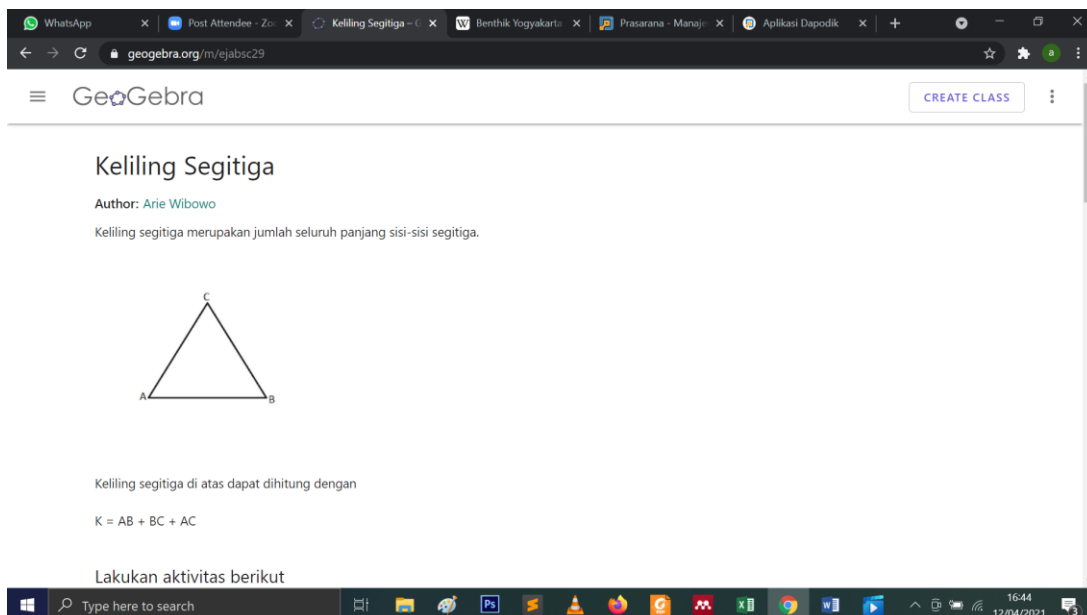
jika siswa menggunakan perangkat layar sentuh (*touch screen*) seperti tablet dan gawai. Selain untuk membuat coretan, ruang coretan juga bisa untuk menggambar bangun datar, membuat tabel, maupun membuat catatan lain.



Gambar 12 Tampilan catatan pada applet

## 8. Menjalankan GeoGebra Class

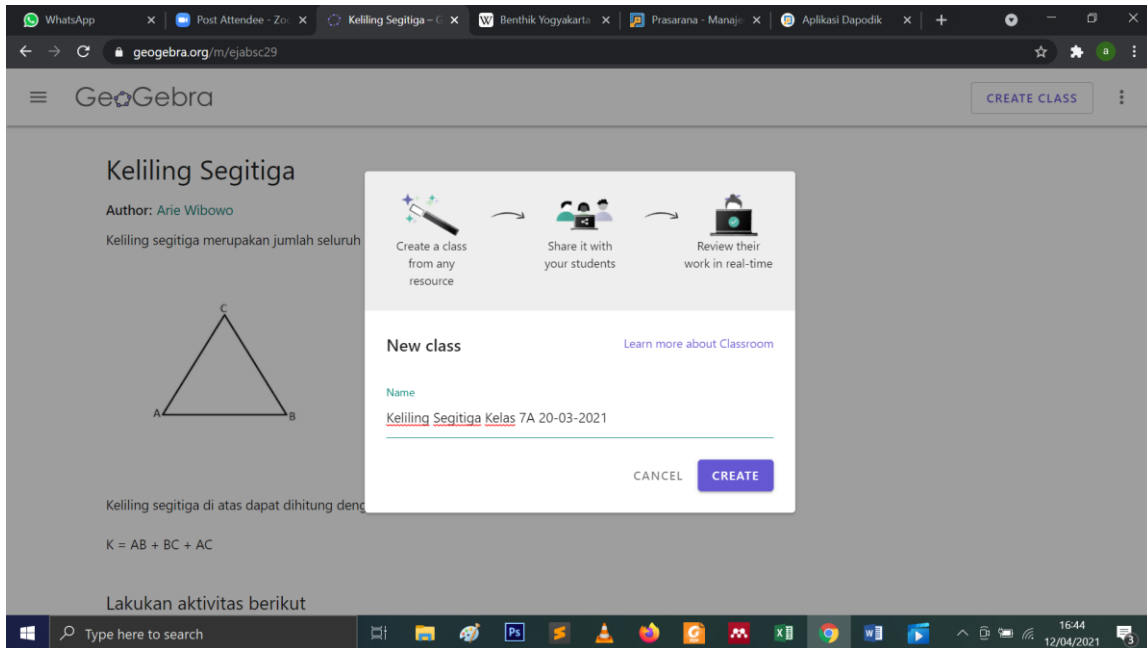
Apabila dirasa sudah cukup melakukan pengaturan applet dan menambahkan berbagai elemen, selanjutnya bisa disimpan dengan meng-klik simpan dan tutup. Applet dapat dibuka dengan cara klik di ikon appletnya, tampilan yang muncul merupakan tampilan yang akan tampak pada berbagai perangkat ketika applet tersebut dibagikan. Membuat GeoGebra Class dilakukan dengan cara mengklik **create class** pada bagian kanan atas. Selanjutnya pada jendela dialog isikan nama kelas dan tanggal (opsional). Ini dilakukan agar guru dapat mengingat kelas apa dan tanggal berapa Applet tersebut digunakan. Pada laman GeoGebra class terdapat tautan dan kode. Penggunaan keduanya berbeda. Tautan dapat digunakan oleh siswa yang tidak memiliki akun GeoGebra. Siswa cukup masuk lewat tautan tersebut dan mengisikan nama. Tautan dapat disalin (*copy*) dan dibagikan kepada siswa. Sedangkan kode digunakan oleh siswa yang hanya memiliki akun GeoGebra.



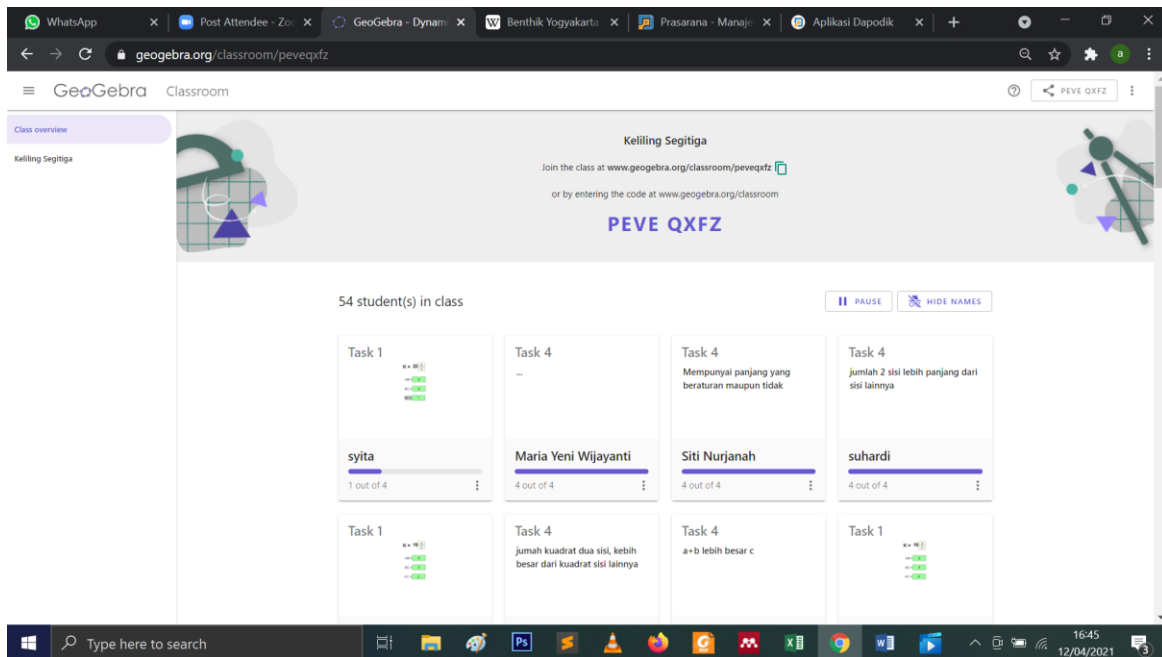
Gambar 13 Tampilan applet yang diakses oleh siswa



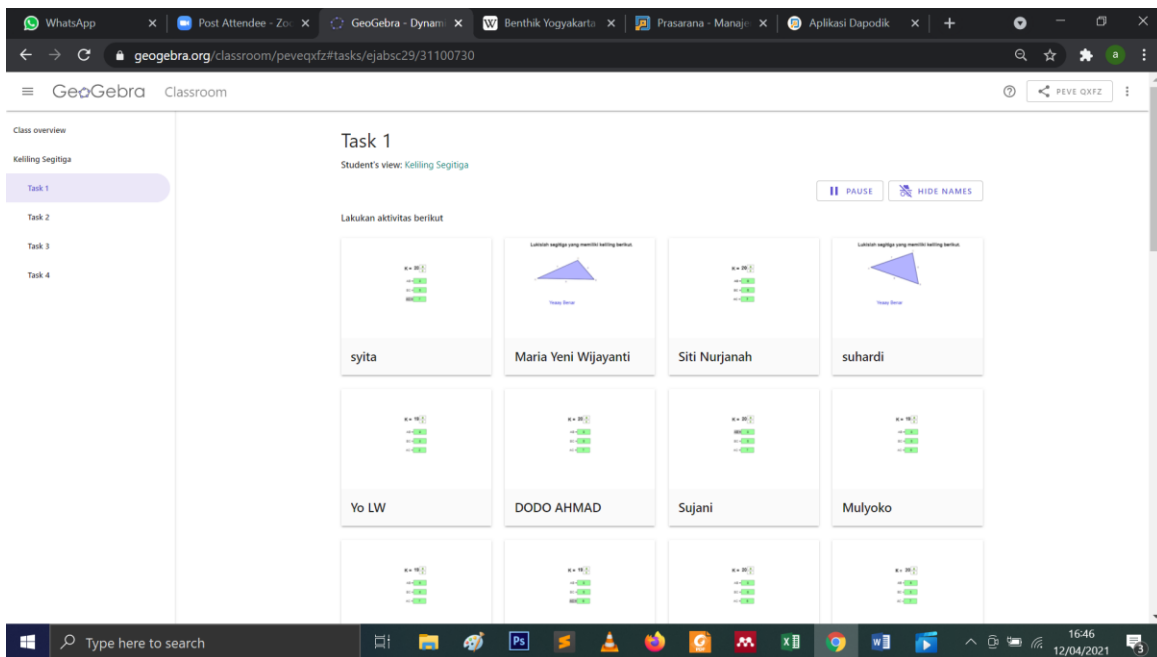
Dengan menggunakan GeoGebra class, guru dapat memantau aktivitas siswa secara langsung (*real time*). Guru dapat memantau aktifitas seluruh siswa atau masing-masing siswa. Guru juga dapat memantau seberapa banyak siswa yang mengikuti kelas. Semua aktivitas itu terekam pada laman akun milik guru/pembuat applet.



Gambar 14 Membuat *GeoGebra Class*



Gambar 15 Tampilan siswa yang bergabung dalam *GeoGebra Class*



Gambar 16 Tampilan siswa yang beraktifitas di tiap tugas

## Kesimpulan

Penggunaan GeoGebra secara daring sangat berbeda dengan yang luring (luar jaringan). Penggunaan secara daring tidak memerlukan pemasangan (*install*) aplikasi GeoGebra pada perangkat yang akan digunakan, baik laptop, tablet, maupun gawai. Selain itu, siswa atau pengguna tidak perlu membuat akun untuk bisa mengakses materi GeoGebra melalui tautan yang dibagikan. Berbeda dengan penggunaan GeoGebra secara luring, siswa atau pengguna harus memasang terlebih dahulu aplikasi GeoGebra pada perangkat yang akan digunakan. Pemanfaatan GeoGebra secara daring memiliki beberapa kelebihan, salah satunya adalah guru dapat membuat aktivitas yang interaktif. Guru tidak hanya dapat mengunggah materi GeoGebra, tetapi juga teks, soal, gambar, catatan, dan lain-lain. Keuntungan lainnya ialah guru dapat memantau secara langsung siswa yang mengikuti kelas.

## Daftar Referensi

Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, MAA, ID 1448, vol. 7, March 2007.

\*) Arie Wibowo  
 UPTD SMP Negeri 5 Batu Ampar, Malang, Jawa Timur



# PEMANFAATAN MEDIA *PHET* *INTERACTIVE SIMULATIONS* DALAM MENEMUKAN KONSEP KELILING DAN LUAS BANGUN DATAR

\*) Edi Susanto

Pembelajaran matematika pada masa pandemi Covid 19, tidak memungkinkan untuk dilaksanakan dengan cara tatap muka antara pendidik dan peserta didik, salah satu pilihan adalah pembelajaran jarak jauh. Pembelajaran jarak jauh yang diselenggarakan dengan moda daring dan luring tentu membatasi pendidik dalam membimbing peserta didik, terutama pada saat kegiatan pembelajaran yang dibatasi oleh ruang dan waktu. Sebagai pendidik yang profesional, meskipun pembelajaran dilakukan dengan jarak jauh tidak mematikan kreativitas dan inovasi dalam mengimplementasikan pembelajaran sesuai kecakapan abad 21. Pembelajaran matematika dalam kondisi seperti ini tentu harus dirancang agar tetap bermakna dan menyenangkan seperti di dalam kelas. Sehingga peserta didik termotivasi untuk belajar matematika pada kondisi yang kurang nyaman seperti saat ini.

Berbagai alat komunikasi seperti gawai, laptop dan aplikasi pembelajaran digunakan agar pendidik dan peserta didik tetap terhubung dalam melaksanakan pembelajaran jarak jauh. Salah satu alternatif agar peserta didik tetap termotivasi belajar matematika adalah memanfaatkan media pembelajaran interaktif. Menjadikan pembelajaran matematika yang bermakna dan menyenangkan bisa dengan salah satunya dapat dilakukan dengan memanfaatkan media pembelajaran interaktif berbasis komputer. Salah satu media pembelajaran berbasis komputer tersebut adalah *PhET Interactive Simulations* yang filenya berekstensi HTML 5. Pemanfaatan media pembelajaran ini sangat cocok pada model-model pembelajaran inovatif, salah satunya *Discovery-Inquiry Learning* (DIL). Media ini bisa digunakan secara daring maupun luring di berbagai laptop atau komputer yang terpasang *web browser* seperti *Google Chrome*, *Mozilla Firefox*, dan lain-lain. Sebagai pendamping dan petunjuk teknis bagi peserta didik memanfaatkan media ini, pendidik membuat Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) sehingga memudahkan mereka dalam melaksanakan pembelajaran secara aktif.

Sebelum pembelajaran dimulai, persiapan-persiapan yang dilakukan pendidik antara lain adalah membuat rencana pelaksanaan pembelajaran yang dilengkapi dengan LKPD, instrumen penilaian, serta media berbasis komputer. LKPD dirancang sesuai model pembelajaran *Discovery-Inquiry Learning* yang memuat 6 sintaks pembelajaran dan yang memungkinkan peserta didik menemukan sendiri konsep pembelajaran matematika. Kegiatan eksplorasi ini memanfaatkan media pembelajaran *PhET Interactive Simulation* yang dibuka menggunakan laptop, gawai atau komputer. Pendidik juga menyiapkan instrumen penilaian keterampilan dengan teknik unjuk kerja dengan mengamati hasil kerja peserta didik melalui LKPD yang akan dikumpulkan nantinya. Pendidik juga menyiapkan instrumen penilaian sikap dan pengetahuan menggunakan *Google Form*. Pendidik mengunduh file *PhET Interactive Simulation* berekstensi HTML 5 melalui situs

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/filter?subjects=math&type=html&sort=alpha&view=grid>  
untuk pembelajaran luring atau tautan/link url untuk moda daring.

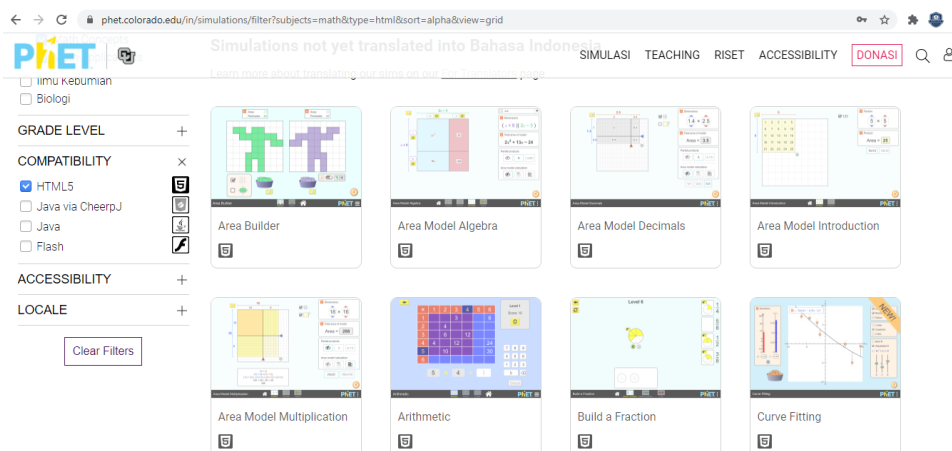
Pada saat pelaksanaan pembelajaran berlangsung, pendidik melakukan komunikasi kepada peserta didik menggunakan media sosial atau LMS yang biasa digunakan. Selanjutnya, pendidik membagikan file *PhET Interactive Simulation* berekstensi HTML 5 atau link url dan panduan penggunaan file tersebut, LKPD serta menyampaikan kriteria penilaian. Peserta didik akan dipandu melaksanakan kegiatan pembelajaran melalui LKPD yang memuat 6 sintaks pembelajaran DIL. Hasil kerja peserta didik akan dipresentasikan secara tatap maya menggunakan *Zoom* atau *Google Meet*. Pendidik juga melakukan penilaian saat proses pembelajaran tatap maya berlangsung. Sebagai aspek penilaian sikap dan pengetahuan, pendidik membagikan tautan *Google Form* untuk mengukur tingkat keberhasilan peserta didik dalam mengikuti pembelajaran.

Pembelajaran menggunakan media interaktif berbasis komputer menjadikan peserta didik lebih aktif bereksplorasi dan mengekspresikan diri dalam pembelajaran matematika. Sebagai peserta didik yang aktif belajar menemukan konsep matematika menjadikan pengalaman belajar ini sangat menyenangkan dan bermakna bagi mereka.

### 1. Mengetahui Situs Penyedia Simulasi Pembelajaran

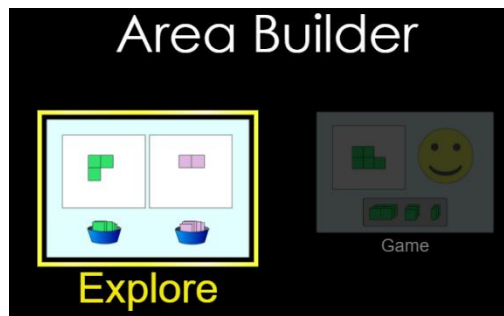
PhET (*Physics Education Technology*) adalah simulasi pembelajaran yang dibuat oleh *University of Colorado* yang berisi simulasi pembelajaran fisika, kimia dan matematika untuk kepentingan pengajaran di kelas atau belajar individu. Simulasi PhET menekankan hubungan antara fenomena nyata dengan ilmu yang mendasari, mendukung pendekatan interaktif dan konstruktivis, memberikan umpan balik dan menyediakan tempat kerja kreatif (Finklestein, 2006) (Prihatiningtyas, et al., 2013).

Cara mengunjungi situs ini cukup mudah, ketikkan di kolom pencarian pada google dengan kata kunci *PhET Interactive Simulations* atau klik tautan <https://phet.colorado.edu/en/simulations/filter?subjects=math&type=html&sort=alpha&view=grid> maka akan muncul tampilan beranda seperti berikut ini:

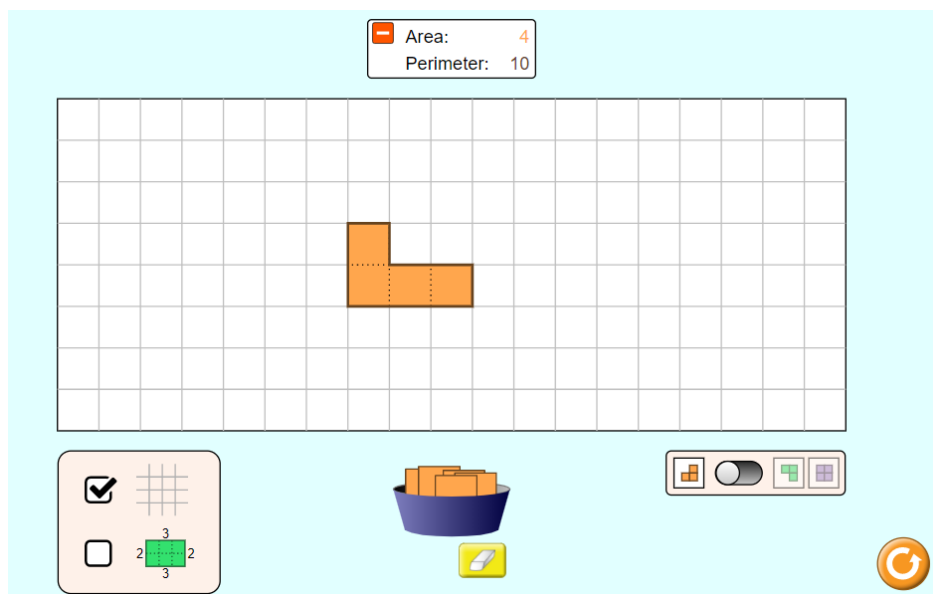


### 2. Bereksplorasi dengan *PhET Interactive Simulation*

PhET menyediakan beberapa simulasi matematika yang dapat disesuaikan dengan RPP. Salah satu topik yang ada adalah “*Area Builder*” atau mengkonstruksi luas bangun datar pada pembelajaran konsep keliling dan luas bangun datar.



Dengan memilih menu “*explore*” peserta didik dapat membuat sendiri bangun datar menggunakan persegi satuan pada kertas grid yang telah disediakan.



### 3. Implementasi Model Pembelajaran *Discovery Inquiry Learning (DIL)* dengan Memanfaatkan *PhET Interactive Simulation* dan LKPD Buatan Guru

Pembelajaran matematika dengan model pembelajaran *Discovery Inquiry Learning (DIL)* memuat 6 sintaks pembelajaran yang dikemas dengan berbantuan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD).

Berikut garis besar sintaks pembelajaran *DIL* menggunakan media *PhET Interactive Simulation* topik Keliling dan Luas Bangun Datar .

#### a. *Stimulation*

Peserta didik diberikan gambar yang berhubungan dengan luas dan keliling bangun datar, misalnya gambar kebun atau tanah yang dipagari. Pendidik juga bisa menggunakan alternatif pemberian video tentang luas dan keliling lapangan sepak bola dan sebagainya. Pemberian stimulus dalam bentuk gambar atau video bisa dilakukan melalui media sosial atau LMS yang biasa digunakan. Pemberian stimulus yang baik berupa gambar atau video bangun datar segi banyak.

#### b. *Problem Statement*

Peserta didik menyampaikan respon atas stimulus yang telah diberikan secara tertulis atau pesan suara pada media sosial yang digunakan. Kemudian pendidik memberikan 3 pertanyaan



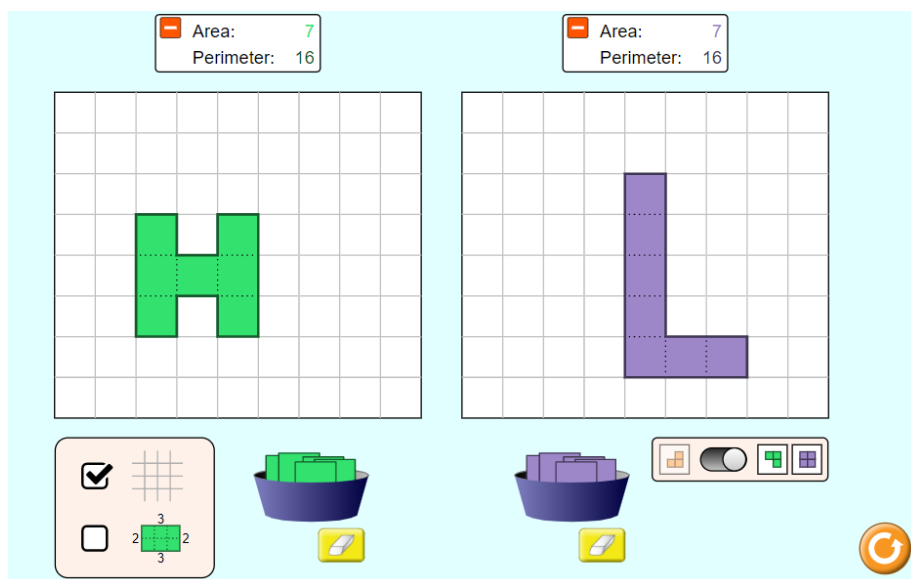
(masalah) mendasar yang berhubungan dengan topik bahasan yang bisa dimuat dalam LKPD, misalnya:

1. Bagaimana menemukan luas suatu bangun datar tanpa menggunakan rumus luas yang telah diketahui sebelumnya?
2. Adakah bangun datar segi banyak yang luasnya sama tetapi kelilingnya berbeda?
3. Adakah bangun datar segi banyak yang kelilingnya sama tetapi luasnya berbeda?

Melalui pertanyaan-pertanyaan tersebut, peserta didik ditugaskan secara berkelompok untuk mengidentifikasi dan merumuskan masalah yang berhubungan dengan stimulus yang diberikan. Identifikasi dan perumusan masalah dituangkan dalam LKPD yang diberikan.



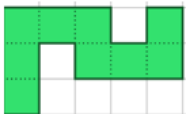

c. *Data Collection*

Peserta didik baik secara individu atau berkolaborasi dengan teman sekelompoknya menggunakan media *PhET Interactive Simulation* topik *Area Builder* dan LKPD dalam mengumpulkan data untuk menjawab rumusan masalah yang telah ditulis. Misalnya, sebagai Langkah awal peserta didik membuat bangun berbentuk huruf H dan L.



Selanjutnya, peserta didik diminta untuk menjawab beberapa pertanyaan yang berhubungan dengan keliling dan luas pada bangun berbentuk H dan L tersebut.

Peserta didik juga diminta mengumpulkan data tabel yang disajikan pada LKPD sehingga mereka membuat bangun datar sesuai petunjuk, sebagai contoh adalah sebagai berikut.

Buat Bentuk ini	Banyak Kotak Satuan	Luas (sat.luas)	Keliling (sat.)
A. 			
B. 			
C. 			
D. 			

d. *Data Processing*

Setelah peserta didik melengkapi tabel dan memperoleh data, arahkan dengan pertanyaan yang berhubungan dengan konsep keliling dan luas bangun datar. Misalnya:

1. Apakah ada bangun yang mempunyai luas sama tetapi kelilingnya berbeda?
2. Bagaimana bisa banyaknya kotak satuan berpengaruh pada luas suatu bangun?
3. Tulis sebuah persamaan untuk menunjukkan hubungan banyaknya kotak satuan dengan luas bangun!

Dengan menjawab beberapa pertanyaan yang mengacu pada pengolahan data, peserta didik bersama kelompoknya merumuskan sendiri konsep luas dan keliling bangun datar berdasarkan pemahaman mereka sendiri, menggunakan bahasa mereka sendiri. Perolehan data tersebut diunggah secara individu pada kantong penugasan di LMS.

e. *Verification*

Jika memungkinkan menggunakan vicon via Zoom atau Google Meet, setiap kelompok mempresentasikan hasil perolehan data kepada pendidik dan peserta didik lainnya. Jika tidak memungkinkan, peserta didik dapat membuat video presentasi yang kemudian dibagikan lewat media sosial dan peserta didik lain menanggapi hasil presentasi itu. Tugas pendidik sebagai fasilitator tidak menghakimi benar atau salah dari hasil perolehan data setiap kelompok namun mengorganisir dan memadukan temuan peserta didik serta menggiring ke konsep yang seharusnya.

f. *Generalization*

Setelah konsep terverifikasi, peserta didik diminta menyimpulkan hasil temuan mereka berdasarkan masukan dari pendidik dan peserta didik lainnya. Kesimpulan ini bisa dituangkan pada kantong tugas mandiri di LMS atau dikirim lewat media sosial. Pendidik memberikan apresiasi kepada setiap kelompok atas pekerjaan yang telah dilakukan.

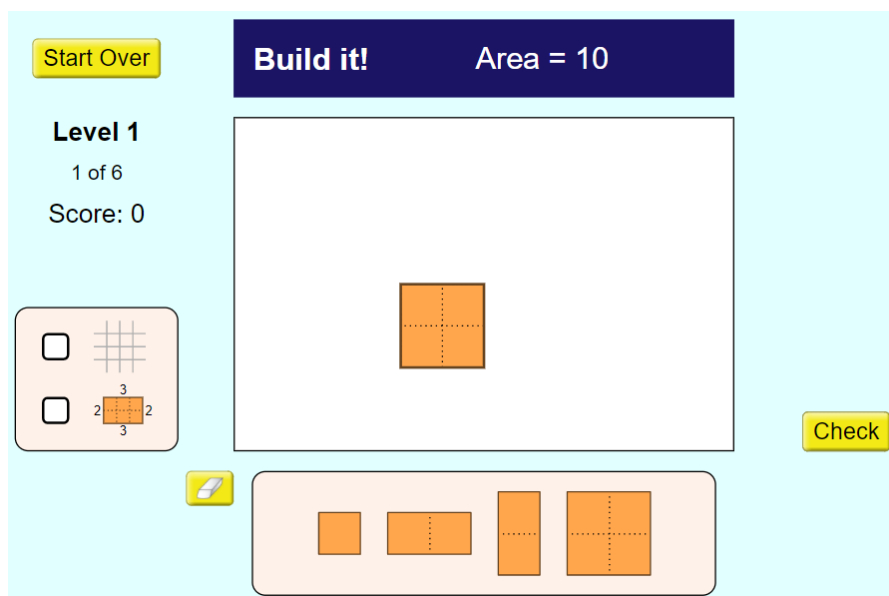
4. Bermain dengan *PhET Interactive Simulation*

Selain menu “explore”, *PhET Interactive Simulation* juga menyediakan menu game. Pada topik “Area Builder” terdapat 6 level permainan mengenai konsep keliling dan luas bangun datar.

Menu ini bisa diberikan sebagai kegiatan penutup pembelajaran atau bisa juga sebagai tahap penilaian. Pada sesi ini peserta didik semakin tertantang untuk bersaing dalam memainkan strategi permainan bersifat edukasi.



Pada permainan ini, peserta didik diminta untuk mengkonstruksi sendiri bangun datar jika luas (area) diketahui. Ini akan melatih kecakapan kreativitas mereka dalam berpikir.



Peserta didik menarik (*drag*) kotak yang disediakan dan membangun sendiri bangun datar yang memiliki luas 10 satuan luas. Peserta didik bisa menekan tombol "*check*" untuk mendapatkan nilai dan melanjutkan ke sesi selanjutnya.

## 5. Kelebihan dan Kekurangan *PhET Interactive Simulation*

### a. Kelebihan

Media pembelajaran berbasis komputer *PhET Interactive Simulation* memiliki kelebihan sebagai berikut:

- *File* ringan berekstensi HTML 5 yang bisa dijalankan baik secara *online* maupun *offline* menggunakan *web browser*.
  - Media ini interaktif dengan audio visual dilengkapi dengan *games* edukatif sehingga menarik motivasi peserta didik dalam belajar.
  - Melatih kecakapan kritis dan kreatif peserta didik karena *tools* yang digunakan lebih kepada bagaimana cara mengeksplorasi/ mengkonstruksi konsep pembelajaran.
  - Mendukung pendekatan dan model pembelajaran inovatif abad 21.
- b. Kekurangan
- Setiap media pembelajaran tidaklah sempurna. Terkadang masih membutuhkan perbaikan dan penyesuaian. Begitu juga *PhET Interactive Simulation* memiliki kekurangan sebagai berikut:
- Tidak semua topik/materi pembelajaran dapat ditemukan disini. Dibutuhkan donatur dan pengembang yang bisa membuat platform ini lebih kaya konten.
  - Tidak menyentuh konsep pembelajaran secara menyeluruh. Misalnya, *area builder* tidak memungkinkan peserta didik membuat bangun datar tak tentu dengan kurva atau bentuk segitiga, jajargenjang dan bangun segiempat lainnya.
  - Harus menggunakan laptop atau komputer. Pada kenyataan, tidak semua peserta didik memiliki perangkat TIK. Untuk mengatasi hal ini, dapat dilakukan dengan memanfaatkan laboratorium komputer.

## Kesimpulan

Implementasi model pembelajaran inovatif abad 21 bisa dilakukan dengan memanfaatkan media pembelajaran interaktif berbasis komputer. Salah satu alternatif media adalah media simulasi PhET yang bisa diunduh pada situs resmi *PhET Interactive Simulations* atau tautan <https://phet.colorado.edu/en/simulations/filter?subjects=math&type=html&sort=alpha&view=grid>. Situs tersebut menyediakan konten simulasi mata pelajaran matematika yang bisa diakses secara daring dan/atau luring. Media simulasi tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan. Pembelajaran matematika menggunakan model pembelajaran *Discovery-Inquiry Learning (DIL)* dengan memanfaatkan *PhET Interactive Simulation* dan berbantuan LKPD yang dirancang sendiri oleh guru dapat meningkatkan minat dan motivasi peserta didik dalam belajar.

## Daftar Pustaka

- Phet.colorado.edu. University of Colorado Boulder. Area Builder.  
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/area-builder> [Diakses tanggal 01 April 2021]
- Pratama, Ahmad Toni, Muhammad Syarif Hidayat dan Nana. 2019. Pembelajaran Fisika Menggunakan PhET (Physics Education Technology) Pada Materi Gaya Gravitasi Newton. Jawa Barat: FKIP Pendidikan Fisika Universitas Siliwangi.
- Saleha, Aja. 2019. Pengaruh PhET Simulation Terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VIII SMP Negeri 3 Bakongan Pada Materi Gaya dan Gerak. Banda Aceh: Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Darussalam.
- Tim Pusdatin. 2020. Panduan Penerapan Model Pembelajaran Inovatif Dalam BDR Yang Memanfaatkan Rumah Belajar. Jakarta: Pusat Data Informasi dan Teknologi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

---

\*) Edi Susanto

SMP Satap Negeri 8 Talang Ubi, Kab. Penukal Abab Lematang Ilir, Sumatera Selatan



Gambar: <httpszak.io>



Gambar: <https://codendojoathenry.org>

# Berlatih Perkalian dengan Game Online

## Perkalian Scratch

\*) Fani Akdiana

### A. Pendahuluan

Keadaan darurat menyebabkan guru dan siswa melakukan adaptasi kegiatan pembelajaran jarak jauh. Motivasi siswa untuk melaksanakan kegiatan belajar saat masa normal dengan darurat mengalami perbedaan. Hal ini menyebabkan hasil belajar yang juga mengalami penurunan.

Penurunan motivasi belajar yang berakibat pada penurunan hasil belajar juga dialami oleh siswa kelas III SDN Beji Ngawen. Kegiatan pembelajaran jarak jauh menyebabkan siswa kesulitan untuk dibimbing dalam memahami materi yang diberikan oleh guru. Karakteristik sosial siswa yang masih membutuhkan bimbingan secara penuh membutuhkan pendampingan dalam belajar.

Kegiatan pembelajaran jarak jauh di kelas III SDN Beji Ngawen dilaksanakan dengan metode campuran daring dan luring. Siswa mengambil modul luring tiap hari Senin untuk kegiatan selama satu minggu pembelajaran. Selanjutnya, guru setiap hari membimbing kegiatan siswa melalui aplikasi *Whatsapp*.

Akan tetapi, dari jumlah siswa kelas III SDN Beji Ngawen yang terdiri dari 9 siswa hanya 1 siswa yang memiliki handphone pribadi, 2 siswa yang dimiliki oleh ibu rumah tangga, dan 6 siswa yang dipegang oleh ayah sehingga dibawa saat bekerja. Dengan demikian, kegiatan pembelajaran yang diharapkan dilaksanakan dengan tertib setiap hari seringkali mengalami penundaan waktu.

Motivasi belajar yang menurun sehingga menyebabkan penurunan hasil belajar siswa kelas III SDN Beji Ngawen terlihat pada muatan pelajaran Matematika materi perkalian. Siswa mengalami kesulitan dalam menentukan hasil perkalian 1 hingga 10. Adapun kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan sebelumnya adalah dengan pengenalan konsep penjumlahan berulang dan menggunakan jari tangan untuk membantu siswa menentukan hasil perkalian.

Materi perkalian 1 hingga 10 merupakan materi yang digunakan hingga kehidupan siswa di masa depan. Oleh karena itu, materi ini termasuk dalam kompetensi esensial dalam kurikulum darurat. Materi perkalian juga materi yang membutuhkan kegiatan belajar berulang sehingga terjadi penguatan (*reinforcement*) materi dalam diri siswa.

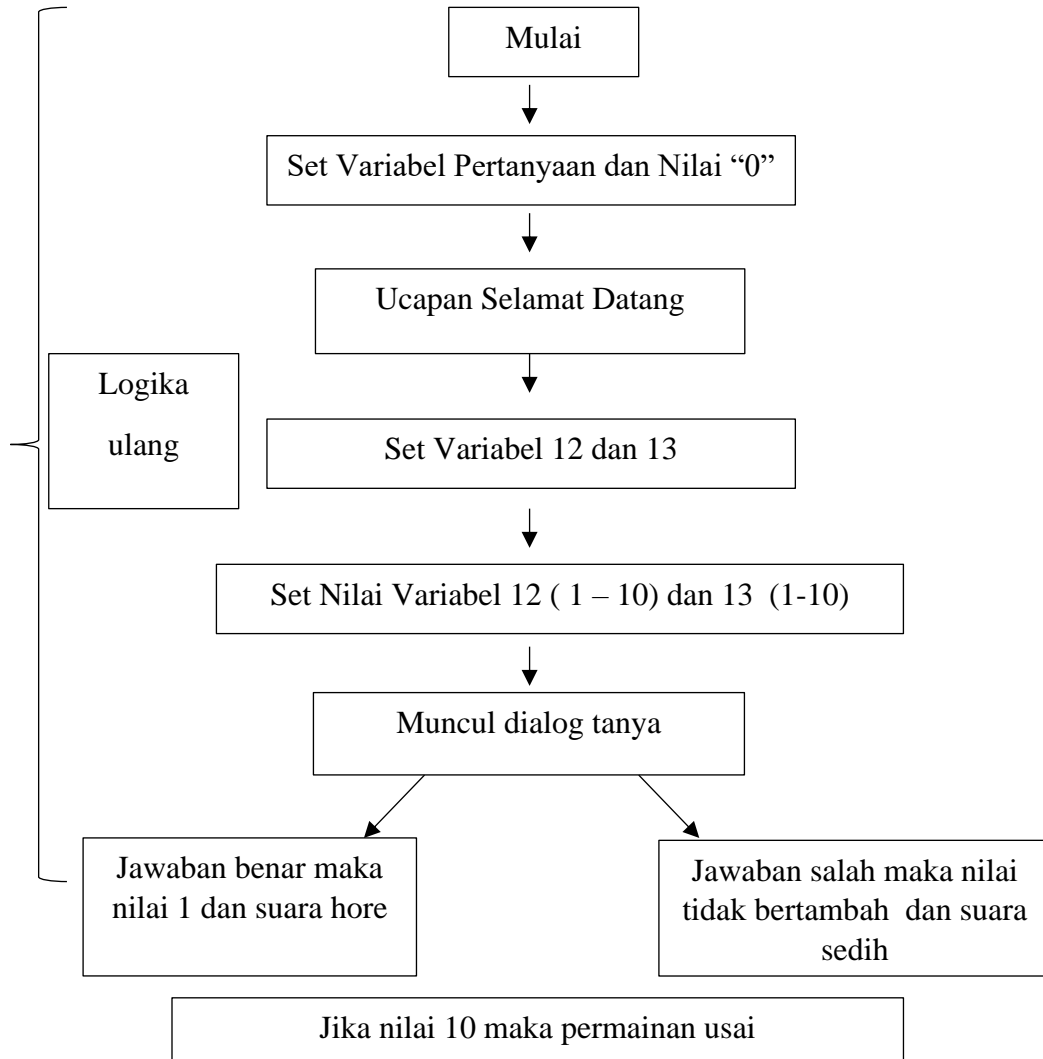
*Reinforcement* dibahas dalam teori behavioristik dalam mengidentifikasi pola belajar siswa. Gagne membahas mengenai pola belajar *Stimulus-Respon Learning* dengan *trial* dan *error* secara berulang untuk memahami materi tertentu. Dengan demikian, siswa dalam belajar materi perkalian harus dilakukan secara berulang-ulang terutama untuk siswa di jenjang kelas rendah Sekolah Dasar yang masih memerlukan pendampingan secara penuh oleh orang dewasa.



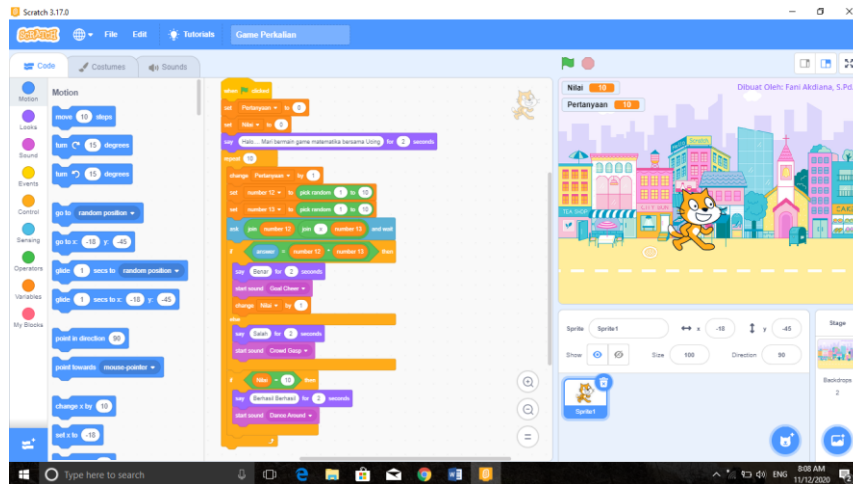
## B. Isi

Aplikasi *Game online* perkalian berbasis *Scratch3* ini merupakan upaya untuk memberikan penguatan kepada siswa agar belajar perkalian. Diharapkan motivasi belajar siswa meningkat dengan menggunakan aplikasi *Game online* ini. Dengan demikian, tanpa didampingi guru secara langsung dalam jam belajar sekolah, siswa dapat secara mandiri belajar perkalian secara berulang-ulang di waktu senggang siswa di rumah.

Guru membuat *Game online* perkalian ini menggunakan aplikasi *Scratch3* berbasis desktop PC. Pembuatan *Game* ini menggunakan koding pemrograman sederhana. Adapun alur logika pengembangan *Game* ini adalah sebagai berikut.

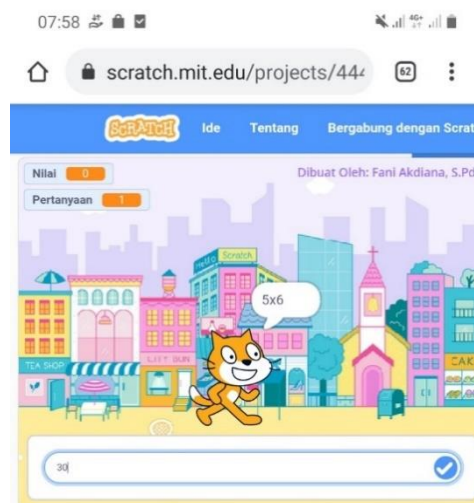


Setelah konsep permainan selesai maka selanjutnya diterapkan dalam aplikasi pembuat *Game online* *Scratch 3* versi desktop. Pemrograman sederhana menggunakan balok *Code* di sebelah kiri untuk memberi perintah pada *Game*. Adapun bentuk koding sederhana *Game* ini adalah sebagai berikut.



Gambar 1. Bentuk Pemrograman di Scratch Desktop

Dari alur logika permainan tersebut, siswa akan diberi pertanyaan perkalian secara acak dari 1 hingga 10. Apabila siswa benar menjawab maka siswa mendapatkan poin 1 dan apabila salah maka tidak mendapatkan poin. Sedangkan permainan akan selesai jika siswa berhasil mendapatkan 10 poin. Permainan dapat diulang untuk dimainkan dengan melakukan *reload* pada halaman web dan pertanyaan akan kembali muncul secara acak dan berbeda dari yang sudah dijawab sebelumnya.



Gambar 2. Tampilan *Game* di Android

*Game* ini dapat dimainkan siswa dalam waktu senggang untuk melatih keterampilan berhitung perkalian. Setelah guru membagi alamat web *Game* perkalian tersebut melalui grup *Whatsapp* wali murid kelas III, yaitu <http://gg.gg/GamePerkalian>, siswa dapat memulai berlatih menjawab soal perkalian 1 hingga 10.

Sebelum melaksanakan kegiatan pembelajaran menggunakan *Scratch3*, guru melaksanakan kegiatan pra tindakan kepada siswa. Kegiatan ini diawali dengan pembelajaran pengenalan konsep perkalian menggunakan modul luring.

Kegiatan pengenalan konsep perkalian diawali dengan penjumlahan berulang. Adapun bentuk materi yang diberikan kepada siswa adalah sebagai berikut.

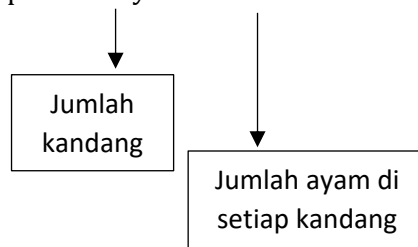
## TERNAK AYAM

Bagas memiliki ternak ayam yang terdiri dari dua kandang. Kandang pertama terdiri dari 4 ayam dan kandang kedua terdiri dari 4 ayam.



Jika ditulis dalam bentuk penjumlahan, maka  $4 + 4 = 8$

Jika ditulis dalam bentuk perkalian yaitu  $2 \times 4 = 8$



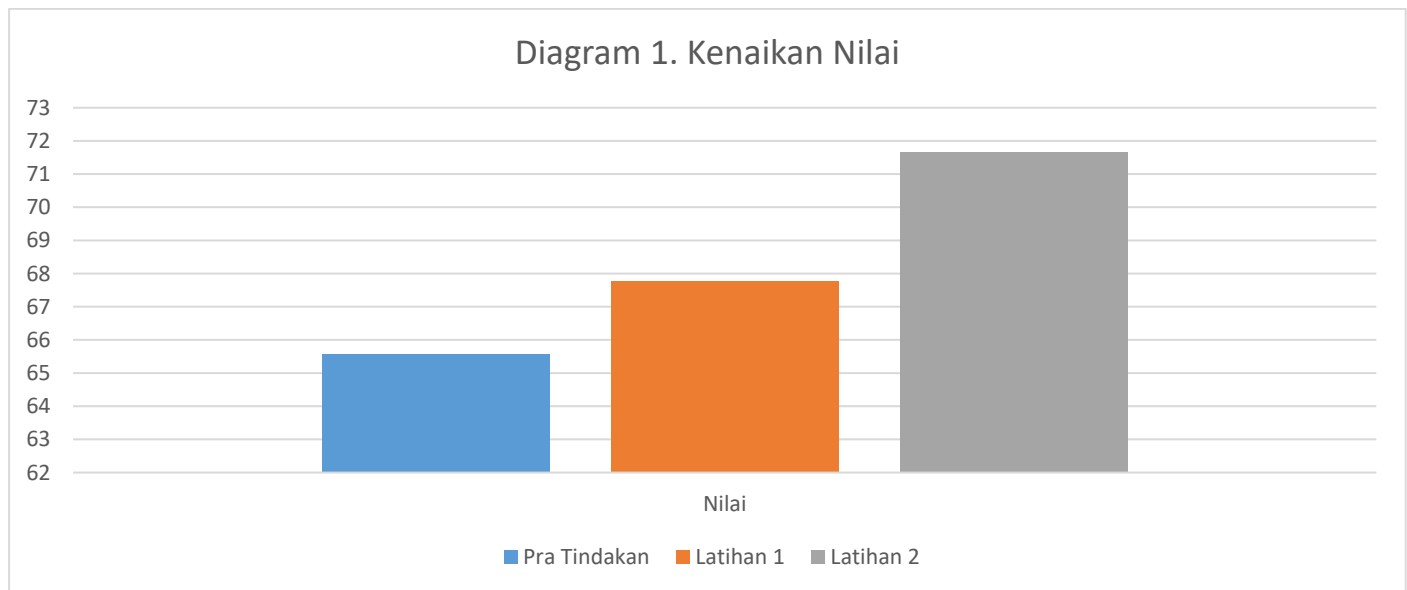
Jadi, jika ada kalimat matematika  $3 \times 7$  artinya  $7 + 7 + 7 = 21$

Pada kegiatan pra tindakan, rata-rata nilai siswa kelas III SDN Beji Ngawen mendapatkan rata-rata nilai 65,56. Adapun KKM yang harus dicapai siswa adalah 70. Siswa yang mendapatkan nilai di atas KKM terdapat 4 siswa, sedangkan 5 siswa di bawah KKM.

Pada kegiatan penilaian latihan 1, rata-rata nilai siswa kelas III SDN Beji Ngawen mendapatkan rata-rata nilai 71,67 dengan kenaikan 5,7%. Adapun KKM yang harus dicapai siswa adalah 70. Siswa yang mendapatkan nilai di atas KKM terdapat 6 siswa, sedangkan 3 siswa di bawah KKM.

Sedangkan, Pada kegiatan penilaian latihan 2, rata-rata nilai siswa kelas III SDN Beji Ngawen mendapatkan rata-rata nilai 71,67 dengan kenaikan 5,7%. Adapun KKM yang harus dicapai siswa adalah 70. Siswa yang mendapatkan nilai di atas KKM terdapat 6 siswa, sedangkan 3 siswa di bawah KKM.

Dari ketiga hasil pra tindakan, latihan 1, dan latihan 2 terdapat peningkatan pada rata-rata kelas nilai matematika materi perkalian siswa kelas III SDN Beji Ngawen. Adapun kenaikan nilai tersebut dapat diamati dari diagram berikut.



Pada kegiatan pra tindakan, siswa belajar secara manual bersama orang tua menggunakan modul luring. Hal tersebut menyebabkan tidak ada pendampingan belajar perkalian secara berkala. Siswa hanya mendapatkan materi dan mengerjakan tugas harian, sehingga proses pembelajaran tidak berjalan.

Proses pembelajaran yang dibutuhkan oleh siswa menurut UU Sisdiknas No 20 Tahun 2003 adalah proses komunikasi dua arah. Adapun dalam kondisi darurat kegiatan pembelajaran juga diupayakan dengan melibatkan proses timbal balik.

Adapun keuntungan penggunaan *Game online* perkalian ini adalah sebagai berikut.

#### 1. Terjadi proses pembelajaran dua arah

Pada *Game online* perkalian, guru tidak harus menjadwalkan kegiatan tatap muka untuk berlatih perkalian dengan siswa. Dikarenakan kondisi HP siswa yang dibawa orang tua, maka *Game* dapat digunakan oleh siswa ketika waktu senggang.

Pada *Game online* perkalian ini, siswa akan mendapatkan timbal balik ketika memasukkan jawaban. Apabila jawaban siswa benar maka *Game* akan mengatakan benar. Sedangkan, jika jawaban siswa salah, maka *Game* akan mengatakan salah.

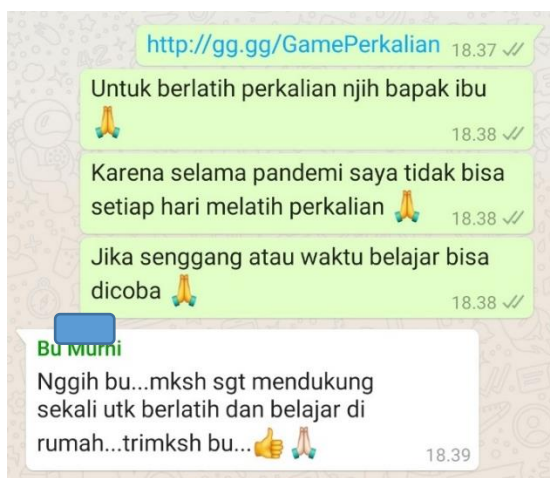
#### 2. Memotivasi siswa

Karakteristik siswa Sekolah Dasar menurut Supriyadi (2013) yaitu menyukai bermain dan tujuan yang jelas. *Game online* ini berbasis permainan yang berbasis skor. Adapun skor maksimal yang harus didapatkan siswa adalah 10 sehingga siswa paham bahwa untuk menyelesaikan sesi maka harus mendapatkan 10 jawaban benar.

Dalam kegiatan bermain *Game online*, siswa dapat bermain untuk mendapatkan skor maksimal. Pertanyaan yang diacak membuat siswa harus menyelesaikan berbagai macam soal. Pembuatan variabel 1 hingga 10 pada saat pengodongan membuat siswa akan mendapatkan soal yang berbeda setiap kali memulai *Game*.

#### 3. Terjadi Pembelajaran Berulang

Kelemahan dalam pembelajaran jarak jauh di kelas III SDN Beji Ngawen adalah siswa yang tidak dapat memaksimalkan jam belajar seperti saat di sekolah. Hal ini dikarenakan ketika siswa di rumah, memungkinkan lebih banyak distraksi yang muncul saat siswa belajar daripada saat di sekolah. Akibatnya, siswa tidak dapat terbimbing latihan perkalian.



Gambar 3. Chat WAG Wali Murid



Gambar 4. *Game* digunakan siswa

Penggunaan *Game* ini dapat memudahkan siswa untuk berlatih kapan pun. Saat siswa senggang, siswa dapat berlatih secara terus menerus. Dengan demikian siswa dapat belajar mandiri dan terbimbing walaupun tidak ada guru yang mengawasi mereka belajar.

### C. Kesimpulan

Pada dasarnya pembelajaran jarak jauh secara luring maupun daring dapat menyesuaikan dengan kondisi masing-masing siswa. Pelaksanaan pembelajaran jarak jauh di SDN Beji Ngawen tidak dapat dilaksanakan sepenuhnya dengan daring sehingga perlu juga dilaksanakan secara luring yaitu penggunaan modul.

Akan tetapi, materi perkalian harus diberikan secara berulang kepada siswa dan dipantau kemajuannya. Selain itu, kegiatan berlatih perkalian ini diharapkan dapat memberikan dampak kepada siswa. Dengan demikian, siswa diharapkan dapat berlatih perkalian secara bertahap dan terus menerus.

Upaya agar siswa berlatih menggunakan *game online scratch3* ini diharapkan dapat membantu siswa ketika belajar dari rumah. *Game online* perkalian ini dapat digunakan kapanpun dan di manapun dengan koneksi internet.

Penggunaan *game online* perkalian ini dapat membantu guru untuk memberikan latihan matematika kepada siswa tanpa harus didampingi guru secara tatap muka. Adapun siswa juga dapat langsung mengetahui jawaban yang dimasukkan benar atau salah. Dengan demikian, *game online* sederhana ini diharapkan dapat tetap dapat mengoptimalkan kegiatan belajar siswa dengan menyenangkan.

### Rujukan

UU Sisdiknas Tahun 2003

Supriyadi. 2013. *Strategi Belajar Mengajar*. Yogyakarta : Jaya Ilmu

---

\*) Fani Akdiana, S.Pd.  
SDN Beji Ngawen, Gunungkidul



# Belajar Sambil Bermain Dengan Google *Spreadsheets*

\*) Mahfudz Reza Fahlevi

## A. Pendahuluan

Roda pendidikan Indonesia yang selalu bergerak sesuai dengan berbagai kebijakan pemerintah, tiba-tiba terhenti sejenak untuk beradaptasi dengan keadaan pandemi *Covid-19*. Ambil contoh pelaksanaan Ujian Nasional (UN) yang dicanangkan akan dilaksanakan terakhir kali pada tahun 2020 silam, telah dibatalkan karena adanya kebijakan *social distancing*. Adapun contoh lainnya adalah pelaksanaan Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN) yang sempat ditunda hingga tiga bulan lamanya pada tahun 2020 karena dapat memicu kerumunan banyak orang. UN dan SBMPTN sejatinya telah mengalami pergeseran dengan digunakannya basis teknologi yakni UNBK dan UTBK, namun penggunaan teknologi semacam itu dalam konteks pandemi belum cukup karena masih membutuhkan kehadiran individu ke suatu tempat.

Pengaruh pandemi tidak hanya sebatas pada sistem evaluasi dan sistem seleksi seperti paparan di atas, ada tantangan lain yang menjadi hal dasar dalam sendi-sendi pendidikan yakni sistem pembelajaran. Sejauh ini, pada masa pandemi terjadi pergeseran sistem pembelajaran dengan menggunakan metode dalam jaringan. Jika materi sebatas teori dan masih cukup jika dijelaskan hanya dengan satu arah (tanpa membutuhkan banyak response dari siswa) mungkin hal tersebut tidak masalah, namun akan berbeda halnya jika berkaitan dengan pembelajaran praktikum. Umumnya, pembelajaran praktikum memerlukan ruang dan kehadiran siswa secara langsung agar tercipta komunikasi intens dan response secara langsung dari pengajar.

Pembelajaran praktikum mungkin tidak terlalu identik dengan mata pelajaran Matematika, namun dewasa ini belajar matematika bisa dilakukan dengan berbagai aplikasi terbaru yang dapat menghadirkan suasana praktikum sehingga dapat membantu siswa untuk memahami teori yang sebelumnya diajarkan secara manual (Harmastuti, 2018). Salah satu aplikasi yang dapat digunakan untuk belajar matematika adalah *Spreadsheets*. Aplikasi *spreadsheets* yang umumnya sering digunakan adalah Ms. Office Excel, namun dalam tulisan ini yang akan diketengahkan adalah aplikasi sekaligus fasilitas gratis dari *search engine* Google, yakni *Google Spreadsheets*. Selain tampilannya yang hampir mirip dengan Ms. Excel, *Google Spreadsheets* juga kini mulai banyak diminati oleh para pengguna aplikasi daring, karena aplikasi ini mengutamakan kolaborasi *real time*. *Google Spreadsheets* juga memiliki kemampuan olah data yang begitu fleksibel yang mendukung dengan berbagai sistem eksternal, termasuk *Microsoft Office* sehingga dapat meminimalkan masalah yang biasa terjadi saat bekerja dengan beragam sumber data, kemudian *Google Spreadsheets* juga memiliki pembaharuan fitur canggih seperti fitur AI (*Artificial Intelligence*) sehingga pengguna bisa memperoleh analisis yang tepat untuk mengambil keputusan bisnis yang signifikan, arsitektur berbasis *cloud* yang memungkinkan pengguna berkolaborasi dengan siapapun, kapanpun, dan dimanapun serta penggunaannya yang gratis tanpa takut menggunakan aplikasi bajakan.

Lebih lanjut, artikel ini akan membahas tentang penggunaan *Google Spreadsheets* sebagai sarana belajar sambil bermain pada mata pelajaran Matematika. Selain matematika, terdapat beberapa aktivitas yang juga cocok bagi lintas ilmu lainnya. Penggunaan *Google Spreadsheets* juga akan menghadirkan suasana belajar praktikum dengan

komunikasi dua arah, sehingga diharapkan dapat membantu memberikan gambaran dan alternatif sumber referensi mengajar bagi guru.

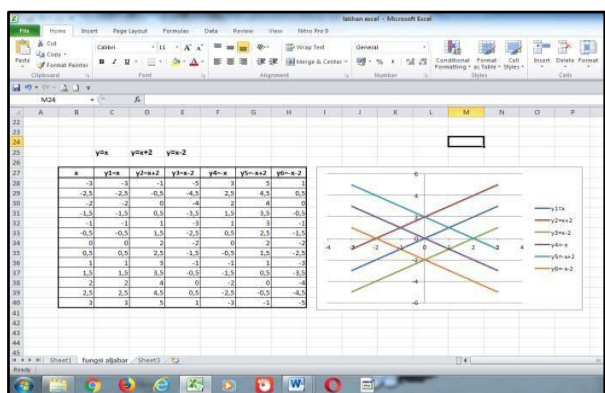
## B. Google Spreadsheets

Google *Spreadsheets* merupakan aplikasi pengolah angka yang tersusun atas baris dan kolom, bentuk lembar kerjanya identik dengan Ms. Excel. Google *Spreadsheets* tersedia untuk luar jaringan (luring) dan dalam jaringan (daring), yang juga sama seperti MS. Excel yang termuat dalam *Office 365*. Google *Spreadsheets* adalah salah satu fasilitas gratis yang termuat dalam *Google Docs Editor* berbasis web yang diberikan oleh Google bagi setiap pengguna yang telah memiliki *Gmail*.

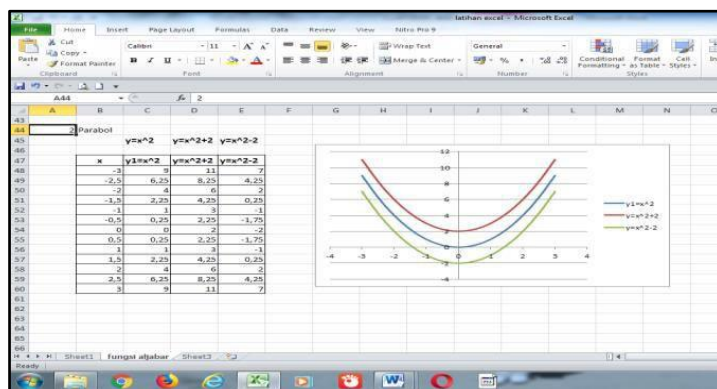
Google *Spreadsheets* memungkinkan pengguna untuk membuat dan mengolah angka dan data dengan sistem daring sambil berkolaborasi dengan pengguna lain secara *real-time*. Hasil edit oleh pengguna lain dapat dilacak oleh pemilik dokumen asli dengan riwayat revisi yang menampilkan perubahan-perubahan yang terjadi, sehingga memungkinkan terjadi komunikasi langsung secara dua arah yang sangat cocok dalam sistem belajar praktikum, terutama bagi guru ketika memberi materi kepada masing-masing siswa. Posisi editor dalam Google *Spreadsheets* akan dibedakan berdasarkan kursor yang diberi warna khusus, pemilik dokumen serta memegang penuh sistem perizinan untuk mengatur apa yang dapat dilakukan pengguna lainnya.

## C. Aplikasi Spreadsheets dalam Pembelajaran Matematika

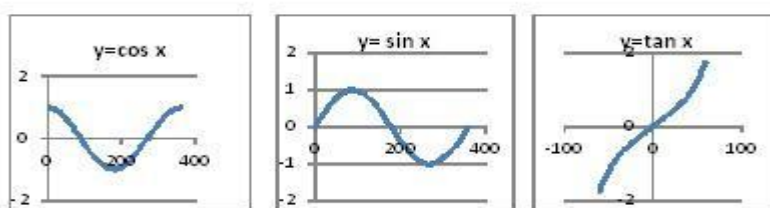
Menggunakan aplikasi dalam pembelajaran matematika memang sudah mulai menjadi kebutuhan tersendiri bagi guru, terlebih pada masa pandemi seperti saat ini. Begitu banyak aplikasi yang dapat digunakan sehingga dapat membantu menanamkan pemahaman konsep matematika, sebagai contoh adalah *Wolfram*, *Geogebra*, *Maple*, *Matlab* dan lain sebagainya. *Spreadsheets* yang umumnya digunakan dalam pembelajaran matematika adalah Ms. Excel. Ms. Excel mampu membantu siswa dalam mengenal operasi bilangan, membuat grafik hingga mengolah data yang identik dengan materi statistika (Martiningsih, 2015). Berikut beberapa contoh hasil penggunaan aplikasi *Spreadsheet* Ms. Excel dalam pembelajaran Matematika.



Gambar 1. Menggambar grafik fungsi linier



Gambar 2. Menggambar grafik fungsi kuadrat



Gambar 3. Grafik fungsi dan

## D. Belajar Sambil Bermain dengan Google *Spreadsheets*

Dengan berkembangnya fasilitas gratis dari Google, kini pengguna *Spreadsheets* dapat menggunakannya dengan mode dalam jaringan, selain itu mode dalam jaringan ini sangat mendukung keperluan praktikum jarak jauh. Penugasan dapat diberikan melalui aplikasi Google lainnya, yakni Google *Classroom* karena *Learning Management System* (LMS) pada Google *Classroom* mendukung pemberian tugas pada siswa untuk dapat membagikan kepada individu masing-masing hanya dengan hanya satu kali pengiriman dan pembatas editor hanya kepada peserta yang diberi penugasan, para guru bisa memilih opsi “buat salinan untuk tiap siswa”. Adapun beberapa contoh aktivitas yang dapat diberikan/digunakan pendidik, baik guru matematika maupun bidang lainnya dalam memaksimalkan penggunaan Google *Spreadsheets* adalah sebagai berikut ini:

### 1. Menebak formula sel

Aktivitas menebak formula sel dapat diberikan guru untuk melatih logika siswa dalam menentukan formula yang tepat (baik memilih formula maupun struktur formula). Jika penyajian penugasan tepat, bisa saja aktivitas ini menjadi wahana untuk bermain *tebak-tebakan* bagi siswa. Sebagai contoh, berikut aktivitas yang dapat diberikan.

The screenshot shows a Google Spreadsheet with the following content:

**PERHATIAN!**

- Fungsi string adalah fungsi untuk mengambil satu atau beberapa karakter
- Ada tiga buah fungsi string:
  - Fungsi **LEFT**: Digunakan untuk mengambil karakter urut dari **KIRI**
  - Fungsi **MID**: Digunakan untuk mengambil karakter yang berada di **TENGAH-TENGAH**
  - Fungsi **RIGHT**: Digunakan untuk mengambil karakter urut dari **KANAN**
  - Fungsi **LEN**: digunakan untuk menghitung jumlah karakter

**Perintah:**

- (LEFT) Pilihlah 3 huruf paling kiri dari 10 nama.
- (RIGHT) Pilihlah 2 huruf paling kanan dari 10 nama.
- (MID) Pilihlah 3 huruf ditengah dimulai huruf ke 2 dari kiri
- (LEN) Hitung jumlah karakter nama tersebut.

Fungsi String				
NAMA	KIRI	KANAN	TENGAH	JUMLAH KARAKTER
AMNI				
AKBAR				
ABDURAHMAN				
MEGAWATI				
DAMBANG				
BAHARUDIN				
MATORI				
MAHFUD				
YUSRI				
HAMZAH HAZ				

Jawaban				
NAMA	KIRI	KANAN	TENGAH	JUMLAH KARAKTER
AMNI	AM	NI	MIN	5
AKBAR	AKB	AR	KBA	5
ABDURAHMAN	ABD	AN	BDU	11
MEGAWATI	MEG	TI	EGA	9
DAMBANG	DAN	NG	AMB	7
BAHARUDIN	BAH	IN	AHA	9
MATORI	MAT	RI	ATO	6
MAHFUD	MAH	UD	AHF	6
YUSRI	YUS	IL	USR	6
HAMZAH HAZ	HAM	AZ	AMZ	10

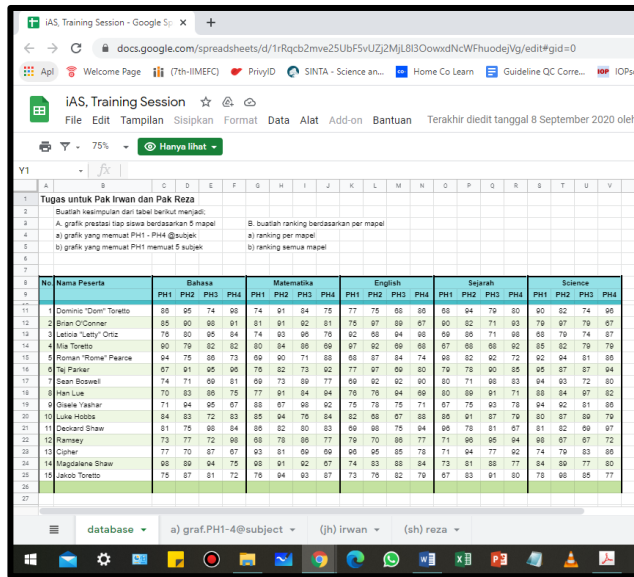
Jawaban di tabel ini hanya berisi karakter (bukan formula) sehingga bisa menjadi

Gambar 4. Aktivitas menebak formula sel

aktivitas ini bisa sangat bervariasi, formula yang ada dapat disesuaikan dengan kemampuan siswa. Di tahap lanjut, formula yang diujikan bisa seperti fungsi *if*, *lookup* dan lain sebagainya.

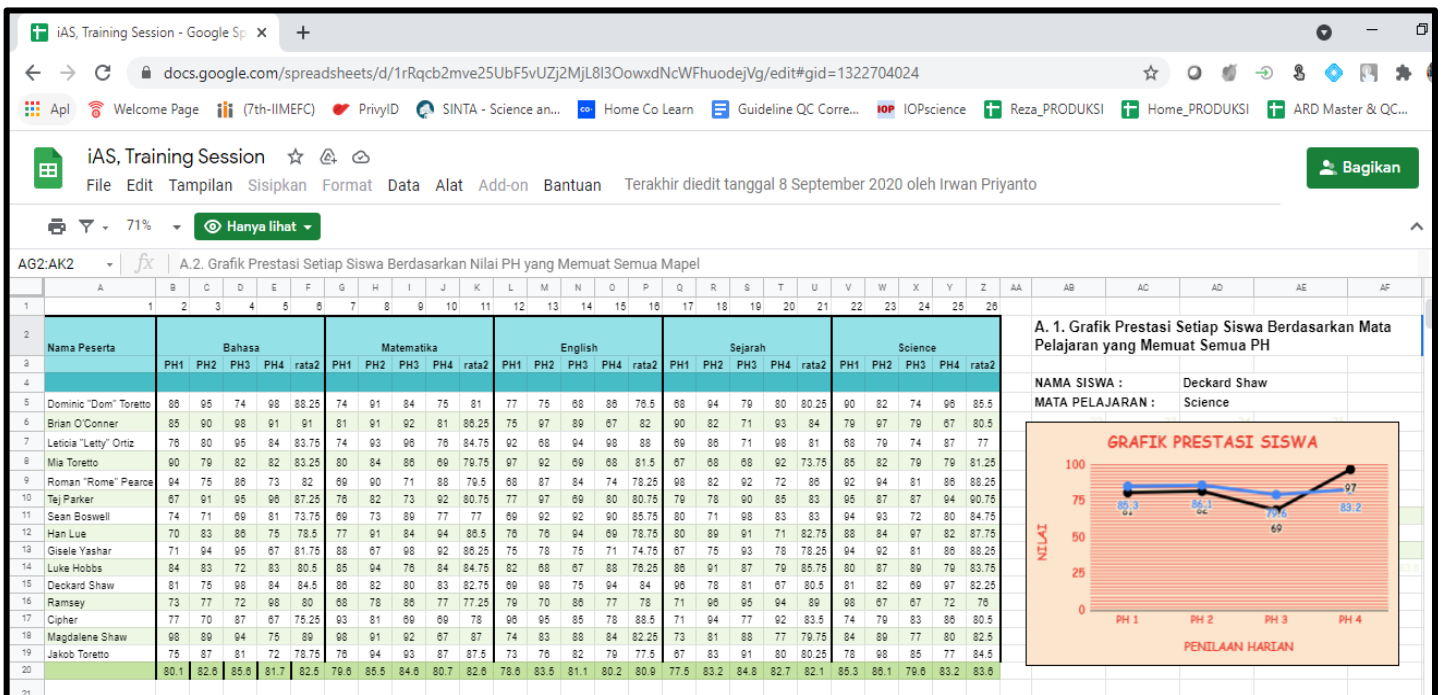
### 2. Melatih logika dalam menentukan formula dan mengolah data menjadi grafik

Pada contoh aktivitas 1, siswa masih diberi acuan untuk menentukan formula yang tepat. Formula yang dilibatkan masih sederhana. Pada contoh aktivitas 2, tantangan yang diberikan tidak hanya penentuan formula namun juga pengolahan data dan penyajiannya.



Gambar 5. Pemberian data untuk diolah dan disajikan

Nampak bahwa penugasan pada aktivitas ini meminta siswa untuk mengolah dan menyajikan data, berikut contoh jawaban siswa:



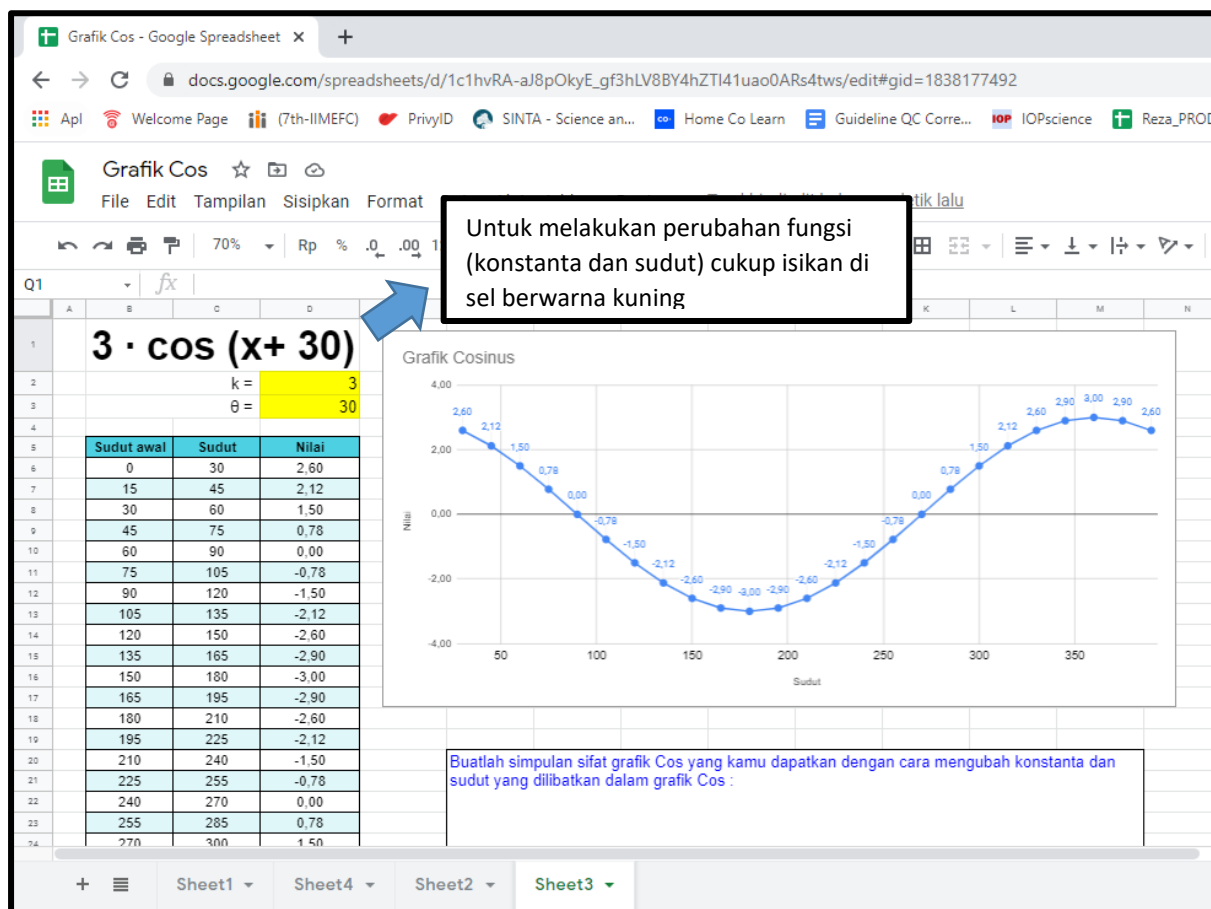
Gambar 6. Contoh jawaban siswa dalam mengolah dan menyajikan data

### 3. Analisa sifat fungsi dari visual grafik

Google *Spreadsheets* juga dilengkapi dengan kemampuan mengolah grafik, baik itu grafik batang, grafik garis, histogram, *scatter plot* (diagram sebar) dan lain sebagainya. Kemampuan Google untuk selalu melakukan pembaharuan kini membuat jenis grafik yang dapat disajikan dalam Google *Spreadsheets* sangat beragam, seperti

diagram geografis (prototipe suatu peta), diagram meteran (*meter chart*), peta pohon (*tree map*), diagram garis waktu (*timeline*), diagram organisasi, diagram kartu skor dan lain sebagainya.

Pada pembelajaran matematika, materi fungsi sangat erat kaitannya dengan grafik. Grafik yang dibahas terkadang memerlukan waktu untuk menggambar, terlebih jika fungsi akan diubah-ubah koefisien dan konstantanya ketika ingin melihat sifat-sifat fungsi yang diberikan. Oleh karenanya, perlu pemasangan (*install*) aplikasi yang memudahkan dalam mengkonstruksi gambar grafik, seperti *Geogebra*. Namun, jika siswa yang diminta melakukan perubahan koefisien dan konstanta, terkadang cukup terkendala karena tidak semua siswa paham cara memasang aplikasi tersebut. Untuk mengatasi hal ini, fasilitas *Google Spreadsheets* bisa digunakan, berikut contohnya.



Gambar 7. Contoh grafik trigonometri fungsi Cos

#### 4. *Importrange* sebagai alternatif pemanggil data “dari” dan “ke” *Spreadsheets* lain

Dalam *Google Spreadsheets* terdapat satu formula yang dapat membantu pekerjaan ketika data dibutuhkan di *Spreadsheets* lain yang berbeda-beda tanpa harus menggandakan dan menempelkan (*copy paste*) secara manual, terlebih jika data yang diinginkan bersifat dinamis (selalu diperbaharui) dan ingin otomatis diperbaharui juga pada *Spreadsheets* lainnya, formula tersebut adalah *Importrange*. Jika pengguna *Google Spreadsheets* menyimpan data secara terpisah, penyalinan rentang data dari satu *Spreadsheets* ke *Spreadsheets* lainnya dapat dengan mudah dilakukan dengan fungsi ini. Sebagai contoh, adalah untuk membuat dokumen penilaian bagi guru yang menggunakan *Google Spreadsheets*. Guru tersebut dapat memantau perkembangan nilai siswa tiga bulanan di *Spreadsheets* yang berbeda untuk suatu kelas. Untuk menggabungkan semua data nilai kelas tiga bulanan tersebut, salin data dari *Spreadsheets* tiap kelas ke *Spreadsheets* yang memuat nilai semua kelas menggunakan *importrange*.



## 5. Deteksi bahasa dan membuat kamus terjemah sendiri

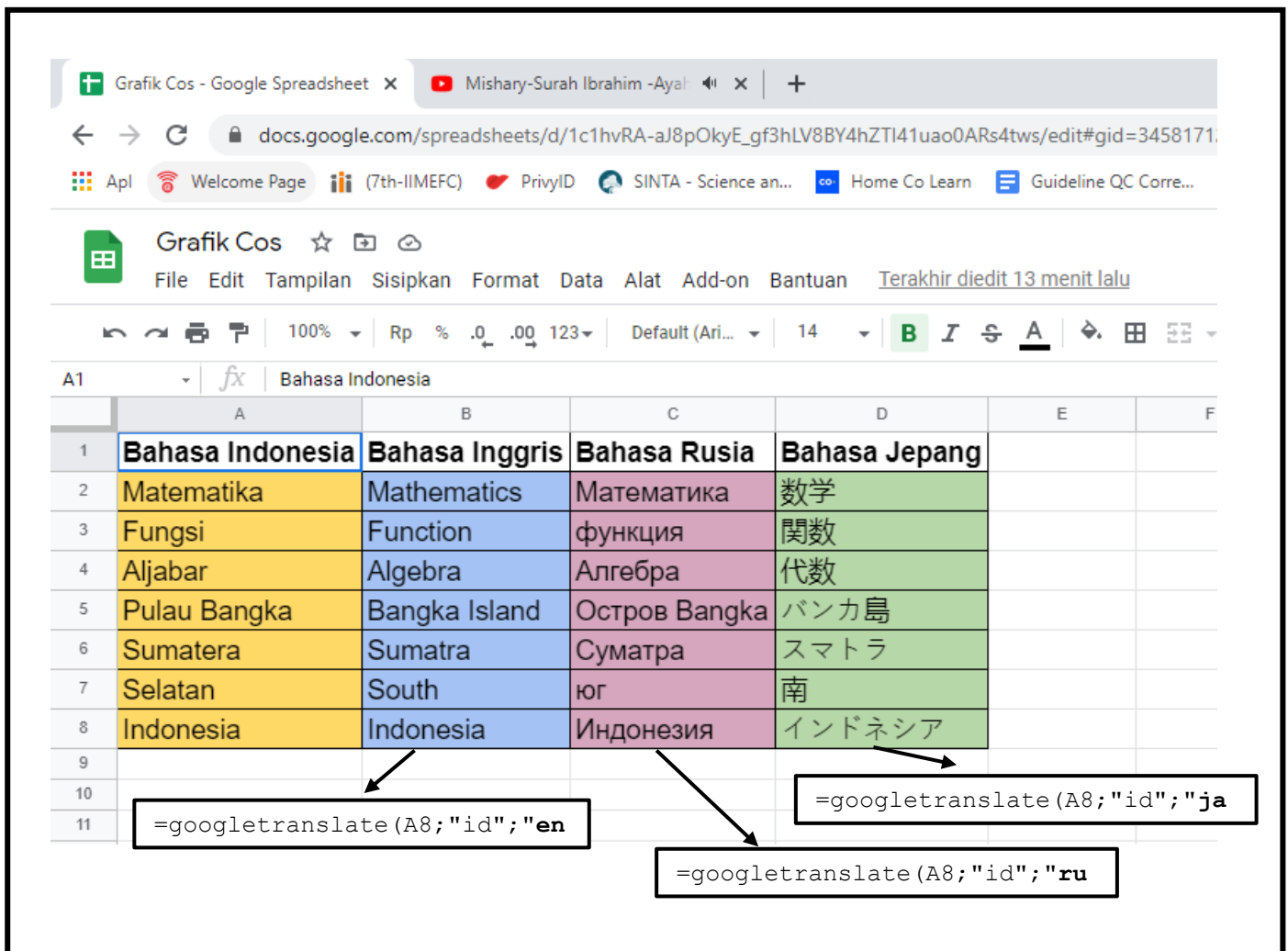
Google *Spreadsheets* yang umumnya identik dengan aplikasi pengolah angka mulai memperluas fasilitas pada fitur-fiturnya juga dalam bidang linguistik. Terdapat cara yang lebih efisien untuk mendeteksi kosakata bahasa asing atau menerjemahkan kata-kata pada suatu bahasa ke bahasa lainnya yakni formula pada Google *Spreadsheet*, yaitu *GoogleTranslate* dan *DetectLanguage*. Kemampuan kedua formula ini merupakan perkembangan dari kemampuan *Google Translate* yang diletakkan di *Google Spreadsheets*, dengan formula ini, pengguna dapat dengan mudah mendaftarkan kata-kata yang ingin dipelajari, misalnya saja untuk persiapan melakukan tes bahasa seperti TOEFL (Bahasa Inggris), TOAFL (Bahasa Arab), JLPT (Bahasa Jepang) dan lain sebagainya. Bahasa yang dapat diakses masih terbatas, berikut adalah kode dan daftar bahasa yang sudah ada dalam *Google Spreadsheets*:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Name	Code	Name	Code	Name	Code	Name	Code
2	Amharic	am	Finnish	fi	Malay	ms	Telugu	te
3	Arabic	ar	French	fr	Malayalam	ml	Thai	th
4	Basque	eu	German	de	Marathi	mr	Chinese (Taiwan)	zh-TW
5	Bengali	bn	Greek	el	Norwegian	no	Turkish	tr
6	English (UK)	en-GB	Gujarati	gu	Polish	pl	Urdu	ur
7	Portuguese (Brazil)	pt-BR	Hebrew	iw	Portuguese (Port)	pt-PT	Ukrainian	uk
8	Bulgarian	bg	Hindi	hi	Romanian	ro	Vietnamese	vi
9	Catalan	ca	Hungarian	hu	Russian	ru	Welsh	cy
10	Cherokee	chr	Icelandic	is	Serbian	sr		
11	Croatian	hr	Indonesian	id	Chinese (PRC)	zh-CN		
12	Czech	cs	Italian	it	Slovak	sk		
13	Danish	da	Japanese	ja	Slovenian	sl		
14	Dutch	nl	Kannada	kn	Spanish	es		
15	English (US)	en	Korean	ko	Swahili	sw		
16	Estonian	et	Latvian	lv	Swedish	sv		
17	Filipino	fil	Lithuanian	lt	Tamil	ta		

Gambar 8. Daftar dan kode bahasa-bahasa yang tersedia dalam *Google Spreadsheets*

adapun contoh penggunaan formula *Google Translate* untuk menerjemahkan beberapa bahasa asing ada di gambar 9., formula yang digunakan untuk menerjemahkan kosakata dari bahasa Indonesia ke bahasa Inggris, bahasa Rusia dan bahasa Jepang. Dengan formula ini, pengguna bisa dengan leluasa membuat draft kosakata yang diketahui hingga bisa menjadikannya sebagai kamus sederhana.





Gambar 9. Penggunaan formula *GoogleTrasnlate* dari bahasa Indonesia ke berbagai bahasa asing

berikutnya adalah formula *DetectLanguage* yang bisa digunakan untuk mendeteksi simbol-simbol pada bahasa tertentu hingga bisa didapat bahwa simbol tersebut merupakan huruf pada suatu bahasa. Berikut contoh penggunaannya.

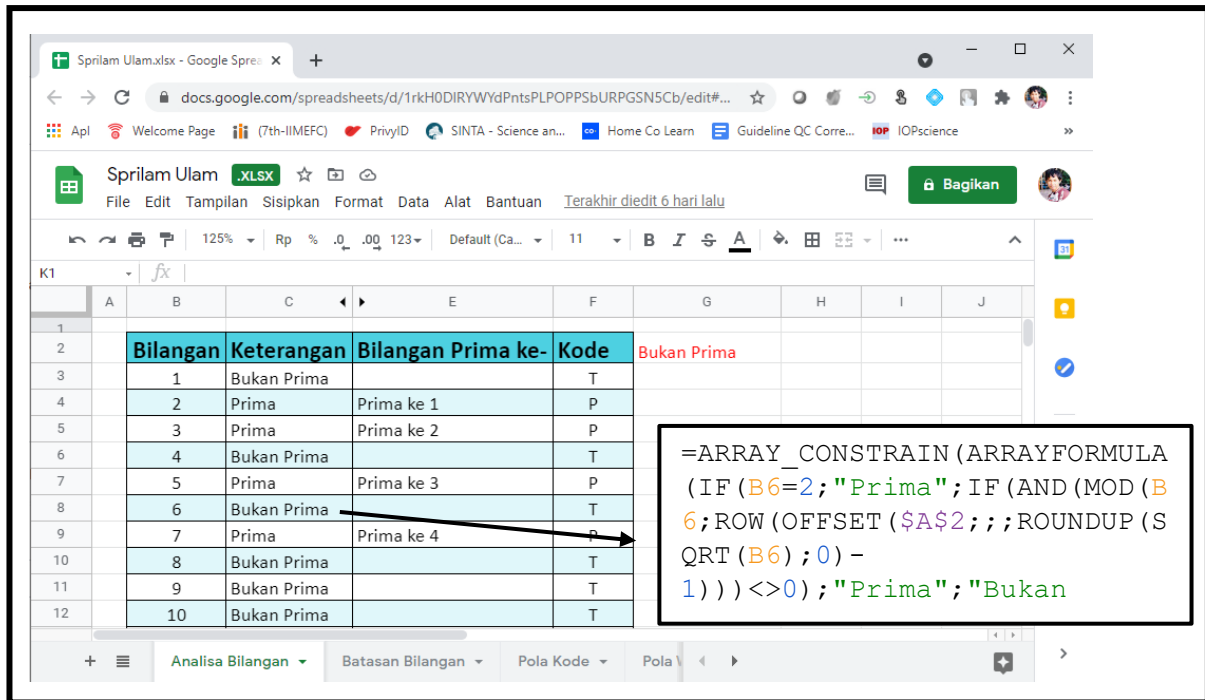
	A	B
1	Имя	ru
2	மொழி	ml
3	中文双	zh
4	समाचार	hi

Gambar 10. Penggunaan formula *DetectLanguage* untuk mendeteksi berbagai huruf dari bahasa asing

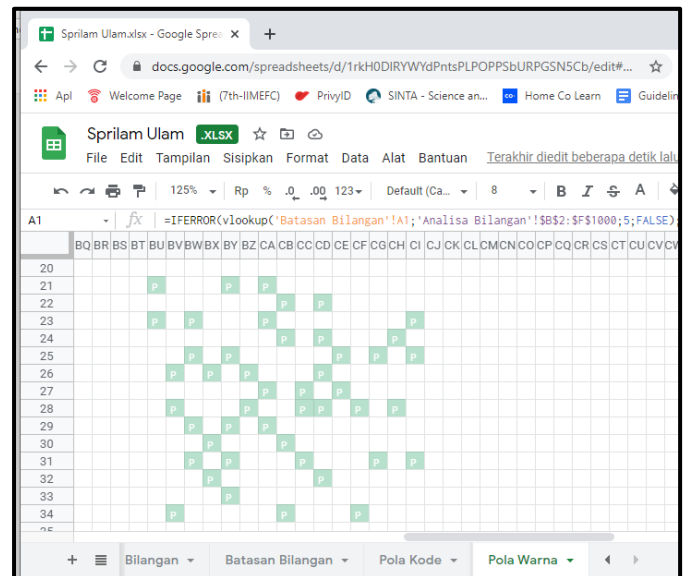
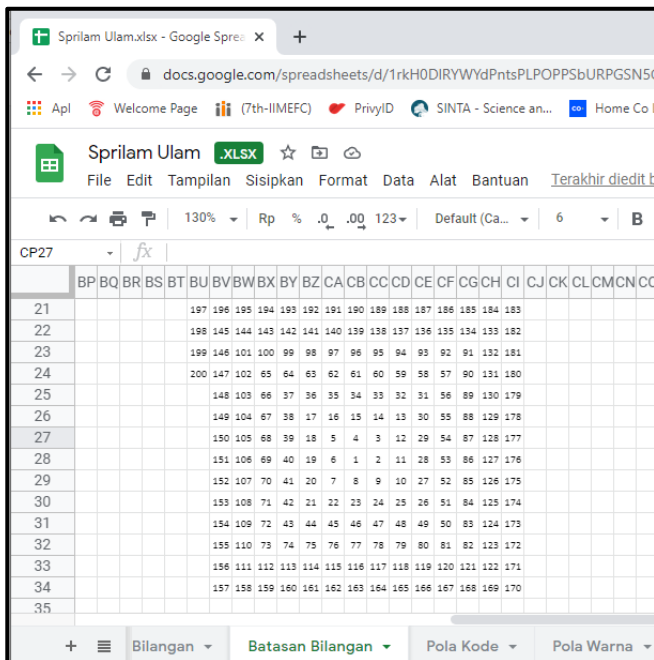
## 6. Keunikan bilangan prima dalam spiral Ulam

Spiral Ulam atau spiral prima adalah penggambaran grafis dari himpunan bilangan prima yang dirancang oleh matematikawan Stanislaw Ulam pada tahun 1963 dan dipopulerkan oleh Martin Gardner yang termuat dalam majalah *Scientific American* pada kolom Teori Permainan Matematika beberapa waktu setelah Ulam merancanginya. Spiral Ulam digambarkan dengan cara menuliskan bilangan bulat positif dalam suatu spiral persegi yang kemudian secara khusus menandai tiap-tiap bilangan prima. Mengonstruksi spiral Ulam memerlukan waktu, mulai dari

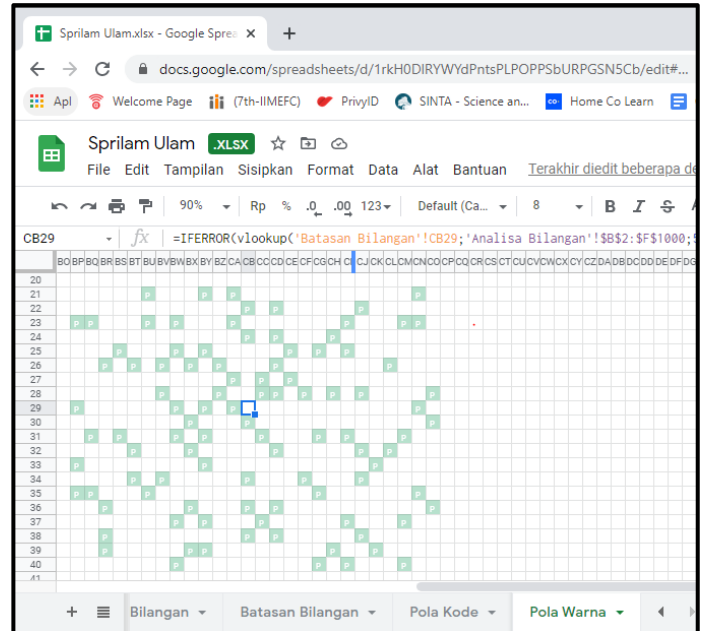
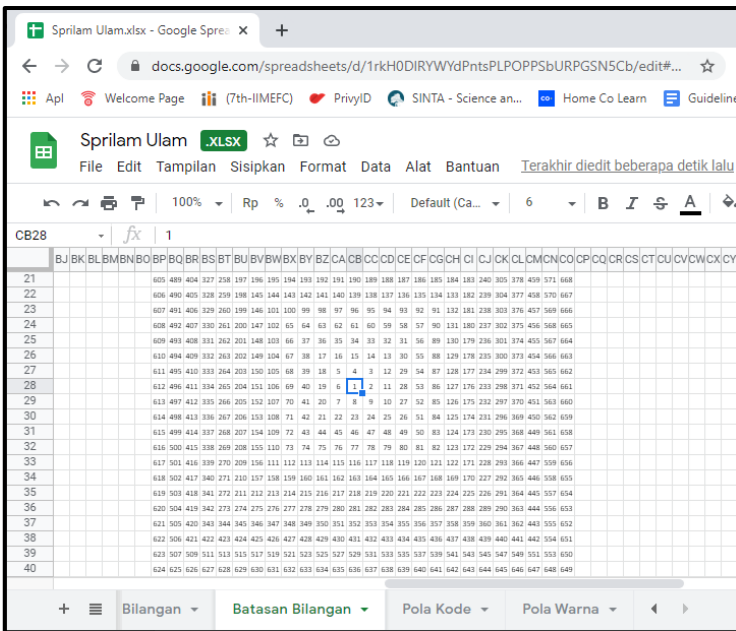
mendaftarkan bilangan-bilangan bulat kemudian menandainya sebagai bilangan prima dan bukan prima, kemudian menghapus bilangan yang bukan prima dan terakhir membentuknya menjadi spiral. Dengan formula-formula pada Google *Spreadsheets*, penulis mencoba mengonstruksi spiral Ulam tersebut, dan berikut hasilnya.



Gambar 11. Sheet analisa bilangan prima atau bukan prima



Gambar 12. Spiral Ulam untuk 200 bilangan bulat pertama



Gambar 13. Spiral Ulam untuk 675 bilangan bulat pertama

## E. Simpulan

Adanya pandemi memang membuat aktivitas individu menjadi terbatas. Namun, jangan jadikan hal tersebut sebagai hambatan untuk berinovasi termasuk dalam kegiatan belajar mengajar. Dari paparan yang dijelaskan penulis, *Google Spreadsheets* bisa dijadikan sebagai salah satu aplikasi referensi untuk belajar mengajar dengan menghadirkan suasana praktikum. Materi yang dapat disampaikan juga bervariasi, baik itu materi matematika maupun bidang lainnya.

## F. Daftar Pustaka

- Google Sheets. (2021, April 19). Di *Wikipedia, Ensiklopedia Bebas*. Diakses pada 11:56, April 19, 2021, dari [https://id.wikipedia.org/w/index.php?title=Google\\_Sheets&oldid=18173428](https://id.wikipedia.org/w/index.php?title=Google_Sheets&oldid=18173428)
- Harmastuti, Setyowati D., (2018). *Pemanfaatan Microsoft Excel Untuk Pembelajaran Matematika Dan Grafik*. Jurnal Dharma Bakti, Vol. 1 No. 1 Edisi April 2018.
- Martiningsih, Rr. (2015). *Efektivitas Pemanfaatan Ms. Excel Dalam Pembelajaran Matematika Di SMP Muhammadiyah 1 Surabaya*. Kwangsan, Vol. 3. 2015.
- Mengimpor data dari Spreadsheets lain. (2021, April 25). Di *Pusat Pembelajaran Google Workspace*. Diakses pada 14:14, April 25, 2021, dari <https://support.google.com/a/users/answer/9308940?hl=id>
- Rohmatun, Meily. (2021, April 25). Di *hipwee*. Cara Mudah Menerjemahkan Konten Aneka Bahasa dengan Google Sheet. Efisien Banget Nih!. Diakses pada 15:16, April 25, 2021, dari <https://www.hipwee.com/tips/terjemahan-dengan-google-sheet/>
- Ulam spiral. (2021, April 21). In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 05:24, April 26, 2021, from [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ulam\\_spiral&oldid=1019075715](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ulam_spiral&oldid=1019075715)

\*) Mahfudz Reza Fahlevi  
IAIN Syaikh Abdurrahman Siddik Bangka Belitung





siswa tidak menuliskan model matematika. Siswa juga tidak melakukan proses operasi dengan tepat terhadap metode eliminasi, substitusi. Selain itu siswa tidak menentukan titik potong untuk setiap persamaan garis, dan tidak menunjukkan gambar grafik dalam pemecahan masalah soal cerita sistem persamaan linear dua variabel.

## B. KAJIAN PUSTAKA

### 1. Pemecahan Masalah Matematika

Krulik dan Rudnik (Alimuddin, 2012: 76) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai berikut: *it [problem solving] is the mean by which an individual uses previously acquired knowledge, skill, and understanding to satisfy the demand of an unfamiliar situation.* Menurut Polya (Alimuddin, 2012: 77), pemecahan masalah matematika terdiri atas 4 (empat) langkah, yaitu:

- Memahami masalah, meliputi: menemukan dengan tepat apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui, menemukan syarat-syarat apa yang sudah dipenuhi dan syarat-syarat apa yang masih diperlukan, menuliskan soal dengan kalimatnya sendiri, merumuskan sub-sub masalah,
- Merencanakan penyelesaian, meliputi: menuliskan atau menyebutkan dengan tepat soal-soal yang pernah dijumpai yang mirip dengan soal yang dihadapi, menuliskan atau menyebutkan konsep-konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip matematika yang terkait dengan soal yang dihadapi, mengaitkan konsep-konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip matematika dengan masalah/soal yang dihadapi, merumuskan beberapa strategi penyelesaian yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah yang dihadapi,
- Melakukan rencana penyelesaian, meliputi: memilih strategi yang tepat dan mengimplementasikan strategi,
- Melihat kembali pekerjaan yang telah kita lakukan meliputi: apakah jawaban sudah sesuai dengan pertanyaan?, apakah jawaban sesuai kaedah matematika?, apakah jawaban rasional?.

Berikut ini, gambaran prosedur penyelesaian masalah soal cerita sistem persamaan linear dua variabel dengan berpedoman pada langkah penyelesaian masalah menurut Polya.

### Contoh Kasus:

Jumlah dua bilangan cacah adalah 75 dan selisih kedua bilangan itu adalah 25. Tentukan kedua bilangan tersebut?

#### Memahami masalah

- Diketahui: dua bilangan cacah berjumlah 75 dan selisih kedua bilangan tersebut adalah 25.
- Ditanya: Tentukan kedua bilangan tersebut.

#### Merencanakan penyelesaian

- Misalkan kedua bilangan tersebut adalah  $x$  dan  $y$
- Kalimat matematikanya adalah

$$x + y = 75$$

$$x - y = 25$$

#### Melakukan rencana penyelesaian

Dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi

$$x + y = 75$$

$$x - y = 25$$

$$\hline 2x = 100$$

$$x = 50$$

Substitusi  $x = 50$  ke dalam persamaan  $x + y = 75$ , maka  $50 + y = 75$  atau  $y = 25$ . Jadi, kedua bilangan itu adalah 50 dan 25

#### Melihat kembali pekerjaan

Dari hasil pada langkah melakukan rencana penyelesaian diperoleh  $x = 50$  dan  $y = 25$ , maka akan diperiksa apakah memenuhi kalimat matematikanya.

$$x + y = 75 \text{ sehingga } 50 + 25 = 75 \text{ (benar) dan}$$

$$x - y = 25 \text{ sehingga } 50 - 25 = 25 \text{ (benar)}$$

### 2. Taksonomi Pengetahuan

Menurut Anderson (2010: 67) dimensi pengetahuan dalam taksonomi baru dibagi menjadi empat jenis, yaitu (1) pengetahuan faktual, (2) pengetahuan konseptual, (3) pengetahuan prosedural dan (4) pengetahuan metakognitif.

### a. Pengetahuan Faktual

Pengetahuan faktual adalah pengetahuan yang terkait dengan elemen-elemen dasar yang harus diketahui siswa, jika mereka akan mempelajari suatu disiplin ilmu atau menyelesaikan masalah dalam disiplin ilmu tersebut. Elemen-elemen ini lazimnya berupa simbol-simbol yang diasosiasikan dengan makna-makna konkret atau mengandung informasi penting. Pengetahuan faktual pada umumnya merupakan abstraksi level rendah.

- 1) Pengetahuan tentang terminologi: mencakup pengetahuan tentang label atau simbol tertentu baik yang bersifat verbal maupun non verbal. Setiap disiplin ilmu biasanya mempunyai banyak sekali terminologi yang khas untuk disiplin ilmu tersebut.
- 2) Pengetahuan tentang detail-detail dan elemen-elemen yang spesifik: pengetahuan tentang kejadian tertentu, orang, waktu, dan sebagainya. Dalam setiap disiplin ilmu biasanya terdapat banyak sekali pengetahuan tentang kejadian, orang, waktu.

#### Contoh:

*Harga 5 buku tulis dan 2 pensil di koperasi adalah Rp13.000,00. Harga 3 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp10.500,00. Berapa harga sebuah buku tulis dan sebatang pensil?*

Pengetahuan faktual yang ingin dicapai dari soal cerita diatas adalah sebagai berikut:

1. Harga 5 buku tulis dan 2 pensil adalah Rp. 13.000,00
2. Harga 3 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp. 10.500,00
3. Berapa harga sebuah buku dan sebatang pensil?
4. Misalkan:

$x$  = buku tulis

$y$  = pensil

Dari penjelasan di atas, maka pengetahuan faktual adalah pengetahuan-pengetahuan siswa dengan simbol-simbol matematika dan konsep-konsep mendasar yang harus diketahui atau dipahami siswa terkait dengan masalah matematika yang diberikan dikaitkan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

### b. Pengetahuan konseptual

Pengetahuan konseptual terkait dengan adanya saling keterkaitan antara unsur-unsur dasar dalam struktur yang lebih besar dan semuanya berfungsi bersama-sama. Pengetahuan konseptual mencakup skema, model pemikiran, dan teori baik yang implisit maupun eksplisit.

- 1) Pengetahuan tentang klasifikasi dan kategori: mencakup pengetahuan tentang kategori, kelas, bagian, atau susunan yang berlaku dalam suatu bidang ilmu tertentu.
- 2) Pengetahuan tentang prinsip dan generalisasi: mencakup abstraksi dari hasil observasi ke level yang lebih tinggi, yaitu prinsip atau generalisasi. Prinsip dan generalisasi merupakan abstraksi dari sejumlah fakta, kejadian, dan saling keterkaitan antara sejumlah fakta. Prinsip dan generalisasi biasanya cenderung sulit untuk dipahami siswa apabila siswa belum sepenuhnya menguasai fenomena-fenomena yang merupakan bentuk yang "teramati" dari suatu prinsip atau generalisasi.
- 3) Pengetahuan tentang teori, model, dan struktur: mencakup pengetahuan tentang prinsip dan generalisasi dan saling keterkaitan antara keduanya yang menghasilkan kejelasan terhadap suatu fenomena yang kompleks. Pengetahuan tentang teori, model, dan struktur merupakan jenis pengetahuan yang sangat abstrak dan rumit.

#### Contoh:

*Harga 5 buku tulis dan 2 pensil di koperasi adalah Rp13.000,00. Harga 3 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp10.500,00. Berapa harga sebuah buku tulis dan sebatang pensil?*

Pengetahuan konseptual yang ingin dicapai dari soal cerita di atas adalah dengan membuat model matematika sebagai berikut:

$$5x + 2y = 13.000$$

$$3x + 3y = 10.500$$

Dari penjelasan di atas, maka pengetahuan konseptual adalah pengetahuan-



pengetahuan siswa terkait hubungan antar konsep-konsep matematika dalam sebuah struktur besar yang digunakan untuk mencari solusi dari masalah matematika yang diberikan dikaitkan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

### c. Pengetahuan prosedural

Pengetahuan prosedural terkait dengan pengetahuan tentang cara melakukan sesuatu. Seringkali pengetahuan prosedural berisi tentang langkah-langkah atau tahapan yang harus diikuti dalam mengerjakan suatu hal tertentu.

- 1) Pengetahuan tentang keterampilan dalam bidang tertentu dan algoritma: mencakup pengetahuan tentang keterampilan khusus yang diperlukan untuk bekerja dalam suatu bidang ilmu atau tentang algoritma yang harus ditempuh untuk menyelesaikan suatu permasalahan.
- 2) Pengetahuan tentang teknik dan metode dalam bidang tertentu: mencakup pengetahuan yang pada umumnya merupakan hasil konsensus, perjanjian, atau aturan yang berlaku dalam disiplin ilmu tertentu. Pengetahuan tentang teknik dan metode lebih mencerminkan bagaimana ilmuwan dalam bidang tersebut berpikir dan memecahkan masalah yang dihadapi.
- 3) Pengetahuan tentang kriteria untuk menentukan kapan suatu prosedur tepat untuk digunakan: mencakup pengetahuan tentang kapan suatu teknik, strategi, atau metode harus digunakan. Siswa dituntut bukan hanya tahu sejumlah teknik atau metode tetapi juga dapat mempertimbangkan teknik atau metode tertentu yang sebaiknya digunakan dengan mempertimbangkan situasi dan kondisi yang dihadapi saat itu. Misalnya, memilih teknik sampling yang sesuai untuk penelitian di padang rumput dan semak-semak, memilih metode statistika yang sesuai untuk mengolah data, dan sebagainya.

#### Contoh:

*Harga 5 buku tulis dan 2 pensil di koperasi adalah Rp13.000,00. Harga 3 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp10.500,00. Berapa harga sebuah buku tulis dan sebatang pensil?*

Pengetahuan prosedural yang ingin dicapai dari soal cerita di atas adalah sebagai berikut:

$$5x + 2y = 13.000 \dots\dots (1)$$

$$3x + 3y = 10.500 \dots\dots (2)$$

Dengan menggunakan metode eliminasi:

Langkah I (eliminasi variabel  $x$ )

Untuk mengeliminasi variabel  $x$ , koefisien  $x$  harus sama sehingga persamaan (1) dikalikan 3 dan persamaan (2) dikalikan 5:

$$5x + 2y = 13.000 \quad \times 3 \quad \left| \quad 15x + 6y = 39.000 \right.$$

$$3x + 3y = 10.500 \quad \times 5 \quad \left| \quad 15x + 15y = 52.500 \right.$$

---


$$-9y = -13.500$$

$$y = \frac{-13500}{-9}$$

$$y = 1.500$$

Langkah II (eliminasi variabel  $y$ )

Untuk mengeliminasi variabel  $y$ , koefisien  $y$  harus sama sehingga persamaan (1) dikalikan 3 dan persamaan (2) dikalikan 2:

$$5x + 2y = 13.000 \quad \times 3 \quad \left| \quad 15x + 6y = 39.000 \right.$$

$$3x + 3y = 10.500 \quad \times 2 \quad \left| \quad 6x + 6y = 21.000 \right.$$

---


$$9x = 18.000$$

$$x = \frac{18000}{9}$$

$$x = 2.000$$

Jadi harga sebuah buku adalah Rp. 2.000,00 dan harga sebatang pensil adalah Rp. 1.500,00

Dari penjelasan di atas, maka pengetahuan prosedural adalah pengetahuan-pengetahuan siswa terkait dengan keterampilan, algoritma, teknik dan metode dikaitkan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

### d. Pengetahuan metakognitif

Pengetahuan metakognitif mencakup pengetahuan tentang kognisi secara umum dan pengetahuan tentang diri sendiri. Siswa dituntut untuk lebih menyadari dan bertanggung jawab terhadap diri dan belajarnya.

- 1) Pengetahuan strategik: mencakup pengetahuan tentang strategi umum untuk belajar, berpikir, dan memecahkan masalah.
- 2) Pengetahuan tentang tugas kognitif, termasuk di dalamnya pengetahuan tentang konteks dan

kondisi yang sesuai: mencakup pengetahuan tentang jenis operasi kognitif yang diperlukan untuk mengerjakan tugas tertentu serta strategi kognitif mana yang sesuai dalam situasi dan kondisi tertentu.

- 3) Pengetahuan tentang diri sendiri: mencakup pengetahuan tentang kelemahan dan kemampuan diri sendiri dalam belajar. Salah satu syarat agar siswa dapat menjadi pembelajar yang mandiri adalah kemampuannya untuk mengetahui dimana kelebihan dan kekurangan serta bagaimana mengatasi kekurangan tersebut. Contoh, mengenali mengapa mengalami kesulitan untuk memecahkan soal hitungan, mengapa lebih mudah mengerjakan soal pilihan ganda daripada soal uraian.

Menurut Hacker (Nuridin, 2006: 33), metakognitif adalah proses berpikir seseorang tentang berpikirnya sendiri. Wujud dari berpikir dalam pengertian ini adalah: apa yang seseorang ketahui (yaitu pengetahuan metakognitif), apa yang dilakukan seseorang (yaitu keterampilan metakognitif), dan bagaimana keadaan kognitif dan afektif seseorang (yaitu pengalaman metakognitif). Sedangkan menurut Huit (Nuridin, 2006: 33) mengemukakan bahwa metakognisi mencakup kemampuan seseorang dalam bertanya dan menjawab beberapa tipe pertanyaan berkaitan dengan tugas yang dihadapi. Pertanyaan-pertanyaan tersebut adalah sebagai berikut:

- (a) Apa yang saya ketahui tentang materi, topik, atau masalah ini?
- (b) Tahukah saya apa yang dibutuhkan untuk mengetahuinya?
- (c) Tahukah saya dimana dapat memperoleh informasi atau pengetahuan?
- (d) Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk mempelajarinya?
- (e) Strategi-strategi atau taktik-taktik apa yang dapat digunakan untuk mempelajarinya?
- (f) Dapatkah saya pahami dengan hanya mendengar, membaca, atau melihat?
- (g) Akankah saya tahu jika saya mempelajarinya secara cepat?
- (h) Bagaimana saya dapat membuat sedikit kesalahan jika saya membuat sesuatu?

### Contoh:

*Harga 5 buku tulis dan 2 pensil di koperasi adalah Rp13.000,00. Harga 3 buku tulis dan 3 pensil adalah Rp10.500,00. Berapa harga sebuah buku tulis dan sebatang pensil?*

Pengetahuan metakognitif yang ingin dicapai dari soal cerita di atas adalah sebagai berikut:

1. Siswa dapat menentukan strategi yang digunakan dalam memecahkan masalah tersebut yaitu dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi dan metode grafik.
2. Siswa mampu mengetahui kelebihan dan kekurangan serta bagaimana cara mengatasinya dalam menyelesaikan soal cerita dengan strategi yang digunakan.

Dari penjelasan di atas, pengetahuan metakognitif adalah pengetahuan siswa terkait dengan strategi-strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah, dan siswa mengetahui letak kelebihan dan kekurangannya serta bagaimana cara mengatasinya dikaitkan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

### C. KESIMPULAN

Taksonomi pengetahuan dalam pemecahan masalah soal cerita sistem persamaan linear dua variabel dapat dibagi menjadi empat bagian, yaitu pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif. Pada pengetahuan faktual ini, siswa mampu mengetahui fakta atau istilah yang dinyatakan secara eksplisit dalam pemecahan masalah soal cerita sistem persamaan linear dua variabel. Pada pengetahuan konseptual, siswa menuliskan model matematika dan persamaan garis lurus serta menetapkan suatu metode dalam pemecahan masalah soal cerita sistem persamaan linear dua variabel. Pengetahuan prosedural siswa melakukan proses operasi dengan tepat terhadap metode eliminasi, substitusi dan grafik. Sedangkan pengetahuan metakognitif siswa sadar akan kelebihan dan kekurangan serta mampu memilih strategi dengan tepat yang akan digunakan untuk mendapat persamaan garis lurus dalam pemecahan soal cerita sistem persamaan linear dua variabel.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alimuddin. 2012 *Proses Berpikir Kreatif Mahasiswa Calon Guru Kreatif dalam Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Gender*. Disertasi Tidak diterbitkan Surabaya: PPs. Universitas Negeri Surabaya.
- Anderson, Lorin W (2010). *Kerangka Landasan Untuk Pembelajaran, pengajaran, dan Assesmen*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Gie, Liang. 1999. *Filsafat Matematika*. Yogyakarta: Pusat Belajar Ilmu Berguna.
- Nasution. 2009. *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar & Mengajar*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Nuridin. 2006. *Model Pembelajaran Matematika Untuk Menumbuhkan Kemampuan Metakognitif*. Disertasi. Tidak Diterbitkan. Surabaya: PPs. Universitas Negeri Surabaya.
- Pasenrengi. 2012. *Profil Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Limit Fungsi Aljabar Pada Siswa SMA Negeri 19 Makassar Tahun Pelajaran 2011/2012..* Tesis. Tidak Diterbitkan. Makassar: PPs UNM.
- Pramita, Dewi. 2011. *Analisis Kesalahan Menyelesaikan Soal Cerita Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) Pada Siswa Kelas VIII SMP Negeri 18 Makassar*. Tesis. Tidak Diterbitkan. Makassar: PPs UNM
- Sardiman. 2011. *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Setiarso, Bambang. 2006. *Manajemen Pengetahuan (Knowledge Management) dan Proses Penciptaan Pengetahuan*. (IlmuKomputer.com, Diakses Tanggal 21 Januari 2013)
- Slameto. 2010 *Belajar dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhinya*. Jakarta: PT Rineka Cipta
- Slavin. 2008. *Psikologi Pendidikan Teori dan Praktek*. Jakarta: PT Indeks
- Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Suherman, Erman. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia
- Suryasubrata, Sumadi. 2004. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: CV Rajawali .
- Syah, Muhibbin, 2010. *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru*. Bandung: Penerbit Remaja Rosdakarya.

---

\*) Ishak

SMP Negeri Bulu Kec. Bulu Kab. Polewali Mandar Sulawesi Barat

# MENCERMATI POLA BILANGAN PADA TRIPEL PYTHAGORAS

\*) Agus Dwi Wibawa

## 1. Siapakah Pythagoras itu?



Pythagoras sering disebut sebagai ahli matematika murni pertama. Ia lahir di pulau Samos, Yunani pada 569 SM. Berbagai tulisan menyebutkan bahwa ia meninggal antara 500 SM dan 475 SM di Metapontum, Lucania, Italia. Ayah Pythagoras adalah Mnesarchus, adalah seorang pedagang permata. Nama ibunya adalah Pythais. Pythagoras memiliki dua atau tiga saudara laki-laki.

Beberapa sejarawan mengatakan bahwa Pythagoras menikah dengan seorang wanita bernama Theano dan memiliki seorang putri Damo, dan seorang putra bernama Telauges, yang menggantikan Pythagoras sebagai guru dan mungkin mengajar Empedocles. Yang lain mengatakan bahwa Theano adalah salah satu muridnya, bukan istrinya, dan mengatakan bahwa Pythagoras tidak pernah menikah dan tidak memiliki anak.

Pythagoras berpendidikan tinggi, ia tertarik pada matematika, filsafat, astronomi dan musik, dan sangat dipengaruhi oleh Pherekydes di bidang filsafat, Thales di bidang matematika dan astronomi serta Anaximander di bidang filsafat dan geometri.

Sumber: <https://www.mathopenref.com/pythagoras.html>

Pythagoras menetap di Crotona, sebuah koloni Yunani di Italia selatan, sekitar 518 SM. Pythagoras mendirikan sekolah filsafat dan agama tempat banyak pengikutnya tinggal dan bekerja. Pythagoras dan murid-muridnya hidup dengan aturan perilaku, termasuk ketika mereka berbicara, apa yang mereka kenakan dan apa yang mereka makan. Pythagoras adalah tokoh atau pemimpin masyarakat. Mereka semua bekerja secara komunal pada penemuan dan teori. Pythagoras percaya: Semua hal adalah angka.



Sumber: <https://www.mathopenref.com/pythagoras.html>



Matematika adalah dasar untuk segalanya, dan geometri adalah bentuk studi matematika tertinggi. Dunia fisik dapat dipahami melalui matematika.

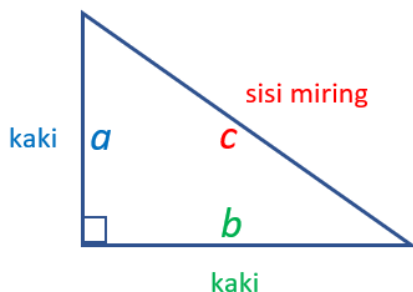
Pythagoras dan komunitasnya menjaga kerahasiaan secara ketat. Karena kerahasiaan yang ketat di antara anggota masyarakat Pythagoras, dan fakta bahwa mereka berbagi ide dan penemuan intelektual dalam kelompok dan tidak memberikan penamaan hasil karya secara individu, sulit untuk memastikan apakah semua teorema yang dikaitkan dengan Pythagoras aslinya adalah penemuannya, atau apakah hasil karya masyarakat komunal Pythagoras. Meskipun beberapa siswa Pythagoras akhirnya menuliskan teori, ajaran dan penemuan kelompok tersebut, tetapi komunitas tersebut selalu memuji Pythagoras sebagai Master untuk: jumlah sudut segitiga sama dengan dua sudut siku-siku. Hal ini kemudian dikenal dengan teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras - untuk segitiga siku-siku, kuadrat pada sisi miring sama dengan jumlah kuadrat di dua sisi lainnya. Pythagoras bukanlah orang pertama yang menemukan hal tersebut, bahkan konon orang Babilonia memahami ini 1000 tahun sebelumnya, tetapi Pythagoras membuktikannya.

Beberapa kontribusi penting yang dicapai Pythagoras dan komunitasnya:

- Membangun gambar dari area tertentu dan aljabar geometris. Misalnya mereka memecahkan berbagai persamaan dengan alat geometris.
- Penemuan bilangan irasional dikaitkan dengan Pythagoras, tetapi tampaknya tidak mungkin menjadi gagasan Pythagoras karena tidak sejalan dengan filosofinya, semua hal adalah bilangan, karena bilangan baginya berarti rasio dua bilangan bulat.
- Lima benda padat beraturan (tetrahedron, kubus, octahedron, icosahedron, dodecahedron). Dipercaya bahwa Pythagoras tahu bagaimana membangun tetrahedron, kubus, octahedron, tetapi icosahedron dan dodecahedron tidak.
- Mengajarkan bahwa Bumi adalah bola di pusat Kosmos (Alam Semesta), bahwa planet, bintang, dan alam semesta berbentuk bulat karena bola tersebut merupakan benda padat yang paling sempurna. Dia juga mengajarkan bahwa jalur planet itu melingkar. Pythagoras menyadari bahwa bintang pagi sama dengan bintang senja, Venus.
- Mempelajari bilangan ganjil dan genap, bilangan segitiga, dan bilangan sempurna. Pythagoras berkontribusi pada pemahaman kita tentang sudut, segitiga, luas, proporsi, polygon, dan polyhedra.
- Menghubungkan musik dengan matematika. Pythagoras sudah lama memainkan tujuh senar kecapi, dan belajar betapa harmonisnya senar yang bergetar ketika panjang senar sebanding dengan bilangan bulat, seperti 2: 1, 3: 2, 4: 3. Pythagoras juga menyadari bahwa pengetahuan ini dapat diterapkan pada alat musik lain.
- Teorema Pythagoras adalah landasan matematika, dan terus menjadi sangat menarik bagi ahli matematika sehingga ada lebih dari 400 bukti berbeda dari teorema tersebut, termasuk bukti asli oleh Presiden Garfield.

## 2. Teorema Pythagoras

Salah satu teorema paling terkenal adalah Teorema Pythagoras, teorema ini menunjukkan hubungan antara sisi-sisi dalam segitiga siku-siku. Segitiga siku-siku terdiri dari dua kaki dan sisi miring. Kedua kaki bertemu pada sudut  $90^\circ$  dan sisi miring adalah sisi terpanjang dari segitiga siku-siku dan merupakan sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku.



Sisi  $a$  dan  $b$  adalah kaki segitiga siku-siku sedangkan  $c$  adalah sisi miring, yaitu sisi terpanjang dari segitiga siku-siku.

Teorema Pythagoras menyatakan bahwa hubungan dalam setiap segitiga siku-siku adalah:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

### 3. Tripel Pythagoras

Tripel Pythagoras adalah himpunan dari tiga bilangan bulat positif yaitu  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  yang merepresentasikan sisi-sisi segitiga siku-siku sedemikian rupa sehingga memenuhi persamaan

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ yang didasarkan pada Teorema Pythagoras.}$$

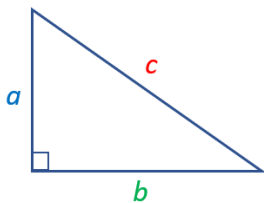
Secara informal persamaan Tripel Pythagoras dapat dideskripsikan sebagai:

Jumlah kuadrat dari dua bilangan bulat positif yang lebih kecil sama dengan kuadrat dari bilangan bulat positif terbesar.

Interpretasi geometris dari Tripel Pythagoras dapat diilustrasikan dengan segitiga siku-siku dengan sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

- Sisi  $a$  dan  $b$  adalah kaki segitiga siku-siku sedangkan  $c$  adalah sisi miring, yaitu sisi terpanjang dari segitiga siku-siku.
- Selain itu, sisi  $c$  (sisi miring) berseberangan dengan (di depan) sudut 90 derajat dari segitiga siku-siku. Sisi  $a$  dan  $b$  dapat berupa salah satu dari dua sisi segitiga siku-siku yang berdekatan dengan sisi  $c$ .

Dengan Menggabungkan kedua hal di atas, maka akan diperoleh segitiga siku-siku  $ABC$  dan persamaan yang harus dipenuhi.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dari perspektif segitiga siku-siku, Tripel Pythagoras dapat diartikan sebagai jumlah kuadrat dari sisi yang lebih pendek (kaki) sama dengan kuadrat dari sisi terpanjang (sisi miring). Sebenarnya tidak ada aturan atau kesepakatan di antara ahli matematika yang salah satu kaki,  $a$  atau  $b$ , lebih panjang dari yang lain. Kaki dari segitiga siku-siku  $a$  dan  $b$  dapat berupa  $a > b$  atau  $a < b$  yang menyiratkan bahwa  $a$  lebih panjang dari  $b$ , atau  $a$  lebih pendek dari  $b$ . Namun, dalam tulisan ini disepakati bahwa sisi  $a$  adalah kaki yang lebih pendek sehingga sisi  $b$  menjadi yang lebih panjang. Oleh karena itu,  $a < b$ . Ini sesuai dengan urutan dalam alfabet yaitu  $a$  muncul sebelum  $b$ .

#### a. Dua Jenis atau Macam Tripel Pythagoras

**1) Tripel Pythagoras Primitif (dikenal sebagai "tripel tereduksi")** adalah himpunan tiga bilangan bulat positif  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  dengan faktor persekutuan terbesar (FPB) dari ketiga bilangan tersebut adalah 1, dan ketiga bilangan bulat ini harus memenuhi persamaan  $a^2 + b^2 = c^2$ .

##### Contoh Tripel Pythagoras Primitif

- a) Pasangan bilangan 3, 4, dan 5 adalah Tripel Pythagoras Primitif karena FPB-nya adalah 1 dan memenuhi persamaan  $a^2 + b^2 = c^2$ .

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$



- b) Pasangan bilangan 5, 12, dan 13 juga merupakan Tripel Pythagoras Primitif karena faktor persekutuan terbesarnya adalah 1 yang berarti keduanya relatif prima. Dan, itu juga memenuhi persamaan yang dibutuhkan.

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$25 + 144 = 169$$

$$169 = 169$$

**2) Tripel Pythagoras Non-Primitif (dikenal sebagai Tripel Pythagoras Imprimitif)** adalah Tripel Pythagoras yang tiga sisi segitiga siku-siku yaitu:  $a$ ,  $b$  dan  $c$  memiliki FPB lebih besar dari 1. Atau, tripel  $a$ ,  $b$  dan  $c$  memiliki faktor persekutuan selain 1.

### Contoh Tripel Pythagoras Non-primitif

- a) Perhatikan tripel bilangan (6, 8, 10). Hal pertama yang dapat diamati adalah ketiganya merupakan bilangan genap sehingga memiliki Faktor Persekutuan selain 1 yaitu 2 yang juga merupakan FPB-nya. Jika triple bilangan bulat ini memenuhi persamaan  $a^2 + b^2 = c^2$ , maka itu pasti Triple Pythagoras yang non-primitif.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$36 + 64 = 100$$

$$100 = 100$$

Ternyata tripel 6, 8, 10, memenuhi persamaan  $a^2 + b^2 = c^2$ . Oleh karena itu, (6, 8, 10) adalah tripel Pythagoras non-primitif.

- b) Bagaimana dengan tripel bilangan (32, 60, 68)? Dengan pemeriksaan cepat segera diketahui bahwa semua bilangannya merupakan bilangan genap sehingga habis dibagi 2. Karena ada pembagi selain 1, ini adalah kemungkinan Tripel Pythagoras Non-Primitif. Setelah diperiksa nilai dengan rumus ternyata memenuhi. Oleh karena itu (32, 60, 68) adalah contoh Tripel Pythagoras Non-Primitif.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$32^2 + 60^2 = 68^2$$

$$1.024 + 3.600 = 4.624$$

$$4.624 = 4.624$$

Ingat, jika tripel angka memenuhi persamaan  $a^2 + b^2 = c^2$  maka itu harus menjadi Tripel Pythagoras Primitif atau Tripel Pythagoras Non-Primitif.

### b. Daftar Tripel Pythagoras Primitif dan Non-Primitif (dengan $a, b$ , dan $c \leq 100$ )

Tabel berikut ini menyajikan Tripel Pythagoras Primitif dan Non-Primitif ( $a, b, c$ ) dengan nilai  $a, b$ , dan  $c$  maksimal 100.

(3,4,5)	(5,12,13)	(6,8,10)*
(7,24,25)	(8,15,17)	(9,12,15)*
(9,40,41)	(10,24,26)*	(11,60,61)
(12,16,20)*	(12,35,37)	(13,84,85)
(14,48,50)*	(15,20,25)*	(15,36,39)*
(16,30,34)*	(16,63,65)	(18,24,30)*
(18,80,82)*	(20,21,29)	(20,48,52)*
(21,28,35)*	(21,72,75)*	(24,32,40)*
(24,45,51)*	(24,70,74)*	(25,60,65)*
(27,36,45)*	(28,45,53)	(28,96,100)*
(30,40,50)*	(30,72,78)*	(32,60,68)*
(33,44,55)*	(33,56,65)	(35,84,91)*
(36,48,60)*	(36,77,85)	(39,52,65)*
(39,80,89)	(40,42,58)*	(40,75,85)*
(42,56,70)*	(45,60,75)*	(48,55,73)
(48,64,80)*	(51,68,85)*	(54,72,90)*
(57,76,95)*	(60,63,87)*	(60,80,100)*
(65,72,97)		

\*) Tripel Pythagoras Non-Primitif

#### 4. Pola Bilangan pada Tripel Pythagoras

Pada tripel Pythagoras  $(a, b, c)$  di mana  $a < b < c$ , dengan memperhatikan keteraturan/pola bilangan pada  $a$  dan keterkaitan  $b$  dan  $c$ , dapat dikelompokkan menjadi beberapa pola.

a. **Pola 1**, dengan ciri-ciri sebagai berikut:

- 1).  $a$  merupakan bilangan ganjil mulai dari 3, 5, 7, 9, ... .
- 2).  $b$  dan  $c$  merupakan dua bilangan yang berurutan memenuhi persamaan  $b = c - 1$ .
- 3). Untuk nilai  $a$  mulai dari 3, 5, 7, 9, ... nilai  $c$  memenuhi persamaan  $c = \frac{a^2+1}{2}$ .

b. **Pola 2**, dengan ciri-ciri sebagai berikut:

- 1)  $a$  merupakan bilangan genap mulai 8, 12, 16, 20, ... .
- 2)  $b$  dan  $c$  merupakan dua bilangan yang berurutan memenuhi persamaan  $b = c - 2$ .
- 3) Untuk nilai  $a$  mulai dari 8, 12, 16, 20, ... nilai  $c$  memenuhi persamaan  $c = \frac{a^2+4}{4}$ .

c. **Pola 3**, dengan ciri-ciri sebagai berikut:

- 1)  $a$  merupakan bilangan genap mulai 20, 28, 36, 44, ... .
- 2)  $b$  dan  $c$  merupakan dua bilangan yang berurutan memenuhi persamaan  $b = c - 8$ .
- 3) Untuk nilai  $a$  mulai dari 20, 28, 36, 44, ... nilai  $c$  memenuhi persamaan  $c = \frac{a^2+64}{16}$ .

d. **Pola 4**, dengan ciri-ciri sebagai berikut:

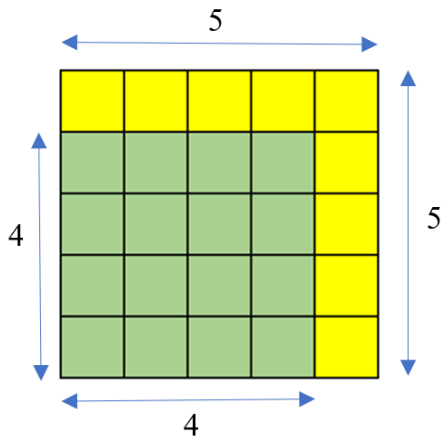
- 1)  $a$  merupakan bilangan genap mulai 48, 96, 144, 192, ... .
- 2)  $b$  dan  $c$  merupakan dua bilangan yang berurutan memenuhi persamaan  $b = c - 18$ .
- 3) Untuk nilai  $a$  mulai dari 48, 96, 144, 192, ... nilai  $c$  memenuhi persamaan  $c = \frac{a^2+324}{36}$ .

Tabel berikut menyajikan Tripel Pythagoras yang diidentifikasi mempunyai pola bilangan sebagai Pola 1, Pola 2, Pola 3, dan Pola 4.

Pola 1		Pola 2		Pola 3		Pola 4	
1	(3, 4, 5)	1	(8, 15, 17)	1	(20, 21, 29)	1	(48, 55, 73)
2	(5, 12, 13)	2	(12, 35, 37)	2	(28, 45, 53)	2	(96, 247, 265)
3	(7, 24, 25)	3	(16, 63, 65)	3	(36, 77, 85)	3	(144, 567, 585)
4	(9, 40, 41)	4	(20, 99, 101)	4	(44, 117, 125)	4	(144, 567, 585)
5	(11, 60, 61)	5	(24, 143, 145)	5	(52, 165, 173)	5	(240, 1591, 1609)
6	(13, 84, 85)	6	(28, 195, 197)	6	(60, 221, 229)	6	(288, 2295, 2313)
...	...	...	...	...	...	...	...

### 5. Pola Tripel Pythagoras secara Geometri

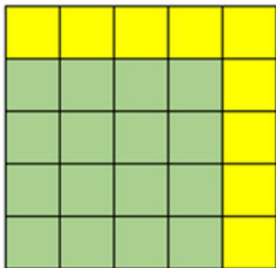
Secara geometri, bentuk aljabar dari torema Pythagoras  $a^2 + b^2 = c^2$  dapat dinyatakan dalam bentuk persegi atau luasan dalam bentuk gabungan persegi satuan. Perhatikan bentuk  $3^2 + 4^2 = 5^2$  yang dapat dipandang sebagai bentuk Tripel Pythagoras (3, 4, 5), dapat direpresentasikan dalam bentuk bangun geometri sebagai berikut:



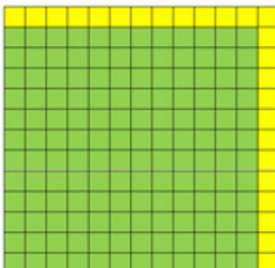
Persegi besar, gabungan persegi warna hijau dan sejumlah persegi satuan berwarna kuning, dengan ukuran  $5 \times 5$  satuan merupakan representasi geometri dari  $5^2$ . Persegi berwarna hijau dengan ukuran  $4 \times 4$  satuan merupakan representasi geometri dari  $4^2$ . Sedangkan sejumlah persegi satuan berwarna kuning yang merupakan selisih dari persegi besar dan persegi hijau merupakan representasi geometri dari  $5^2 - 4^2 = 3^2$ .

**Pola 1:**

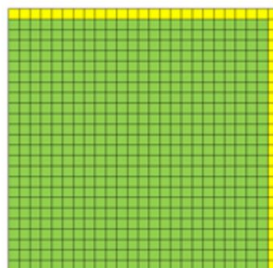
(3, 4, 5)



(5, 12, 13)



(7, 24, 25)

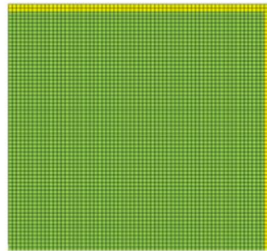
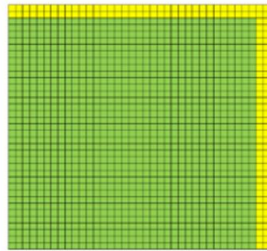
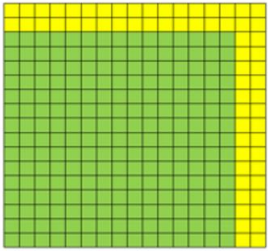


**Pola 2:**

(8, 15, 17)

(12, 35, 37)

(16, 63, 65)

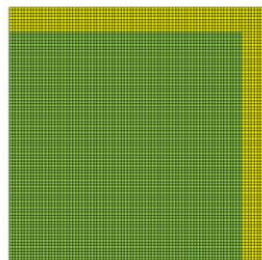
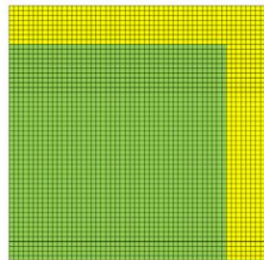
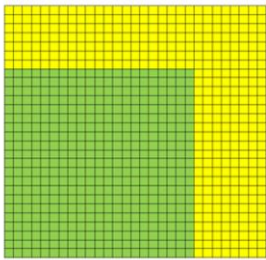


**Pola 3:**

(20, 21, 29)

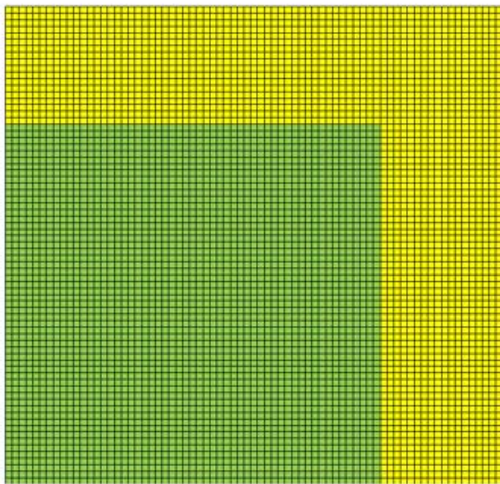
(28, 45, 53)

(36, 77, 85)

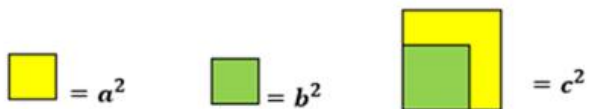


**Pola 4:**

(48, 55, 73)



**Keterangan:**



## 6. Menentukan Tripel Pythagoras menggunakan Excel

Dengan mengetahui pola-pola bilangan pada Tripel Pythagoras sangat membantu dalam menentukan lebih banyak lagi Tripel Pythagoras yang lainnya. Dengan menggunakan bantuan aplikasi Excel memungkinkan dapat menentukan banyak Tripel Pythagoras dengan cepat.

Menentukan Tripel Pythagoras Pola 1:										
Tripel Pythagoras (a, b, c)										
NO	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>	c-b	FPB dari a, b, dan c	
n	$((n^2+1)/2)-1$		$(n^2+1)/2$							
1	3	4	5	9	16	25	25	1	1	
2	5	12	13	25	144	169	169	1	1	
3	7	24	25	49	576	625	625	1	1	
4	9	40	41	81	1600	1681	1681	1	1	
5	11	60	61	121	3600	3721	3721	1	1	
6	13	84	85	169	7056	7225	7225	1	1	
7	15	112	113	225	12544	12769	12769	1	1	
8	17	144	145	289	20736	21025	21025	1	1	
9	19	180	181	361	32400	32761	32761	1	1	
10	21	220	221	441	48400	48841	48841	1	1	

Dengan menggunakan Excel dapat dibuat tampilan tabel seperti di atas. Berikut ini deskripsi cara mengisi kolom pada tabel tersebut.

Pada kolom "a" atau "n" dimasukkan bilangan 3, 5, 7, 9, ... . Selanjutnya, untuk menentukan isi dari kolom "c" atau " $(n^2+1)/2$ " pada cel D5 dilakukan dengan memasukkan formula " $= (B5^2+1)/2$ ". Cel di bawah D5 yaitu cel D6, D7, D8, ... diisi dengan meng-copy dan paste formula " $= (B5^2+1)/2$ " pada cel yang bersesuaian. Untuk mengisi cel C5 pada kolom "b" atau " $((n^2+1)/2)-1$ " dilakukan dengan memasukkan formula " $= ((B5^2+1)/2)-1$ " pada cel C5. Cel dibawah C5 yaitu cel C6, C7, C8, ... diisi dengan meng-copy dan paste formula " $= ((B5^2+1)/2)-1$ " pada cel yang bersesuaian. Untuk mengisi kolom "a<sup>2</sup>" masukkan formula " $= B5^2$ " pada cel E5, " $= B6^2$ " pada cel E6, " $= B7^2$ " pada cel E7, dan seterusnya. Untuk mengisi kolom "b<sup>2</sup>" masukkan formula " $= C5^2$ " pada cel F5, " $= C6^2$ " pada cel F6, " $= C7^2$ " pada cel F7, dan seterusnya. Untuk mengisi kolom "c<sup>2</sup>" masukkan formula " $= D5^2$ " pada cel G5, " $= D6^2$ " pada cel G6, " $= D7^2$ " pada cel G7, dan seterusnya. Untuk mengisi kolom "a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup>" masukkan formula " $= E5+F5$ " pada cel H5, " $= E6+F6$ " pada cel H6, " $= E7+F7$ " pada cel H7, dan seterusnya. Untuk mengisi kolom "c-b" masukkan formula " $= G5-F5$ " pada cel I5, " $= G6-F6$ " pada cel I6, " $= G7-F7$ " pada cel I7, dan seterusnya. Untuk mengisi kolom "FPB dari a, b, dan c" masukkan formula " $= GCD(B5,C5,D5)$ " pada cel J5, " $= GCD(B6,C6,D6)$ " pada cel J6, " $= GCD(B7,C7,D7)$ " pada cel J7, dan seterusnya.

Untuk memastikan bahwa (a, b, c) merupakan Tripel Pythagoras dapat dilihat dan dibandingkan nilai pada kolom "c<sup>2</sup>" dan "a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup>", yang ditandai dengan warna kuning. Jika pada baris yang sama nilai pada kolom "c<sup>2</sup>" sama dengan nilai pada kolom "a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup>" berarti (a, b, c) merupakan Tripel Pythagoras. Untuk melihat apakah (a, b, c) merupakan Tripel Pythagoras Primitif atau Non-Primitif dapat dilihat pada nilai kolom "FPB dari a, b, dan c", yang ditandai dengan warna biru, pada baris yang sesuai. Jika nilainya 1 berarti (a, b, c) merupakan Tripel Pythagoras Primitif, jika selain 1 berarti (a, b, c) merupakan Tripel Pythagoras Non-Primitif. Pada Tabel Pola 1 di atas, semuanya merupakan Tripel Pythagoras Primitif. Pada kolom "c-b" nilainya semua 1, menunjukkan bahwa pada Pola 1 ini mempunyai ciri bahwa selisih c dan b adalah 1.

Analog dengan deskripsi di atas, berikut ini sajikan tampilan tabel Excel untuk menentukan Tripel Pythagoras Pola 2, Pola 3, dan Pola 4.

D6      fx      =(B6^2+4)/4										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	<b>Menentukan Triple Pythagoras Pola 2:</b>									
3		<b>Tripel Pythagoras (a, b, c)</b>								
4	<b>NO</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>b<sup>2</sup></b>	<b>c<sup>2</sup></b>	<b>a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup></b>	<b>c-b</b>	<b>FPB dari a, b, dan c</b>
5		<b>n</b>	<b>((n<sup>2</sup>+4)/4)-2</b>	<b>(n<sup>2</sup>+4)/4</b>						
6	1	8	15	17	64	225	289	289	2	1
7	2	12	35	37	144	1225	1369	1369	2	1
8	3	16	63	65	256	3969	4225	4225	2	1
9	4	20	99	101	400	9801	10201	10201	2	1
10	5	24	143	145	576	20449	21025	21025	2	1
11	6	28	195	197	784	38025	38809	38809	2	1
12	7	32	255	257	1024	65025	66049	66049	2	1
13	8	36	323	325	1296	104329	105625	105625	2	1
14	9	40	399	401	1600	159201	160801	160801	2	1
15	10	44	483	485	1936	233289	235225	235225	2	1

D6      fx      =(B6^2+64)/16										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	<b>Menentukan Triple Pythagoras Pola 3:</b>									
3		<b>Tripel Pythagoras (a, b, c)</b>								
4	<b>NO</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>b<sup>2</sup></b>	<b>c<sup>2</sup></b>	<b>a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup></b>	<b>c-b</b>	<b>FPB dari a, b, dan c</b>
5		<b>n</b>	<b>((n<sup>2</sup>+64)/16)-8</b>	<b>(n<sup>2</sup>+64)/16</b>						
6	1	20	21	29	400	441	841	841	8	1
7	2	28	45	53	784	2025	2809	2809	8	1
8	3	36	77	85	1296	5929	7225	7225	8	1
9	4	44	117	125	1936	13689	15625	15625	8	1
10	5	52	165	173	2704	27225	29929	29929	8	1
11	6	60	221	229	3600	48841	52441	52441	8	1
12	7	68	285	293	4624	81225	85849	85849	8	1
13	8	76	357	365	5776	127449	133225	133225	8	1
14	9	84	437	445	7056	190969	198025	198025	8	1
15	10	92	525	533	8464	275625	284089	284089	8	1



		fx = (B6^2+324)/36								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	<b>Menentukan Triple Pythagoras Pola 4:</b>									
3		<b>Tripel Pythagoras (a, b, c)</b>								
4	<b>NO</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>b<sup>2</sup></b>	<b>c<sup>2</sup></b>	<b>a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup></b>	<b>c-b</b>	<b>FPB dari a, b, dan c</b>
5	<b>n</b>	<b>((n<sup>2</sup>+324)/36)-18</b>	<b>(n<sup>2</sup>+324)/36</b>							
6	1	48	55	73	2304	3025	5329	5329	18	1
7	2	96	247	265	9216	61009	70225	70225	18	1
8	3	144	567	585	20736	321489	342225	342225	18	9
9	4	192	1015	1033	36864	1030225	1067089	1067089	18	1
10	5	240	1591	1609	57600	2531281	2588881	2588881	18	1
11	6	288	2295	2313	82944	5267025	5349969	5349969	18	9
12	7	336	3127	3145	112896	9778129	9891025	9891025	18	1
13	8	384	4087	4105	147456	16703569	16851025	16851025	18	1
14	9	432	5175	5193	186624	26780625	26967249	26967249	18	9
15	10	480	6391	6409	230400	40844881	41075281	41075281	18	1

## 7. Menentukan Tripel Pythagoras melalui Website di Internet.

Dengan melakukan pencarian di internet dapat ditemukan halaman *website* yang menampilkan Tripel Pythagoras secara interaktif, yaitu dapat mencari atau menentukan dan memeriksa apakah triple bilangan yang diberikan merupakan Tripel Pythagoras atau bukan. Berikut ini diberikan contoh tampilan halaman *website* yang secara interaktif dapat menentukan apakah nilai  $c$  nya ada jika dimasukkan nilai  $a$  dan  $b$  secara sebarang. Selain itu dapat juga melakukan cek apakah tripel bilangan  $(a, b, c)$  merupakan Tripel Pythagoras jika dimasukkan sebarang nilai  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

Sumber: <https://www.dcode.fr/pythagore-triple>

## **Bahan bacaan:**

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pythagoras/> (Biografi Pythagoras: diakses 28 April 2021)

<https://www.dcode.fr/pythagore-triple> (Generate Pythagorean Triples: diakses 30 April 2021)

<https://www.chilimath.com/lessons/geometry-lessons/list-of-pythagorean-triples/> (List of Pythagorean Triples: diakses 28 April 2021)

<https://www.mathopenref.com/pythagoras.html> (Pythagoras: diakses 28 April 2021)

<https://www.mathplanet.com/education/pre-algebra/right-triangles-and-algebra/the-pythagorean-theorem> (The Pythagorean Theorem: diakses 29 April 2021)

<https://www.chilimath.com/lessons/geometry-lessons/pythagorean-triples/> (Pythagorean Triples: diakses 29 April 2021)

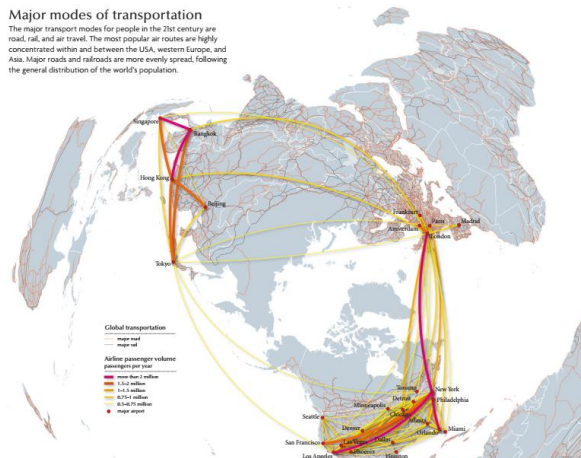
---

\*) Agus Dwi Wibawa, S.Pd., M.Si.  
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta

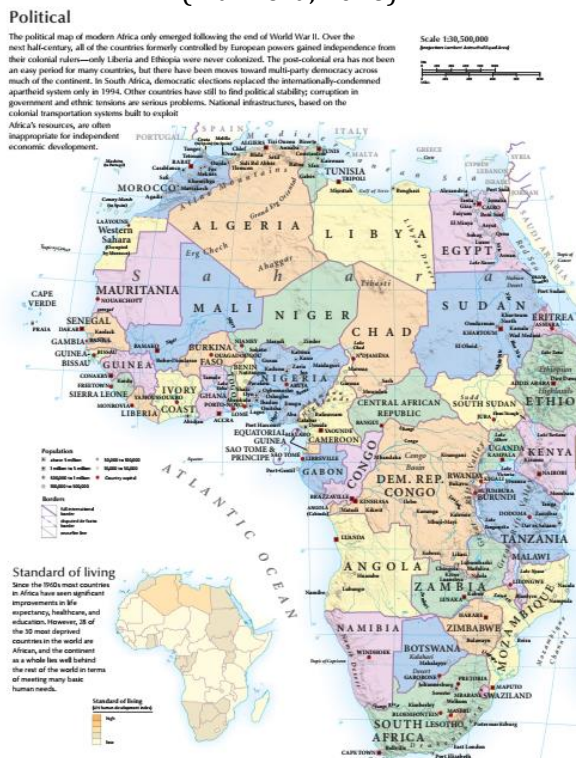
# BERMAIN-MAIN DENGAN TEORI GRAF UNTUK SISWA SEKOLAH DASAR

\*) Wiworo

Matematika tidak hanya sekedar mata pelajaran yang berhubungan dengan kegiatan hitung-menghitung dan menggunakan berbagai rumus. Akan tetapi lebih dari itu. Pada tulisan ini akan disajikan bagaimana teori graf yang menjadi mata kuliah mahasiswa Departemen Matematika digunakan sebagai ide dasar aktivitas yang dapat dilakukan siswa Sekolah Dasar. Pada Gambar 1 dan 2 berikut ini dideskripsikan penerapan teori graf dalam beberapa bidang.



Gambar 1. Jalur transportasi antar kota antar negara (Mumford, 2016)



Gambar 2. Peta politik benua Afrika (Mumford, 2016)

## PENDAHULUAN

Permendikbud Nomor 58, 59, dan 60 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 Jenjang SMP/MTs, SMA/MA, dan SMK/MAK Bagian Lampiran III tentang Pedoman Mata Pelajaran Matematika menyebutkan bahwa mata pelajaran matematika dipelajari siswa dengan tujuan supaya siswa dapat:

1. Memahami konsep matematika, merupakan kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antar konsep dan menggunakan konsep maupun algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.
2. **Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada.**
3. **Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika, baik dalam penyederhanaan maupun menganalisis komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh, termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata).**
4. **Mengomunikasikan gagasan, penalaran, serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.**
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

6. Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks, lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa dengan orang lain.
7. Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika.
8. Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika.

Pada aktivitas ini akan ditekankan pada tujuan belajar matematika poin (2), (3), dan (4) atau bagian yang dicetak tebal dan miring.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) melalui *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) menyatakan tentang *Reasoning and Proof Standard*:

*“Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to:*

- *Recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics,*
- *Make and investigate mathematical conjectures.*
- *Develop and evaluate mathematical arguments and proofs.*
- *Select and use various types of reasoning and methods of proof.”*

Mempunyai kemampuan untuk bernalar merupakan hal penting untuk dapat memahami matematika. Melalui pengembangan ide, mengeksplorasi fenomena, menjustikasi hasil, dan menggunakan konjektur matematis pada semua ruang lingkup materi pada setiap jenjang kelas dan sekolah, siswa diharapkan dapat mengetahui bahwa matematika adalah masuk akal. Penalaran (dan juga pembuktian) tidak dapat hanya sekedar dibelajarkan khusus pada materi tertentu saja, misalnya dengan melakukan pembuktian pada geometri. Akan tetapi penalaran (dan pembuktian) harus menjadi bagian yang tidak terpisahkan dari pengalaman belajar matematika siswa sejak dari jenjang PAUD sampai dengan kelas 12. Bernalar matematis merupakan kebiasaan berpikir dan harus dikembangkan secara konsisten dalam berbagai konteks.

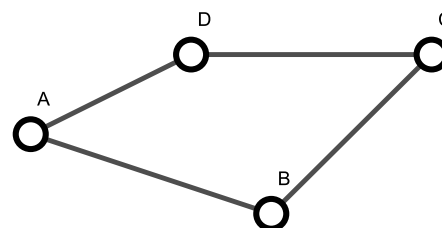
## AKTIVITAS MASALAH PEWARNAAN MINIMAL

### Tujuan permainan:

Memberi warna untuk semua dot (lingkaran kecil) pada setiap gambar dengan banyak warna sesedikit mungkin.

### Aturan permainan:

1. Setiap gambar terdiri dari dot dan ruas garis.
2. Setiap ruas garis menghubungkan dua dot.  
Pada gambar berikut ini

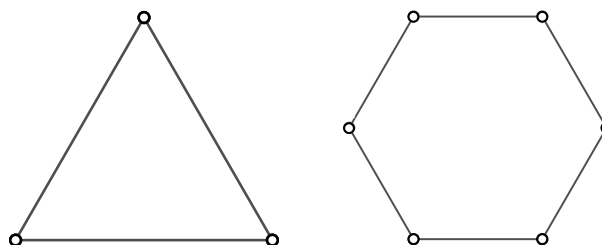


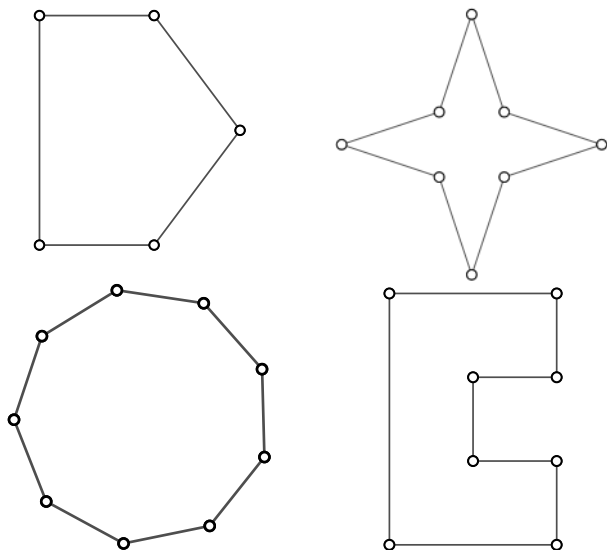
dot A terhubung dengan dot B, dot A terhubung dengan dot D, tetapi dot A tidak terhubung dengan dot C.

3. Pemain memberi warna semua dot pada masing-masing gambar. Dot yang terhubung harus diberi warna berbeda.
4. Pemain yang menggunakan warna paling sedikit akan dinyatakan sebagai pemenang.

### Skenario permainan (untuk guru):

1. Semua gambar yang digunakan pada aktivitas ini terdapat pada Lampiran Aktivitas di bagian akhir dari makalah ini. Guru mencetak gambar-gambar tersebut dalam kertas HVS ukuran A4.
2. Guru menyediakan beberapa set spidol/pensil/crayon 12 warna untuk dibagikan ke siswa. Setiap siswa menerima 1 set.
3. Siswa dibuat berpasangan dengan teman di sampingnya. Diasumsikan siswa duduk pada jenjang SD.
4. Pada tahap pertama guru memberikan lembar-lembar semua gambar kelompok *Circuits* berikut ini untuk setiap siswa.





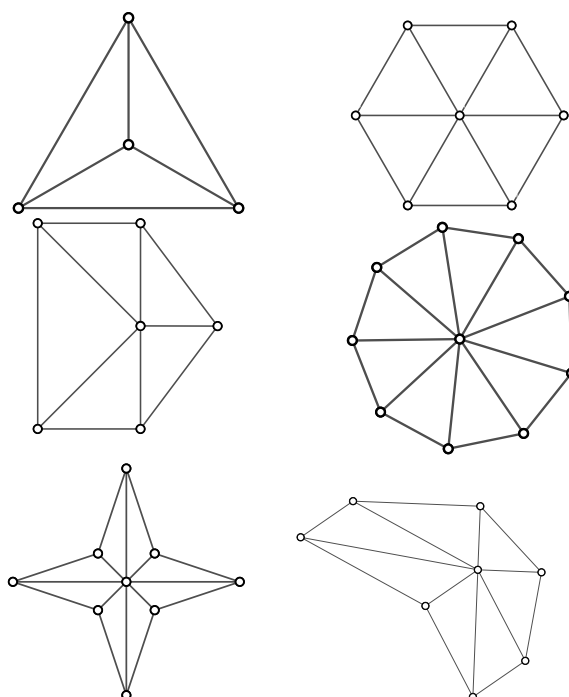
5. Siswa memberi warna untuk semua dot pada setiap gambar sesuai dengan aturan permainan. Guru berkeliling mengunjungi setiap kelompok siswa dan memberikan penjelasan yang diperlukan apabila ada siswa yang belum memahami aturan permainannya.
6. Selanjutnya siswa membandingkan hasil pewarnaan mereka dengan pasangannya. Siswa yang berhasil memberi warna paling sedikit akan dinyatakan sebagai pemenang. Siswa yang memberi warna lebih banyak selanjutnya merevisi pewarnaannya (guru memberi lembar gambar yang masih kosong).
7. Selanjutnya guru meminta siswa untuk mencermati hasil pewarnaannya untuk semua gambar dalam kelompok *Circuits*.
8. Siswa mengisi tabel berikut ini berdasarkan hasil pengamatannya.

Nama gambar	Banyak dot	Banyak warna	Nama gambar	Banyak dot	Banyak warna
Circuit 1			Circuit 4		
Circuit 2			Circuit 5		
Circuit 3			Circuit 6		

9. Siswa kemudian mencermati hasil pengisian tabel di atas.
10. Guru meminta siswa untuk menjelaskan hasil pewarnaan yang sudah dilakukan. Harapan yang diinginkan adalah penjelasan siswa dapat mengarah ke konjektur atau dugaan sederhana bahwa gambar dengan dot sebanyak genap akan memerlukan minimal 2 warna sedangkan gambar dengan dot sebanyak ganjil akan memerlukan minimal 3 warna (siswa bernalar

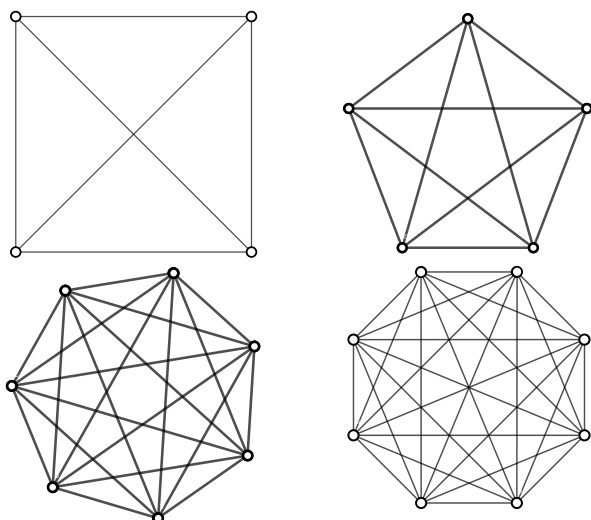
dan mencoba membuat konjektur atau dugaan sederhana)

11. Apabila siswa belum dapat melakukan langkah 10 bantuan guru diperlukan dengan cara memberikan pertanyaan yang mengarah ke konjektur pada langkah 10.
12. Guru dapat memberikan pertanyaan tantangan (hanya kepada siswa yang dapat membuat konjektur sederhana) kepada siswa untuk dapat menjelaskan mengapa gambar yang mempunyai dot sebanyak genap akan memerlukan minimal dua warna dan gambar yang mempunyai dot sebanyak ganjil akan memerlukan minimal tiga warna.
13. Untuk siswa SD kelas rendah cukup sampai langkah 12 pada kelompok gambar *Circuits* untuk mengetahui cara bernalar siswa dan mencoba membuat konjektur sederhana. Adapun untuk kelas dan jenjang sekolah yang lebih tinggi diharapkan dapat sampai bernalar dan mencoba membuat konjektur untuk hasil pewarnaan kelompok gambar *Wheels*, *Complete Graphs*, dan *Others Graphs*.
14. Pada tahap kedua guru memberikan lembar-lembar semua gambar kelompok *Wheels* berikut ini untuk setiap siswa. Ulangi langkah 5 - 12 (untuk tabel pada langkah 8 dan konjektur yang diharapkan disesuaikan dengan gambar kelompok *Wheels*).

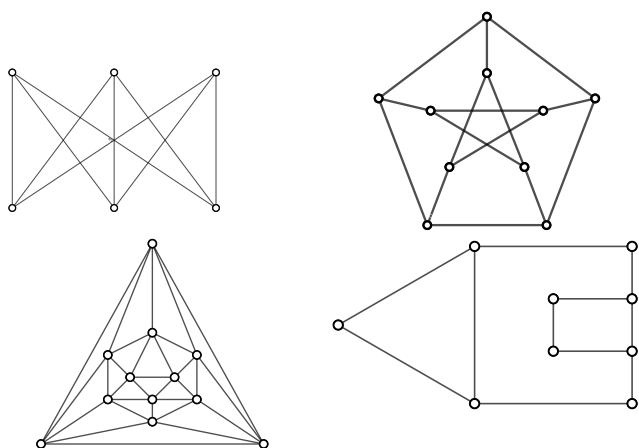




15. Pada tahap ketiga guru memberikan lembar-lembar semua gambar kelompok *Complete Graphs* berikut ini untuk setiap siswa. Ulangi langkah 5 – 12 (untuk tabel pada langkah 8 dan konjektur yang diharapkan disesuaikan dengan gambar kelompok *Complete Graphs*).



16. Pada tahap keempat guru memberikan lembar-lembar semua gambar kelompok *Others Graphs* berikut ini untuk setiap siswa. Tahap keempat ini sebagai masalah tantangan. Ulangi langkah 5 – 12 (untuk tabel pada langkah 8 dan konjektur yang diharapkan disesuaikan dengan gambar kelompok *Others Graphs*).



17. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) yang digunakan pada permainan ini untuk sementara hanya khusus untuk pewarnaan kelompok gambar *Circuits*. Guru dapat mengembangkan sendiri LAS untuk kelompok gambar *Wheels*, *Complete*

*Graphs*, dan *Others Graphs*. Untuk LAS tiga kelompok gambar terakhir ini perlu penyesuaian isi tabel pada Aturan Permainan nomor 5 pada Lembar Aktivitas.

## SIMPULAN

Hasil paling penting yang diharapkan muncul dari Aktivitas ini adalah siswa mengetahui bahwa matematika bukan hanya sekedar berhitung dan kumpulan rumus, akan tetapi matematika adalah tentang keterampilan berpikir.

Pengalaman belajar yang diperoleh siswa:

1. Memahami masalah (*mengerti aturan permainan*).
2. Berlatih bernalar (*memilih warna paling sedikit, menemukan sesuatu yang menarik dari tabel*).
3. Membuat konjektur sederhana (*menarik simpulan sederhana dari tabel yang merupakan proses generalisasi*).
4. Komunikasi matematis (*menceritakan sesuatu yang menarik dari tabel kepada teman dan guru*).

## DASAR TEORI MATEMATIKA (TEORI GRAF)

Di dalam matematika, suatu graf  $G = (V, E)$  terdiri dari himpunan (berhingga) verteks  $V$  dan himpunan (berhingga) ruas garis (edge,  $E$ ) yang menghubungkan pasangan-pasangan berbeda dari verteks-verteks yang tidak sama. Graf dapat digunakan untuk memodelkan berbagai macam hal, misalnya dalam jaringan media sosial, ilmu kimia, masalah penjadwalan, pengiriman paket, navigasi satelit, teknik elektro, dan jaringan komputer.

Masalah pewarnaan dalam teori graf mempunyai sejarah yang sangat panjang dan merupakan masalah yang sangat terkenal. Inti dari masalah pewarnaan adalah bagaimana cara mewarnai semua verteks sehingga tidak ada verteks yang terhubung yang berwarna sama dan banyak warna berbeda yang digunakan seminimal mungkin. Penerapan dari masalah pewarnaan misalnya dalam pembuatan jadwal pelajaran atau jadwal kuliah dan penjadwalan pesawat terbang.

### Definisi 1:

Pewarnaan suatu graf disebut lengkap (*complete*) jika seluruh verteks  $v \in V$  diberi warna  $c(v) \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ . Jika tidak demikian maka pewarnaan disebut parsial.



### Definisi 2:

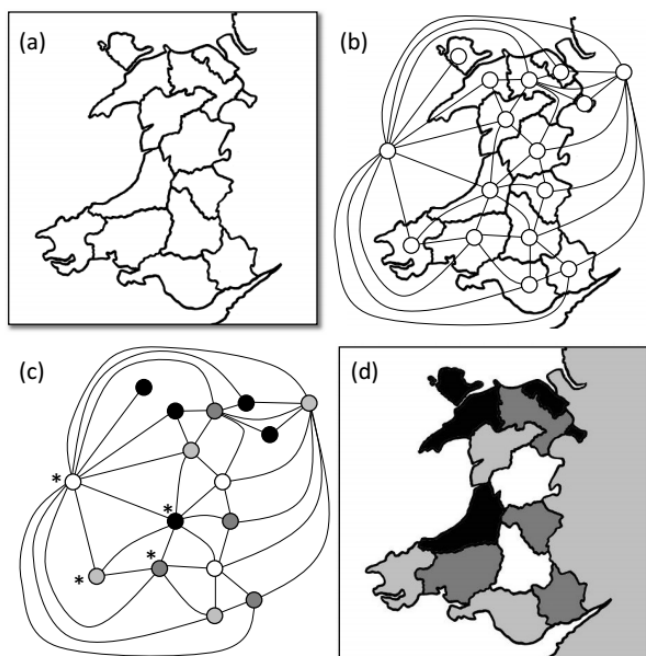
Suatu ketidakserasian (*clash*) adalah situasi ketika sepasang verteks yang terhubung  $u, v \in V$  diberi warna yang sama (yaitu  $\{u, v\} \in E$  dan  $c(v) = c(u)$ ). Jika suatu pewarnaan tidak memuat ketidakserasian maka pewarnaan tersebut dikatakan wajar (*proper*). Jika tidak demikian maka pewarnaan dikatakan tidak wajar (*improper*).

### Definisi 3:

Suatu pewarnaan disebut layak (*feasible*) jika dan hanya jika pewarnaan tersebut sekaligus lengkap dan wajar.

### Definisi 4:

Bilangan kromatik (*chromatic number*) dari graf  $G$ , dilambangkan dengan  $\chi(G)$ , adalah banyak warna minimal yang diperlukan dalam pewarnaan layak dari graf  $G$ . Pewarnaan layak dari graf  $G$  dengan menggunakan tepat  $\chi(G)$  warna dikatakan sebagai optimal.



Gambar 3. Langkah pewarnaan minimal pada peta menggunakan teori graf (Lewis, 2016)

### REFERENSI

- Lewis, R.M.R. 2016. *A Guide to Graph Colouring: Algorithms and Applications*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Meng, Koh Khee, Dong Fengming, dan Tay Eng Guan. 2007. *Introduction to Graph Theory*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Mumford, Simon. 2016. *Complete Atlas of the World: The Definitive View of the Earth*. New York, NY: DK Publishing.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Wallis, W.D. 2007. *A Beginner Guide to Graph Theory*. Boston, MA: Birkhauser.
- Wasserman, Nicholas H. 2017. *Math Madness: Coloring, Reasoning, and Celebrating*. Artikel pada Jurnal *Teaching Children Mathematics* Volume 23 Nomor 8, April 2017. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

---

\*) Wiworo, S.Si., M.M.  
Widyaiswara PPPPTK Matematika

## LAMPIRAN 1

### LEMBAR AKTIVITAS SISWA MASALAH PEWARNAAN MINIMAL

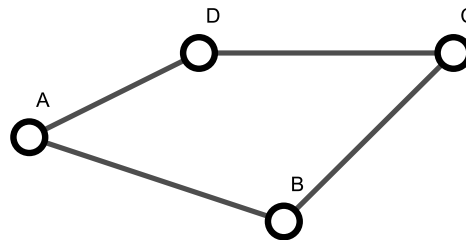
#### Tujuan permainan:

Memberi warna untuk semua dot (lingkaran kecil) pada setiap gambar, dengan banyak warna sesedikit mungkin.

#### Aturan permainan:

- 1) Setiap gambar terdiri dari dot dan ruas garis.
- 2) Setiap ruas garis menghubungkan dua dot.

Pada gambar berikut ini



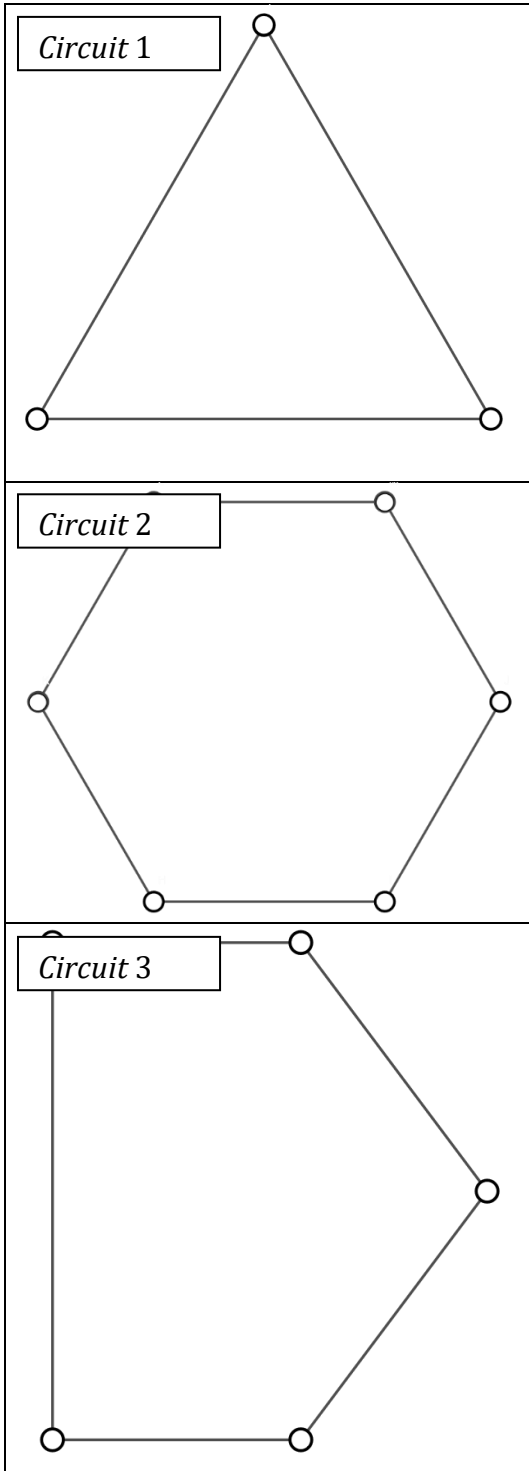
dot *A* terhubung dengan dot *B*, dot *A* terhubung dengan dot *D*, tetapi dot *A* tidak terhubung dengan dot *C*.

- 3) Warnailah semua dot pada masing-masing gambar, dengan ketentuan: dot yang terhubung harus diberi warna yang berbeda.
- 4) Dalam permainan ini kamu akan bertanding dengan temanmu. Pemain yang menggunakan warna yang paling sedikit, akan dinyatakan sebagai pemenang. Jadi usahakan kamu menggunakan warna sesedikit mungkin.
- 5) Setelah selesai mewarnai, isilah tabel berikut:

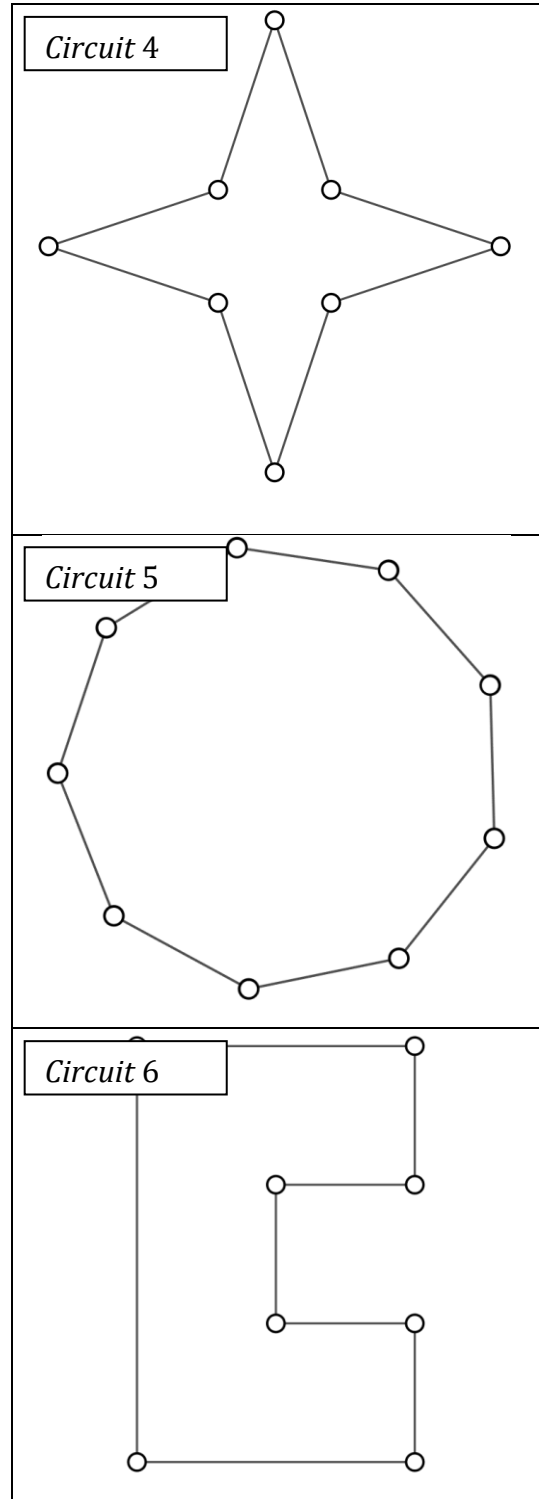
Nama gambar	Banyak dot	Banyak warna	Nama gambar	Banyak dot	Banyak warna
<i>Circuit 1</i>			<i>Circuit 4</i>		
<i>Circuit 2</i>			<i>Circuit 5</i>		
<i>Circuit 3</i>			<i>Circuit 6</i>		

- a) Amatilah tabel yang sudah kamu isi di atas.
- b) Apakah kamu menemukan sesuatu yang menarik dari tabel yang sudah kamu isi tersebut?
- c) Coba ceritakan sesuatu yang menarik tersebut kepada teman-temanmu dan gurumu.

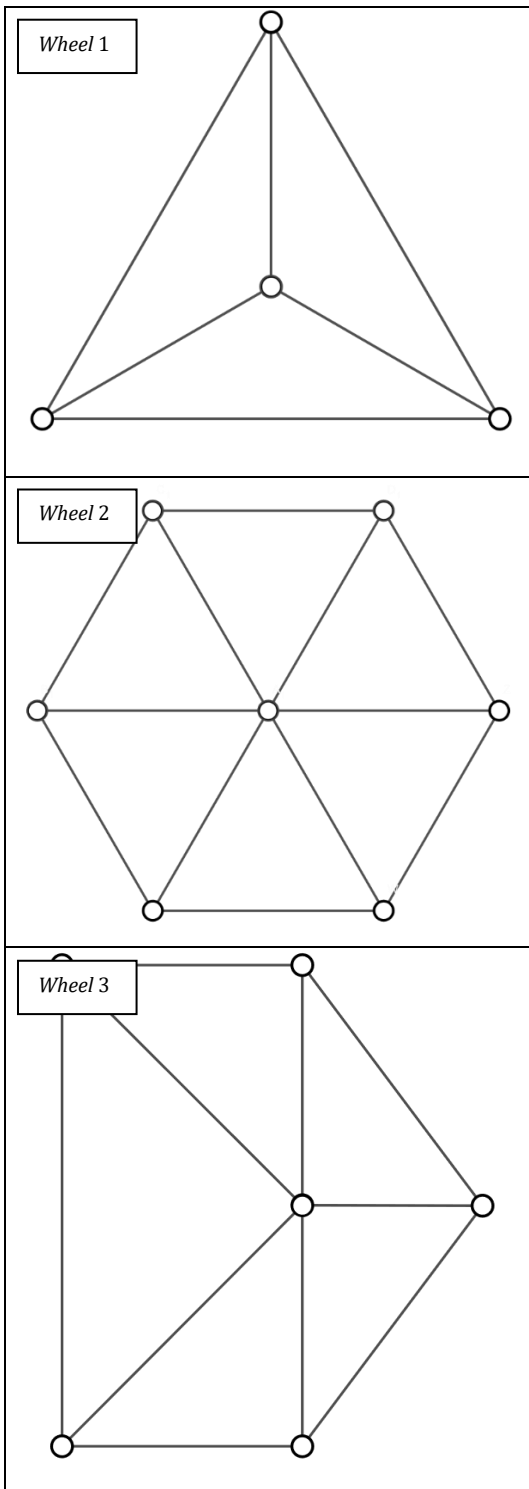
LAMPIRAN 2 (KELOMPOK *CIRCUIT*)



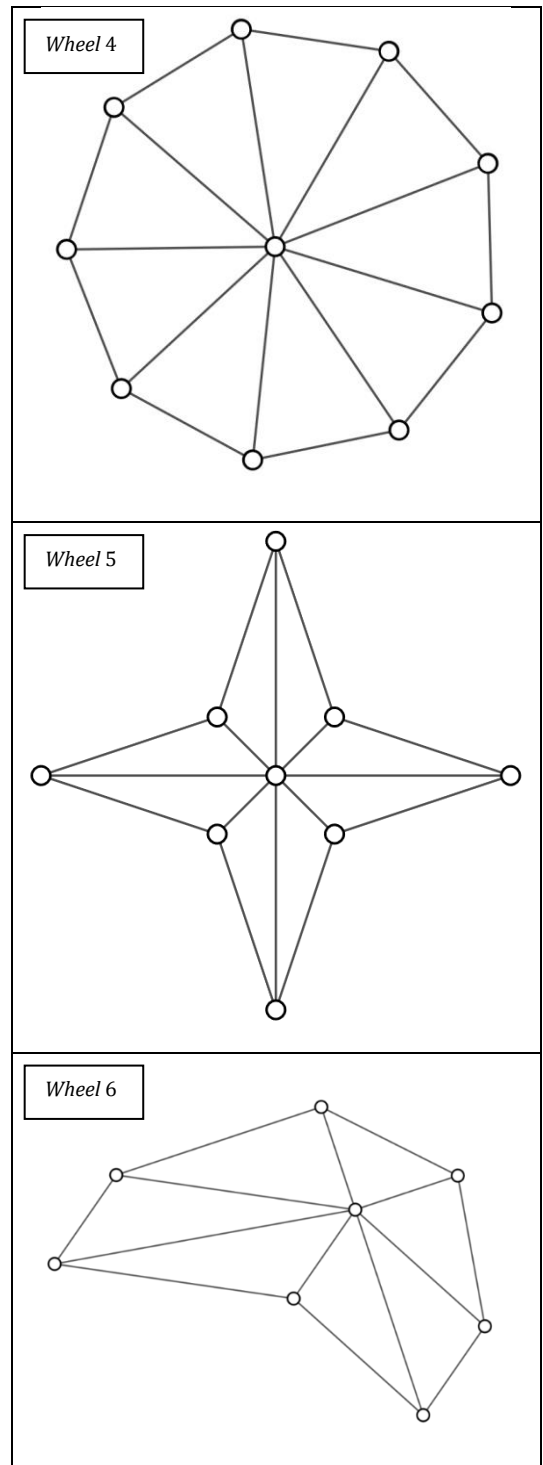
LAMPIRAN 2 (KELOMPOK *CIRCUIT*)



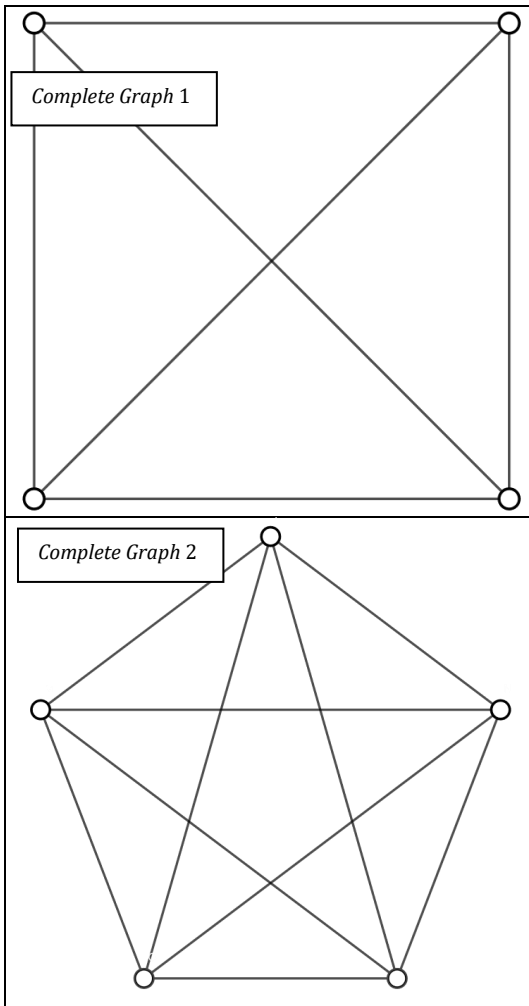
LAMPIRAN 3 (KELOMPOK *WHEELS*)



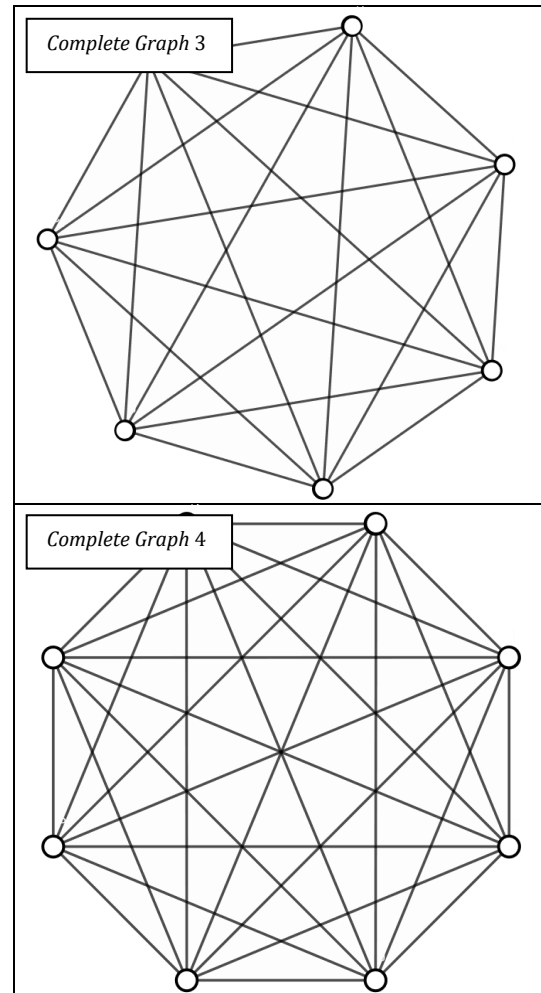
LAMPIRAN 3 (KELOMPOK *WHEELS*)



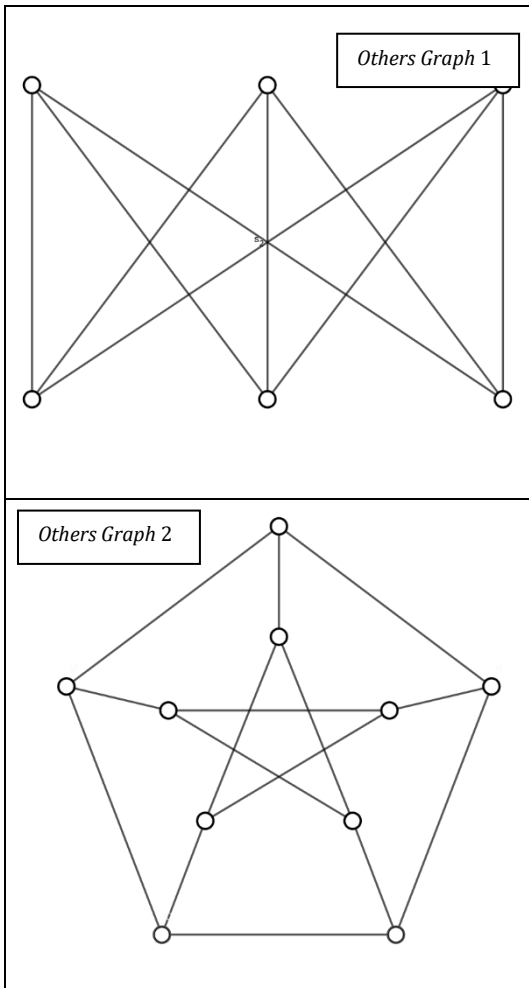
**LAMPIRAN 4 (KELOMPOK COMPLETE GRAPHS)**



**LAMPIRAN 4 (KELOMPOK COMPLETE GRAPHS)**



LAMPIRAN 5 (KELOMPOK *OTHERS GRAPHS*)



LAMPIRAN 5 (KELOMPOK *OTHERS GRAPHS*)

