



e-Modul

# MATEMATIKA



XI



**Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan  
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah  
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas  
2019**



e-Modul

# MATEMATIKA



XI



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan  
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah  
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas  
2019



# e-Modul



## Turunan

**Penyusun :**

LIZZA NOVRIDA  
SMAN 63 Jakarta

**Reviewer :**

Yuyun Sriyuniarti, M.Pd.

**Validator :**

Muhammadong, S.Pd, M.Pd

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

# Daftar Isi

**Daftar Isi**

**Penyusun**

**Peta Konsep**

**Glosarium**

**Pendahuluan**

Identitas Modul

Kompetensi Dasar

Deskripsi

Petunjuk Penggunaan Modul

Materi Pembelajaran

**Kegiatan Pembelajaran I**

1. Tujuan

2. Uraian Materi

3. Rangkuman

4. Latihan Essay

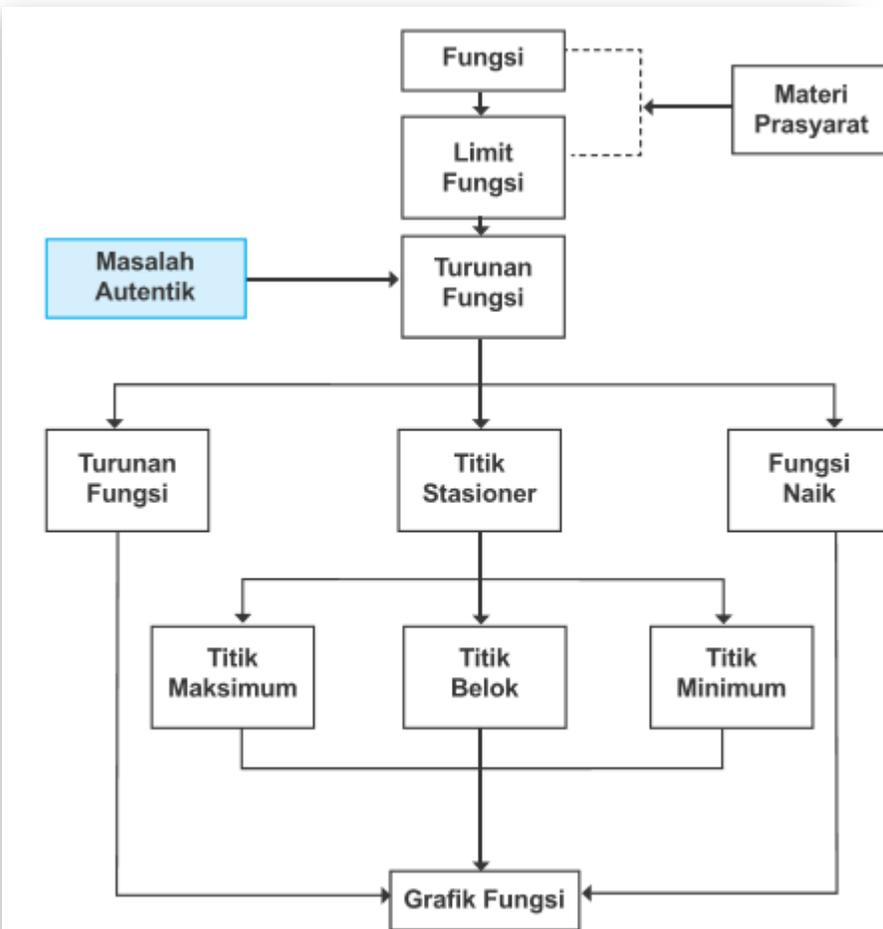
5. Latihan Pilihan Ganda

6. Penilaian Diri

**Evaluasi**

**Daftar Pustaka**

# Peta Konsep



**Gambar : 1**

Sumber : Buku Paket Matematika kelas XI 2017,  
Kemdikbud



Daftar Isi

# Glosarium

**Turunan** : pengukuran terhadap bagaimana fungsi berubah seiring perubahan nilai input, atau secara umum turunan menunjukkan bagaimana suatu besaran berubah akibat perubahan besaran lainnya.

**$f'(x)$**  : Turunan pertama dari fungsi  $f(x)$

**$f''(x)$**  : Turunan kedua dari fungsi  $f(x)$

**$u(x)$**  : Fungsi  $u$

**$v(x)$**  : Fungsi  $v$

**Titik Kritis** : Adalah titik dimana pada titik tersebut sangat membantu untuk membatasi suatu turunan

**Nilai Max/Min** : Jika koefisien negatif, nilai tersebut adalah nilai maksimum. Jika koefisien positif maka itu adalah nilai minimum.



Daftar Isi

# Pendahuluan

## IDENTITAS MODUL

---

Nama Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas / Semester / Alokasi Waktu	: XI /Genap (2 )/ 12 JP
Judul eModul	: Turunan

## KOMPETENSI DASAR

---

3.1 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi, yaitu seperti berikut.

3.1.1 Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada sifat-sifat turunan fungsi aljabar.

3.1.2 Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada turunan pertama fungsi yang terkait dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva.

4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar, yaitu seperti berikut.

4.1.1 Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk membuat kesimpulan, serta menggunakan prosedur untuk menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi, yaitu seperti berikut.

4.1.2 Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk membuat kesimpulan, serta menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan titik maksimum, titik minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta

kemiringan garis singgung kurva, persamaan garis singgung, dan garis normal kurva dengan memakai turunan pertama.

4.1.3 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar.

## DESKRIPSI

---

Salam Damai dan Sejahtera untuk Bangsa Indonesia, tetap semangat dalam belajar ya, selalu menjadi bagian dari generasi emas bangsa Indonesia ini. kali ini dengan menggunakan modul ini kalian akan belajar konsep matematika yang tidak terlalu sulit. Yaitu tentang Turunan.

Pada modul ini kalian akan mempelajari karakteristik sifat turunan dan aplikasi turunan terhadap masalah kontekstual.

## PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

---

Modul ini terbagi menjadi dua topik kegiatan belajar yang harus kalian ikuti, yaitu

Pertama : Sifat Turunan

Kedua : Penerapan Sifat Turunan

Modul ini terbagi menjadi dua topik kegiatan belajar yang harus kalian ikuti, yaitu:

1. Pastikan kalian mengerti target kompetensi yang akan dicapai
2. Mulailah dengan membaca materi
3. Kerjakan soal latihannya
4. Jika sudah lengkap mengerjakan soal latihan, cobalah buka kunci

jawaban yang ada pada bagian akhir dari modul ini. Hitunglah skor yang kalian peroleh

5. Jika skor masih dibawah 8, cobalah baca kembali materinya, usahakan jangan mengerjakan ulang soal yang salah sebelum kalian membaca ulang materinya

6. Lakukan latihan sederhana untuk memahami sifat turunan, dan kemudian sempurnakan laporan untuk diserahkan pada guru kalian

7. Lakukan latihan sederhana untuk menggunakannya pada masalah kontekstual, dan kemudian sempurnakan laporannya untuk diserahkan pada guru kalian.

"Pendidikan setingkat dengan olahraga dimana memungkinkan setiap orang untuk bersaing" – **Joyce Meyer**

"Sekolah maupun kuliah tidak mengajarkan apa yang harus kita pikirkan dalam hidup ini. Mereka mengajarkan kita cara berpikir logis, analitis dan praktis." – **Azis White**.

## MATERI PEMBELAJARAN

---

**Materi dalam pembelajaran ini adalah:**

1. *Sifat-sifat Turunan*
2. *Penerapan Sifat-sifat Turunan*
3. *Aplikasi Sifat-sifat Turunan*



Daftar Isi

# Kegiatan Pembelajaran

## 1. TUJUAN

---

Untuk mengetahui keberhasilan dari akhir kegiatan pembelajaran pertama ini, sebaiknya kalian mengetahui tujuan pembelajaran yang diharapkan, yaitu dengan membaca materi dan mengerjakan soal latihan yang disediakan, kalian dapat Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi serta dapat Menggunakan turunan pertama fungsi untuk menentukan titik maksimum, titik minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva, persamaan garis singgung, dan garis normal kurva berkaitan dengan masalah kontekstual

" Setitik embun dapat melembabkan daun daunan, sederas hujan dapat membahasi daun beserta dahannnya sungguh ilmu yang kamu dapat pada kami bagaikan hujan deras yang tak pernah berhenti membahasi kami. kami tumbuh dan berkembang dan selanjutnya memekari seluruh sekitar kami dan akhirnya membuat mahluk ciptaan Tuhan menjadi bahagia dengan keberadaan kami. Terima kasih telah menjadi hujan deras buat otak dan akhlak kami."

## 2. URAIAN MATERI

---

### 2.1. SIFAT-SIFAT TURUNAN:

*Sifat-sifat turunan, yaitu seperti berikut :*

1. Turunan fungsi konstan:  $f(x) = k \Rightarrow f'(x) = 0$
2. Turunan fungsi identitas :  $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$ .
3. Turunan fungsi aljabar berpangkat n

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$$

4. Rumus turunan Jumlah dan selisih fungsi-fungsi

$$f(x) = u(x) \pm v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$$

5. Turunan fungsi aljabar hasil kali

$$f(x) = u(x).v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$$

6. Rumus turunan fungsi aljabar hasil kali diatas dapat diperluas untuk mencari rumus turunan yang terdiri dari tiga fungsi, yaitu:

$$f(x) = u(x).v(x).w(x)$$
$$f'(x) = u'(x).v(x).w(x) + u(x).v'(x).w(x) + u(x).v(x).w'(x)$$

7. Turunan fungsi aljabar hasil bagi, dengan syarat  $v(x) \neq 0$

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x).v(x) - u(x).v'(x)}{v(x)^2}$$

8. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar

$$f(x) = \frac{1}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{-v'(x)}{v(x)^2}$$

9. Turunan fungsi Trigonometri

1.  $y = \sin x \rightarrow y' = \cos x$
2.  $y = \cos x \rightarrow y' = -\sin x$
3.  $y = \tan x \rightarrow y' = \sec^2 x$
4.  $y = \cot x \rightarrow y' = -\csc^2 x$
5.  $y = \sec x \rightarrow y' = \sec x \tan x$
6.  $y = \csc x \rightarrow y' = -\csc x \cot x$
7.  $y = \sin^n x \rightarrow y' = n \sin^{n-1} x \times \cos x$
8.  $y = \cos^n x \rightarrow y' = -n \cos^{n-1} x \times \sin x$
9.  $y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$
10.  $y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u$
11.  $y = \tan u \rightarrow y' = u' \sec^2 u$
12.  $y = \cot u \rightarrow y' = -u' \csc^2 u$
13.  $y = \sec u \rightarrow y' = u' \sec u \tan u$
14.  $y = \csc u \rightarrow y' = -u' \csc u \cot u$
15.  $y = \sin^n u \rightarrow y' = n \cdot u' \sin^{n-1} u \cos u$
16.  $y = \cos^n u \rightarrow y' = -n \cdot u' \cos^{n-1} u \sin u$

## 2.2. Penerapan Sifat-sifat Turunan:

Berikut ditampilkan beberapa soal dan penyelesaiannya untuk memberi gambaran tentang penggunaan sifat-sifat turunan.

Soal	Pembahasan
1. Tentukan turunan $f(x) = 7x$	$f'(x) = 7$
2. Tentukan turunan $f(x) = 6x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5$	$f'(x) = 24x^3 + 6x^2 - 8x$
3. Tentukan turunan $f(x) = (2x+3)(5x+4)$	$f'(x) = 2(5x+4) + 5(2x+3)$ $f'(x) = 10x + 8 + 10x + 15$ $f'(x) = 20x + 23$
4. Tentukan turunan $f(x) = 3x^2 / (2x + 1)$	$f'(x) = \frac{(6x)(2x+1) - 2(3x^2)}{(2x+1)^2}$
5. Tentukan turunan $f(x) = 1 / (5x + 2)$	$f'(x) = -5 / [(5x+2)(5x+2)]$

<p>6. Carilah nilai maksimum dan minimum dari <math>y(x) = x^2 + 6x + 5</math> pada interval <math>[-4,0]</math>.</p>	<p>Turunan dari <math>y(x)</math> adalah <math>y'(x) = 2x + 6</math>, Titik kritis dari <math>y(x)</math> adalah penyelesaian dari persamaan: <math>y'(x) = 2x + 6 = 0</math> (dikali <math>\frac{1}{2}</math>) <math>\rightarrow x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \rightarrow</math> sehingga, nilai yang menghasilkan ekstrim dari <math>y(x) = -4, -3, 0. \rightarrow y(-4) = (-4)^2 + 6(-4) + 5 = -3 \rightarrow y(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 5 = -4 \rightarrow y(0) = 0^2 + 6(0) + 5 = 5 \rightarrow</math> Jadi, nilai maksimum adalah 5 [dicapai pada <math>y(0)</math>] dan nilai minimum adalah -4 [dicapai pada <math>y(-3)</math>].</p>
---	---

### 2.3. Masalah Kontekstual:

Definisi: Andaikan  $f$  terdiferensial pada selang terbuka  $I = (a,b)$ . Jika  $f'$  naik pada  $I$ , dan grafiknya) cekung ke atas di sana; jika  $f'$  turun pada  $I$ ,  $f$  cekung ke bawah pada  $I$ . (Terorema Kecekungan). Andaikan  $f$  terdiferensial dua kali pada selang terbuka  $(a,b)$ :

1. Jika  $f''(x) > 0$  untuk semua  $x$  dalam  $(a,b)$ , maka  $f$  cekung ke atas pada  $(a,b)$ .
2. Jika  $f''(x) < 0$  untuk semua  $x$  dalam  $(a,b)$ , maka  $f$  cekung ke bawah pada  $(a,b)$ .

#### 1. Menentukan gradien garis singgung suatu kurva

Gradien garis singgung ( $m$ ) pada suatu kurva  $y = f(x)$  dirumuskan sebagai:

$$m = y' = f'(x)$$

Persamaan garis singgung pada suatu kurva  $y = f(x)$  di titik singgung  $(x_1, y_1)$  dirumuskan sebagai:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow m = f'(x_1)$$

#### 2. Menentukan interval fungsi naik dan fungsi turun

- Syarat interval fungsi naik  $\rightarrow f'(x) > 0$
- Syarat interval fungsi turun  $\rightarrow f'(x) < 0$

### 3. Menentukan nilai stasioner suatu fungsi dan jenisnya

Jika fungsi  $y = f(x)$  kontinu dan diferensiabel di  $x = a$  dan  $f'(x) = 0$ , maka fungsi memiliki nilai stasioner di  $x = a$ . Jenis nilai stasioner dari fungsi  $y = f(x)$  dapat berupa nilai balik minimum, nilai balik maksimum, atau nilai belok. Jenis nilai stasioner ini bisa ditentukan dengan menggunakan turunan kedua dari fungsi tersebut.

- Nilai maksimum  $\rightarrow f'(x) = 0$  dan  $\rightarrow f''(x) < 0$

Jika  $f'(x_1) = 0$  dan  $f''(x_1) < 0$ , maka  $f(x_1)$  adalah nilai balik maksimum dari fungsi  $y = f(x)$  dan titik  $(x_1, f(x_1))$  adalah titik balik maksimum dari kurva  $y = f(x)$ .

- Nilai minimum  $\rightarrow f'(x) = 0$  dan  $f''(x) > 0$

Jika  $f'(x_1) = 0$  dan  $f''(x_1) > 0$ , maka  $f(x_1)$  adalah nilai balik minimum dari fungsi  $y = f(x)$  dan titik  $(x_1, f(x_1))$  adalah titik balik minimum dari kurva  $y = f(x)$ .

- Nilai belok  $\rightarrow f'(x) = 0$  dan  $f''(x) = 0$

Jika  $f'(x_1) = 0$  dan  $f''(x_1) = 0$ , maka  $f(x_1)$  adalah nilai belok dari fungsi  $y = f(x)$  dan titik  $(x_1, f(x_1))$  adalah titik belok dari kurva  $y = f(x)$ .

### 4. Menyelesaikan soal limit berbentuk tak tentu 0/0 atau $\infty/\infty$

Jika  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  merupakan limit berbentuk tak tentu  $\frac{0}{0}$  atau  $\frac{\infty}{\infty}$ , maka penyelesaiannya dapat menggunakan turunan, yaitu  $f(x)$  dan  $g(x)$  masing-masing diturunkan.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Jika dengan turunan pertama sudah dihasilkan bentuk tertentu, maka bentuk tertentu itu adalah penyelesaiannya. Tetapi jika dengan turunan pertama masih dihasilkan bentuk tak tentu, maka masing-masing  $f(x)$  dan  $g(x)$  diturunkan lagi sampai diperoleh hasil berbentuk tertentu. Cara penyelesaian seperti ini disebut Dalil L'hospital.

### 5. Menentukan rumus kecepatan dan percepatan

**Jika rumus atau persamaan posisi gerak suatu benda sebagai fungsi waktu diketahui yaitu  $s = f(t)$ , maka rumus kecepatan dan kecepataannya dapat ditentukan yaitu:**

- Rumus kecepatan  $\rightarrow v = s' = f'(t)$
- Rumus percepatan  $\rightarrow a = s'' = f''(t)$

### **Contoh Soal Turunan Fungsi dan Pembahasan**

Turunan pertama dari  $f(x) = 4\sqrt{2x^3 - 1}$  adalah

Pembahasan 1:

Soal ini merupakan fungsi yang berbentuk  $y = au^n$  yang dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus  $y' = n \cdot a \cdot u^{n-1} \cdot u'$ . Maka:

$$f(x) = 4\sqrt{2x^3 - 1} = 4(2x^3 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

Sehingga turunannya:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2} \cdot 4(2x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6x^2 \\ &= 2(2x^3 - 1) \cdot 6x^2 \\ &= 12x^2(2x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{12x^2}{(2x^3 - 1)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{12x^2}{\sqrt{2x^3 - 1}} \end{aligned}$$

Tentukan turunan pertama dari

$$f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{\sin(3x - \frac{\pi}{5})}}$$

Pembahasan 2:

Untuk menyelesaikan soal ini menggunakan rumus campuran yaitu

$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  dan juga  $y' = n \cdot u' \sin^{n-1} u \cdot \cos u$ . Sehingga:

$$f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{\sin(3x - \frac{\pi}{5})}}$$

$$f(x) = \frac{6}{(\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{\frac{1}{3}}}$$

$$f'(x) = \frac{0 - 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} (\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{-\frac{2}{3}} \cdot \cos(3x - \frac{\pi}{5})}{(\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{\frac{2}{3}}}$$

$$f'(x) = \frac{-6(\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{-\frac{2}{3}} \cdot \cos(3x - \frac{\pi}{5})}{(\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{\frac{2}{3}}} \cdot (\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{-6(\sin(3x - \frac{\pi}{5}))^{-1} \cos(3x - \frac{\pi}{5})}{\sqrt[3]{\sin(3x - \frac{\pi}{5})}}$$

$$f'(x) = \frac{-6 \cot(3x - \frac{\pi}{5})}{\sqrt[3]{\sin(3x - \frac{\pi}{5})}}$$

Tentukan nilai maksimum dari  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  pada interval  $-1 \leq x \leq 3$ .

Pembahasan 3:

Ingat syarat nilai fungsi  $f(x)$  maksimum adalah  $f'(x) = 0$  dan  $f''(x) < 0$  maka:

▪  $f_{max}$  jika  $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

dan  $x_1 = 1$  dan  $x_2 = 3$

$$f_{max} = f(1) = 1^3 - 6.1^2 + 9.1$$

$$f_{max} = 4$$

### 3. RANGKUMAN

---

sifat-sifat turunan fungsi aljabar

1. Turunan fungsi konstan:  $f(x) = k \Rightarrow f'(x) = 0$
2. Turunan fungsi identitas :  $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$
3. Turunan fungsi aljabar berpangkat n

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$$

4. Rumus turunan Jumlah dan selisih fungsi-fungsi

$$f(x) = u(x) \pm v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$$

5. Turunan fungsi aljabar hasil kali

$$f(x) = u(x).v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$$

6. Rumus turunan fungsi aljabar hasil kali diatas dapat diperluas untuk mencari rumus turunan yang terdiri dari tiga fungsi, yaitu:

$$f(x) = u(x).v(x).w(x)$$

$$f'(x) = u'(x).v(x).w(x) + u(x).v'(x).w(x) + u(x).v(x).w'(x)$$

7. Turunan fungsi aljabar hasil bagi Dengan  $v(x) \neq 0$

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x).v(x) - u(x).v'(x)}{v(x)^2}$$

8. sifat-sifat turunan fungsi aljabar

$$f(x) = \frac{1}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{-v'(x)}{v(x)^2}$$

9. Turunan fungsi Trigonometri

1.  $y = \sin x \rightarrow y' = \cos x$
2.  $y = \cos x \rightarrow y' = -\sin x$
3.  $y = \tan x \rightarrow y' = \sec^2 x$
4.  $y = \cot x \rightarrow y' = -\csc^2 x$
5.  $y = \sec x \rightarrow y' = \sec x \tan x$
6.  $y = \csc x \rightarrow y' = -\csc x \cot x$
7.  $y = \sin^n x \rightarrow y' = n \sin^{n-1} x \times \cos x$
8.  $y = \cos^n x \rightarrow y' = -n \cos^{n-1} x \times \sin x$
9.  $y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$
10.  $y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u$
11.  $y = \tan u \rightarrow y' = u' \sec^2 u$
12.  $y = \cot u \rightarrow y' = -u' \csc^2 u$
13.  $y = \sec u \rightarrow y' = u' \sec u \tan u$
14.  $y = \csc u \rightarrow y' = -u' \csc u \cot u$
15.  $y = \sin^n u \rightarrow y' = n \cdot u' \sin^{n-1} u \cos u$
16.  $y = \cos^n u \rightarrow y' = -n \cdot u' \cos^{n-1} u \cdot \sin u$

Definisi: Andaikan  $f$  terdiferensial pada selang terbuka  $I = (a,b)$ . Jika  $f'$  naik pada  $I$ , dan grafiknya cekung ke atas di sana; jika  $f'$  turun pada  $I$ ,  $f$  cekung ke bawah pada  $I$ . (Teorema Kecekungan). Andaikan  $f$  terdiferensial dua kali pada selang terbuka  $(a,b)$ : (i) Jika  $f''(x) > 0$  untuk semua  $x$  dalam  $(a,b)$ , maka  $f$  cekung ke atas pada  $(a,b)$ . (ii) Jika  $f''(x) < 0$  untuk semua  $x$  dalam  $(a,b)$ , maka  $f$  cekung ke bawah pada  $(a,b)$ .

“ Jika kamu tidak mengejar apa yang kamu inginkan, maka kamu tidak akan mendapatkannya. Jika kamu tidak bertanya maka jawabannya adalah tidak. Jika kamu tidak melangkah maju, kamu akan tetap berada di tempat yang sama ”



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

# Latihan Essay

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokan dengan alternatif penyelesaiannya!

01. Untuk memproduksi suatu barang diperlukan biaya produksi yang dinyatakan dengan fungsi dalam ribuan rupiah. Agar biaya minimum maka harus diproduksi barang sebanyak ....

Alternatif penyelesaian

02. Suatu proyek akan diselesaikan dalam  $x$  hari. Jika biaya proyek per hari adalah  $B = \left(2x + \frac{1000}{x} - 40\right)$  dalam ribuan rupiah maka biaya proyek minimum dalam  $x$  hari sama dengan ...

Alternatif penyelesaian

03. Biaya produksi kain batik sepanjang  $x$  meter dinyatakan dengan fungsi  $B(x) = \left(\frac{1}{3}x^2 - 10x + 25\right)$  ribu rupiah. Jika semua kain batik tersebut dijual dengan harga  $\left(50x - \frac{2}{3}x^2\right)$  ribu rupiah maka panjang kain batik yang diproduksi agar diperoleh laba maksimum adalah ..

Alternatif penyelesaian



Daftar Isi

## Latihan Pilihan Ganda

1. Turunan pertama dari fungsi berikut  $f(x) = 5x$  adalah ....

- A -5
  - B -1
  - C 0
  - D 1
  - E 5
- 

2. Turunan pertama dari fungsi berikut  $f(x) = -9x^6 - 8x^{-3} + 4x^{3/4}$  adalah ....

- A  $-9x^5 - 8x^{-4} + 4x^{-1/4}$
  - B  $-9x^7 - 8x^{-2} + 4x^{13/4}$
  - C  $-54x^5 - 24x^{-4} + 3x^{-1/4}$
  - D  $-54x^7 - 24x^{-2} + 3x^{13/4}$
  - E  $-54x^5 + 24x^{-4} + 3x^{-1/4}$
- 

3. Turunan pertama dari fungsi berikut  $f(x) = -7x$  adalah ....

- A 7
  - B 1
  - C 0
  - D -1
  - E -7
-

4. Turunan pertama dari fungsi berikut  $f(x) = 6x^{-2}$  adalah .....

- A  $-12x^{-3}$
  - B  $-12x^{-2}$
  - C  $6x^{-1}$
  - D  $12x^{-2}$
  - E  $12x^{-3}$
- 

5. Turunan pertama dari fungsi berikut  $f(x) = 4x^{2/3}$  adalah ....

- A  $4x^{-1/3}$
  - B  $4x^{1/3}$
  - C  $2^{2/3}x^{-1/3}$
  - D  $2^{2/3}x^{1/3}$
  - E  $2^{2/3}x^{2/3}$
- 

6. Keliling persegi panjang  $(2x + 20)$  dan lebar  $(8 - x)$ . Agar luas persegi panjang maksimum maka panjangnya ....

- A 10
  - B 9
  - C 4,5
  - D 3,5
  - E 3
- 

Persamaan garis singgung yang menyinggung kurva  $y = 2x^3 + 3x^2 + x$  di titik  $(-1, 0)$

7. adalah ....

- A  $y = -x + 1$
  - B  $y = x + 1$
  - C  $y = x - 1$
  - D  $y = 6x + 6$
  - E  $y = 6x - 6$
- 

8. Grafik fungsi kuadrat  $f(x) = x^2 + bx + 4$  menyinggung garis  $y = 3x + 4$ . Nilai  $b$  yang memenuhi adalah ....

- A -4
  - B -3
  - C 0
  - D 3
  - E 4
- 

9. Rusuk suatu kubus bertambah panjang dengan laju 7 cm per detik. Laju bertambahnya volume pada saat rusuk panjangnya 15 cm adalah ....

- A  $675 \text{ Cm}^2/\text{detik}$
  - B  $1.575 \text{ Cm}^2/\text{detik}$
  - C  $3.375 \text{ Cm}^2/\text{detik}$
  - D  $4.725 \text{ Cm}^2/\text{detik}$
  - E  $23.625 \text{ Cm}^2/\text{detik}$
- 

Sebuah roda setelah  $t$  detik berputar sebesar  $\theta = 128t - 12t^2$  radian sehingga maka

10. kecepatan sudut pada detik ke-3 adalah ....

- A 12 rad/detik
  - B 24 rad/detik
  - C 28 rad/detik
  - D 56 rad/detik
  - E 88 rad/detik
- 



Daftar Isi

e-Modul 2018

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

# Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Apakah Anda telah memahami sifat-sifat turunan?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
02.	Apakah Anda telah dapat menggunakan sifat-sifat turunan pada soal turunan?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
03.	Apakah Anda telah menganalisis soal kontekstual yang diberikan guru?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
04.	Apakah Anda telah menganalisis soal kontekstual yang diberikan guru dan menggunakan sifat-sifat turunan untuk menyelesaikannya?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
05.	Apakah Anda telah mengambil keputusan untuk menggunakan sifat-sifat turunan yang mana saja yang dapat digunakan pada soal kontekstual?	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

# Evaluasi

## Soal 1.

Diketahui  $f(x) = x^2 + 4x - 3$ , nilai dari  $f'(5)$  adalah ...

- A. 6
- B. 10
- C. 14
- D. 17
- E. 20

## Soal 2.

Turunan pertama dari  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}$  adalah .....

- A.  $\frac{1}{x^2} + \frac{8}{x^3}$
- B.  $-\frac{1}{x^2} + \frac{8}{x^3}$
- C.  $-\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x^3}$
- D.  $-\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x^3}$
- E.  $-\frac{1}{x^2}$

## Soal 3.

Diketahui  $f(x) = 6x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x - 3$  dan  $f'$  adalah turunan pertama dari  $f$ . Nilai dari  $f'(1) = \dots$

- A. 20
- B. 21
- C. 23
- D. 25
- E. 26

#### Soal 4.

Diketahui  $f(x) = (3x^2 - 5)^4$ . Jika  $f'$  adalah turunan pertama dari  $f$ , maka nilai  $f'(x) = \dots$

- A.  $4x(3x^2 - 5)^3$
- B.  $6x(3x^2 - 5)^3$
- C.  $12x(3x^2 - 5)^3$
- D.  $24x(3x^2 - 5)^3$
- E.  $48x(3x^2 - 5)^3$

#### Soal 5.

Turunan fungsi  $y = \sqrt[4]{(2x^2 - 3)^3}$  adalah .....

- A.  $\frac{x}{\sqrt[4]{2x^2-3}}$
- B.  $\frac{3x}{\sqrt[4]{2x^2-3}}$
- C.  $\frac{16x}{3\sqrt[4]{2x^2-3}}$
- D.  $-3x^4\sqrt{2x^2-3}$
- E.  $3x^4\sqrt{2x^2-3}$

Soal 6.

Turunan pertama fungsi  $f(x) = (6x - 3)^3 (2x - 1)$  adalah  $f'(x)$ . Nilai  $f'(1) =$  ....

- A. 18
- B. 24
- C. 54
- D. 162
- E. 216

Soal 7.

Jumlah dua bilangan positif  $x$  dan  $y$  adalah 18. Nilai maksimum  $x \cdot y$  adalah ....

- A. 100
- B. 81

- C. 80
- D. 77
- E. 72

Soal 8.

Jika garis singgung pada kurva  $y = x^2 + ax + 9$  di titik yang berabsis 1 adalah  $y = 10x + 8$  maka  $a = \dots$

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9
- E. 10

Soal 9.

Suatu perusahaan memproduksi  $x$  unit barang dengan biaya

$(4x^2 - 8x + 24)$  ribu rupiah untuk tiap unit. Jika barang tersebut terjual habis dengan harga Rp 40.000,00 untuk tiap unit, maka keuntungan maksimum yang diperoleh perusahaan tersebut adalah  $\dots\dots$

- A. Rp. 16.000,00
- B. Rp. 32.000,00
- C. Rp. 48.000,00
- D. Rp. 52.000,00

- E. Rp. 64.000,00

**Soal 10.**

Suatu pembangunan proyek gedung sekolah dapat diselesaikan dalam

$x$  hari dengan biaya proyek per hari  $\left(2x - 600 + \frac{30}{x}\right)$  ribu rupiah. Agar biaya proyek minimum, proyek tersebut harus diselesaikan dalam waktu .... hari.

- A. 80  
 B. 100  
 C. 150  
 D. 240  
 E. 320

**Soal 11.**

Proyek pembangunan suatu gedung dapat diselesaikan dalam  $x$  hari

dengan menghabiskan biaya proyek per hari sebesar  $\left(3x - 180 + \frac{5.000}{x}\right)$  ratus ribu rupiah. Biaya minimum proyek pembangunan gedung tersebut adalah ... juta rupiah.

- A. 220  
 B. 225  
 C. 230

- D. 260
- E. 280

**Soal 12.**

Sebuah peluru ditembakkan ke atas. Jika tinggi  $h$  meter setelah  $t$  detik dirumuskan dengan  $h(t) = 120t - 5t^2$ , maka tinggi maksimum yang dicapai peluru tersebut adalah .... meter.

- A. 270
- B. 320
- C. 670
- D. 720
- E. 770

**Soal 13.**

Turunan dari  $y = (1 - x)^2 (2x + 3)$  adalah ....

- A.  $5x^3$
- B.  $3x^3 + 3x$
- C.  $2x^4 - 2x$
- D.  $x^4 + x^2 - x$
- E.  $5x^4 + 3x^2 - 2x$

**Soal 14.**

Diketahui  $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$  dan  $g(x) = x^2 + 3x - 3$ . Jika  $h(x) = f(x) - 2g(x)$ , maka  $h'(x) = \dots$

- A.  $4x - 8$
- B.  $4x - 2$
- C.  $10x - 11$
- D.  $2x - 11$
- E.  $2x + 1$

**Soal 15.**

Turunan pertama dari  $f(x) = (2 - 6x)^3$  adalah  $f'(x) = \dots$

- A.  $-18(2 - 6x)^2$
- B.  $-\frac{1}{2}(2 - 6x)^2$
- C.  $3(2 - 6x)^2$
- D.  $18(2 - 6x)^2$
- E.  $\frac{1}{2}(2 - 6x)^2$

 Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi
0.00	Belum lulus. Lakukan review pembelajaran



Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

## Daftar Pustaka

Buku Paket Matematika kelas XI 2017, Pusat Kurikulum dan Pembukuan, Kemdikbud

Soal dan Pembahasan Turunan Fungsi Aljabar - "ILMUKU DUNIAKU" [ilmuku-duniaku14.blogspot.com/2016/11/soal-dan...](http://ilmuku-duniaku14.blogspot.com/2016/11/soal-dan...) .

Contoh Soal dan Pembahasan Tentang Diferensial (Turunan) [...www.ajarhitung.com/2017/02/contoh-soal-dan-pembahasan...](http://www.ajarhitung.com/2017/02/contoh-soal-dan-pembahasan...) .

Soal dan Pembahasan – Aplikasi Turunan (Diferensial [...mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-aplikasi...](http://...mathcyber1997.com/soal-dan-pembahasan-aplikasi...) .

Wilson Simangunsong, 2016, Matematika Wajib Kelas XI SMA/MA Kurikulum 2013 Edisi Revisi, Penerbit Gematama, Jakarta.

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia, 2017, Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI, PT. Tiga Serangkai Pustaka Mandiri, Solo.