

E-Modul



MATEMATIKA



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas

Kelas X

e-Modul

Direktorat Pembinaan SMA



Penyusun :

Serry Widiarti, S.Pd
SMA Negeri 1 Muara Jawa

Tim Pengembang :

Anim Hadi Susanto, M.Pd
Sukaryadi, S.Pd
Dr. Siswanto, M.Pd
Agus Wahyudi, S.Pd
Andi Prabowo, M.Pd
Heru Suseno, M.Pd
Latif Zamroni, M.Pd
Tri Rusdiono, S.Pd
Suyudi Suhartono, S.Pd
Langgeng Hadi P, ST
I Nyoman Pasek, M.Pd
Ismuji, S.Pd
Titut Ariyanto, M.Pd

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

e-Modul

Direktorat Pembinaan SMA



Fungsi

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Daftar Isi

- [Glosarium](#)
- [Pendahuluan](#)
 - [Petunjuk Penggunaan Modul](#)
 - [Kompetensi](#)
- [Pembelajaran I](#)
 - [Tujuan Pembelajaran](#)
 - [Deskripsi Singkat Materi](#)
 - [Latihan Essay](#)
 - [Latihan Pembelajaran 1](#)
 - [Rangkuman](#)
- [Pembelajaran II](#)
 - [Fungsi Linier](#)
 - [Penggambaran Fungsi Linear](#)
- [Pembelajaran III](#)
 - [FUNGSI Rasional](#)
- [Rangkuman](#)
- [Latihan Pembelajaran II dan III](#)
- [Penilaian Diri](#)
- [Evaluasi](#)
- [Daftar Pustaka](#)

Glosarium

SPLTV Kumpulan tiga persamaan linier dengan tiga variabel

Homogen sebuah sistem persamaan-persamaan linear dikatakan homogen jika memuat konstan sama dengan nol

Eliminasi suatu cara menyelesaikan persamaan dengan cara menghilangkan salah satu dari variabel yang ada.

Substitusi suatu cara menyelesaikan persamaan dengan memasukkan salah satu persamaan ke dalam persamaan yang lain.

Trivial penyelesaian yang tunggal Sistem persamaan Linier Tiga Variabel suku konstanta nol, yaitu $x = y = z = 0$, yang disebabkan sistem persamaan linear tersebut memiliki suku konstan nol



Daftar Isi

Pendahuluan

Rumusan Kompetensi Sikap Spiritual yaitu “Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya”. Adapun rumusan Kompetensi Sikap Sosial yaitu “Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan proaktif; sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia”.

KI 3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI 4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

Perhatikan petunjuk berikut untuk memahami materi-materi tersebut.

- 1). Tiap kegiatan pembelajaran dilengkapi dengan uraian materi, rangkuman, tugas dan soal-soal latihan yang bisa Kalian kerjakan.
- 2). Pelajari dengan seksama agar Kalian benar-benar memahaminya.
- 3). Apabila setelah mengerjakan tugas atau soal-soal latihan, ternyata masih merasa kurang paham, Kalian dapat mempelajarinya kembali bagian-bagian tersebut sampai Kalian memahami betul.
- 4). Selanjutnya, silahkan Kalian baca dan pelajari mulai dari kegiatan pembelajaran satu.

KOMPETENSI

Kompetensi Dasar dan Indikator

- 3.5 Menjelaskan dan menentukan fungsi (terutama fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional) secara formal yang meliputi notasi, daerah asal, daerah hasil, dan ekspresi simbolik, serta sketsa grafiknya.
 - 3.5.1 Menjelaskan fungsi linier
 - 3.5.2 Menentukan titik potong sumbu x dan y dari fungsi linier
 - 3.5.3 Menentukan fungsi linier jika diketahui grafik fungsi linier
 - 3.5.4 Menjelaskan fungsi kuadrat
 - 3.5.5 Menentukan titik potong sumbu x dan y grafik fungsi kuadrat
 - 3.5.6 Menentukan titik ekstrem grafik fungsi kuadrat
 - 3.5.7 Menjelaskan fungsi rasional
 - 3.5.8 Menggunakan table dan grafik fungsi rasional
- 4.5 Menganalisis karakteristik masing-masing grafik (titik potong dengan sumbu, titik puncak, asimtot) dan perubahan grafik

fungsinya akibat transformasi $f^{-1}(f(x))$, $f(f^{-1}(x))$ dsb

4.5.1 Menyajikan gambar grafik fungsi linier

4.5.2 Menyajikan gambar grafik fungsi kuadrat

4.5.3 Menyajikan gambar grafik fungsi rasional

Semoga sukses !



Daftar Isi

Tim Pengembang e-Modul

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Pembelajaran I

TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui pendekatan saintifik dengan menggunakan model pembelajaran Cooperative Learning, peserta didik dapat mendeskripsikan Fungsi kuadrat, Fungsi Linier, dan Fungsi Rasional dan menyajikan grafiknya dengan penuh tanggung jawab, bekerja keras dan bekerja sama.

DESKRIPSI SINGKAT MATERI



Gambar 1: Bola Basket
(sumber: Dokumen Pribadi)

Pada pertandingan bola basket para pemain menggunakan bola dengan cara meneribell setelah itu memasukkan bola kedalam ring basket, pada saat pemain melempar bola pada ring basket gerakan pemain dan bola itu membentuk lintasan lengkungan seperti grafik atau lengkungan yang berbentuk parabola. Pada meteri ini kita dapa mempelajari titik potong sumbu x dan y berserta penyelesaiannya?

Agar anda dapat mengetahui jawabannya, pelajailah materi berikut dengan rajin dan semangat.

K

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

FUNGSI KUADRAT

1. Pengertian Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat yaitu suatu fungsi yang pangkat variable tertingginya adalah dua.

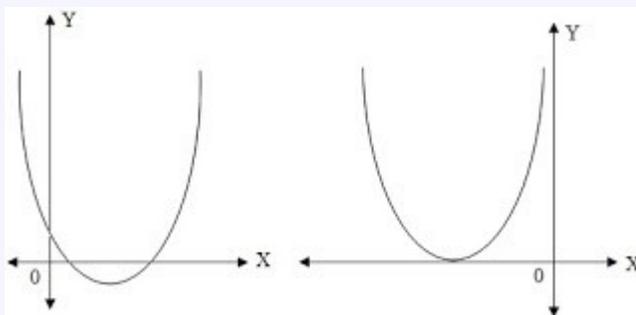
Bentuk umum:

$$y = ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0 \text{ dan } b \text{ elemen } R$$

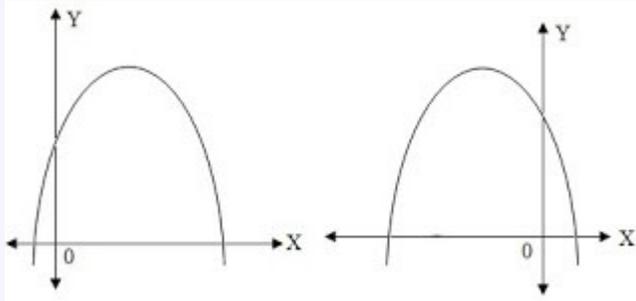
2. Grafik Fungsi Kuadrat

Grafik fungsi kuadrat berupa parabola dengan posisi parabola ditentukan oleh nilai a

a. Jika $a > 0$ maka parabola terbuka keatas



Jika $a < 0$ maka parabola terbuka kebawah



3. Titik Potong terhadap Sumbu-sumbu Koordinat

Titik potong terhadap sumbu-sumbu koordinat, terdiri atas dua macam, yakni:

a. Titik potong terhadap sumbu X

Agar grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + bx + c = 0$

memotong sumbu-x, maka nilai y haruslah sama dengan nol

$$y = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2)$$

Jadi koordinat titik potongnya adalah $(x_1, 0)$ atau $(x_2, 0)$

b. Titik potong pada sumbu Y

Agar grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + bx + c = 0$ memotong sumbu y maka nilai haruslah sama dengan nol.

$$x = 0 \Leftrightarrow y = a(0)^2 + b(0) + c = c$$

Koordinat titik potongnya adalah $(0, c)$

4. Titik Puncak/Titik Balik dan Sumbu Simetri

Bentuk $y = ax^2 + bx + c = 0$ dapat ditulis menjadi $y = x^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b}{2a}, y = \frac{-D}{4a}$$

Catatan: $D = b^2 - 4ac$

x disebut sumbu simetri

y disebut titik puncak/titik balik (ekstrem)

=>Jika $D > 0$ maka $y_{\text{eks}} = y_{\text{min}}$

=>Jika $D < 0$ maka $y_{\text{eks}} = y_{\text{max}}$

Titik puncak parabola : $x = \frac{-b}{2a}, y = \frac{-D}{4a}$

=>Jika $a > 0$ maka titik puncak adalah titik balik minimum dan parabola terbuka keatas.

=>Jika $a < 0$ maka titik puncak adalah titik balik maksimum dan parabola terbuka kebawah.

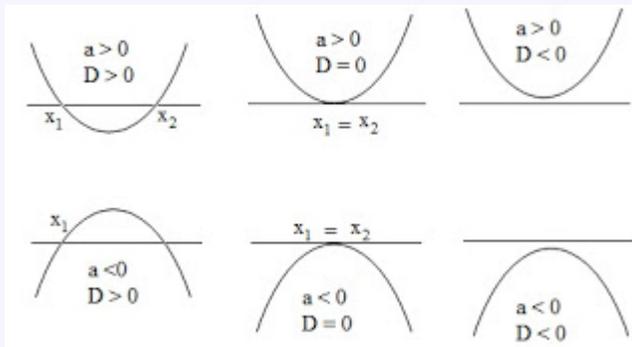
5. Kegunaan Diskriminan pada Fungsi Kuadrat

a. Mengetahui hubungan parabola dengan sumbu X

- 1) Jika $D > 0$ maka parabola memotong sumbu X pada dua titik
- 2) Jika $D = 0$ maka parabola menyinggung sumbu X
- 3) Jika $D < 0$ maka parabola tidak menyinggung ataupun memotong sumbu X

Perhatika grafik fungsi kuadrat

$$y = x^2 + bx + c = 0$$



b. Mengetahui hubungan parabola dengan garis

Untuk menentukan apakah suatu garis itu memotong atau tidak memotong parabola, maka dapat dilakukan dengan cara mensubstitusikan garis ke parabola, dan hasilnya seperti di bawah ini.

- 1) Jika $D > 0$ maka garis memotong parabola di titik
- 2) Jika $D = 0$ maka garis menyinggung parabola (berpotongan di satu titik)
- 3) Jika $D < 0$ maka garis tidak menyinggung ataupun memotong parabola

6. Menentukan Persamaan Kurva dari Fungsi Kuadrat

Untuk menentukan persamaan kurva jika grafik fungsi kuadratnya diketahui dapat dilakukan dengan cara berikut.

a. Jika diketahui titik puncak $= (x_p, y_p)$ gunakan

$$\text{rumus: } y = a(x - x_p)^2 + y_p$$

b. Jika diketahui titik potong dengan sumbu X yakni $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$

gunakan rumus $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

c. Jika yang diketahui selain titik pada poin a dan b, maka gunakan

$$\text{rumus: } y = x^2 + bx + c = 0$$

Latihan Essay

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokan dengan alternatif penyelesaiannya!

01. Salah satu akar persamaan adalah $6x^2 - 5x + 18 = 0$ Akar yang lain adalah ...

Alternatif penyelesaian

02. Jika m dan n akar-akar persamaan $x^2 - 4x - 7 = 0$ maka nilai $m^2 + n^2$ sama dengan ...

Alternatif penyelesaian

03. Persamaan $x^2 + (t - 2)x + t + 6 = 0$ memiliki akar kembar. Nilai t yang memenuhi adalah ...

Alternatif penyelesaian

04. Persamaan $x^2 + (t - 2)x + t + 6 = 0$ memiliki akar kembar. Nilai t yang memenuhi adalah ...

Alternatif penyelesaian



Daftar Isi

Latihan Pembelajaran 1

Kerjakan soal-soal berikut dengan memilih jawaban yang paling tepat!

01. Selisih akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ sama dengan 4. Nilai k sama dengan

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

02. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $x_1^2 + x_2^2$ adalah

- A. 39
- B. 40
- C. 41
- D. 42
- E. 43

03. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $x_1^3 + x_2^3$ adalah

- A. 823
- B. 382

C. 328

D. 283

E. 238

04. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $4x_1 + 4x_2$ adalah

A. 24

B. 25

C. 26

D. 27

E. 28

05. Salah satu akar persamaan kuadrat $x^2 - 9x + (k - 4) = 0$ adalah dua kali akar yang lain. Nilai k sama dengan

A. 22

B. 23

C. 25

D. 26

E. 30



Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi



Daftar Isi

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Rangkuman

01. Fungsi kuadrat yaitu suatu fungsi yang pangkat variable tertingginya adalah dua. Bentuk umum: $y = x^2 + bx + c = 0$, a bukan 0 dan b elemen R
02. Fungsi adalah hubungan antara satu variable dengan variable lain yang masing-masing variable tersebut saling mempengaruhi. Bentuk Umum: $y = ax + b$ b. Pengertian fungsi rasional adalah fungsi dengan bentuk umum :

$$v(x) = \frac{p(x)}{d(x)}$$



Daftar Isi

Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi linear dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
02.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi kuadrat dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
03.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi rasional dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
04.	Saya dapat menyebutkan pengertian fungsi dan menyimpulkannya sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
05.	Saya dapat Menganalisis karakteristik masing-masing grafik	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.



Daftar Isi

Pembelajaran II

FUNGSI LINIER

Fungsi adalah hubunngan antara satu variable dengan variable lain yang masing-masing variable tersebut saling mempengaruhi. Variabel / peubah yaitu suatu besaran yang didalam suatu permasalahan nilainya dapat berubah . Variabel bebas independent variable yaitu peubah yang nilainya tidak tergantung pada peubah lain dan nilai peubah lain ini akan menentukan nilai fungsi yang bersangkutan. Variabel tergantung dependent variable yaitu peubah dependent variable yaitu peubah yang nilainya tidak tergantung pada peubah lainnya. Fungsi adalah hubungan antara satu variable lain yang masing-masing variable tersebut saling mempengaruhi. Variable / peubah yaitu Variabel bebas suatu besaran yang didalam suatu permasalahannya nilainya dapat berubah-ubah.

Bentuk umumnya adalah: $y = ax + b$

Dimana:

a = koefisien arah

b = konstanta yang merupakan titik potong

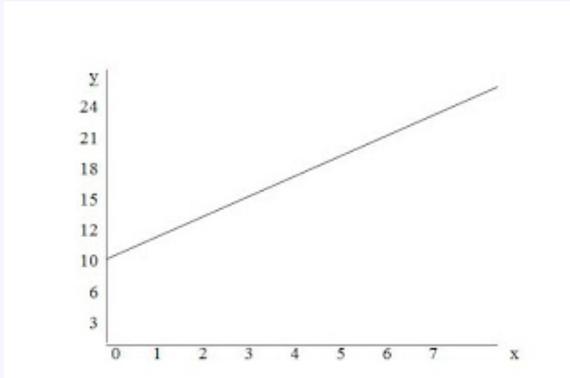
x = variabel bebas

y = variabel tergantung

PENGGAMBARAN FUNGSI LINEAR

Cara daftar digunakan untuk melihat perubahan nilai angka dari peubah bebas dab peubah tergantungnya. Contoh : $y = 2x + 10$

X	0	1	2	3	4	5	6	7

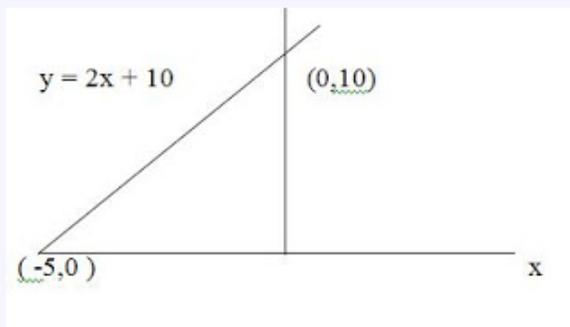


cara matematis dengan cara mencari ciri matematis dari persamaan yang bersangkutan.

$$y = 2x + 10$$

- Titik potong sumbu y apabila $x = 0$ maka $y = 2(0) + 10 = 10$
- Sehingga titik potong pada sumbu y = $(0,10)$
- Titik potong sumbu x apabila $y = 0$ maka $0 = 2x + 10$

$$x = -5$$



sehingga titik potong pada sumbu x = $(-5,0)$

Mencari fungsi linear

a. Metode dua titik (dwi koordinat)

merupakan metode pembentukan persamaan linear (garis lurus) dari dua buah titik yang diketahui:

$$(y - y_1) / (y_2 - y_1) = (x - x_1) / (x_2 - x_1)$$

Contoh:

Buatlah persamaan garis lurus yang melalui titik A (4,2) dan B (2,6)

Penyelesaian:

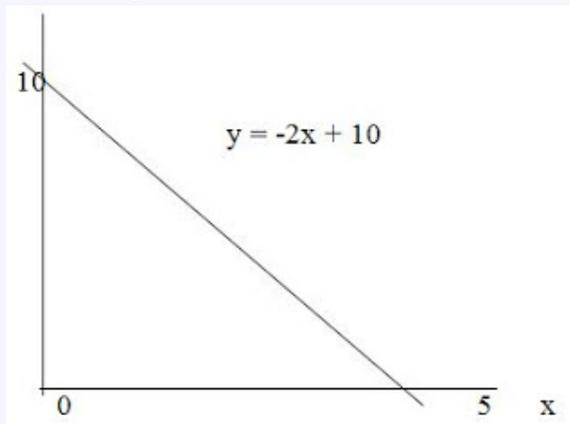
$$(y - 2) / (6 - 2) = (x - 4) / (2 - 4)$$

$$(y - 2) / (4) = (x - 4) / (-2)$$

$$-2y + 4 = 4x - 16$$

$$-2y = 4x - 20$$

$$y = -2x + 10$$



b. Metode titik potong sumbu

digunakan untuk kasus tertentu, yaitu jika suatu titik A (x_1, y_1) merupakan titik potong sumbu Y, misalnya pada titik (0,b) dan titik B (x_2, y_2) merupakan titik potong sumbu x misalnya pada (a,0) maka persamaan garisnya dapat dibentuk sbb :

$$\frac{y}{b - 1} = -\frac{x}{a}$$

$$\frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1$$

contoh :

Apabila diketahui suatu garis dengan titik potong sumbu y adalah (0,6) dan titik potong sumbu x adalah (4,0), carilah persamaan garisnya

Penyelesaian:

$$\frac{y}{b - 1} = -\frac{x}{a}$$

$$\frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1$$

$$\frac{y}{6} + \frac{x}{4} = 1$$

$$\frac{12y}{6} + \frac{12x}{4} = 12$$

$$2y + 3x = 12$$

$$2y = -3x + 12$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 6$$

c. Metode kemiringan garis dan titik

Apabila diketahui suatu titik A (x_1, y_1) dan dilalui oleh suatu garis lurus yang memiliki kemiringan m , maka persamaannya adalah :

$y - y_1 = m(x - x_1)$ persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan sebesar m .

contoh:

Carilah persamaan garis yang melalui suatu titik (4,2) dan kemiringan -3

Penyelesaian:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -3(x - 4)$$

$$= -3x + 12$$

$$y = -3x + 14$$

d. Metode kemiringan garis dan titik potong sumbu

Apabila diketahui suatu titik yang berkoordinat (0,b) merupakan titik potong dengan sumbu y, sebuah garis lurus yang memiliki kemiringan garis m , maka persamaan garis tersebut adalah $y = mx + b$, merupakan persamaan garis yang melalui titik potong sumbu y dengan kemiringan m .

contoh :

Bila suatu garis memiliki titik potong dengan sumbu y pada (0,-4) dan kemiringannya 5 maka tentukan persamaannya.

Penyelesaian:

$$y = mx + b$$

$$y = 5x - 4$$

Pembelajaran III

FUNGSI RASIONAL

a. Pengertian

fungsi rasional adalah fungsi dengan bentuk umum :

$$V(x) = \frac{p(x)}{d(x)}$$

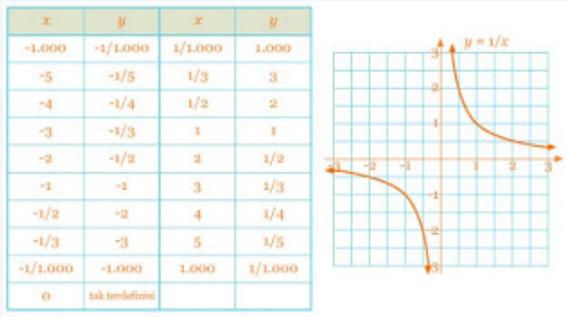
Dimana $p(x)$ dan $d(x)$ adalah polinomial dengan syarat $d(x) \neq 0$. Daerah asal/domain dari $V(x)$ adalah x untuk semua bilangan real diluar pembuat nol $d(x)$ (akar akar dari fungsi d).

Contoh fungsi rasional yang paling sederhana adalah $f(x) = \frac{1}{x}$ dan $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Untuk contoh yang lebih rumit bisa saja diambil misalkan fungsi $f(x) = \frac{(3x-5)}{(2x+1)}$ Untuk ini domainnya adalah $x \neq -\frac{1}{2}$ karena $-\frac{1}{2}$ adalah pembuat nol dari $d(x)$. Coba perhatikan kembali fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$,

fungsi tersebut dinamakan fungsi kebalikan. Sebab, jika diambil nilai x sembarang - selain pembuat nol. Maka akan diperoleh kebalikan dari nilai itu. Ini artinya semakin besar nilai x maka nilai fungsi akan semakin kecil. Hal yang berkebalikan itulah yang menjadi sebutan ,fungsi terbalik. Jika

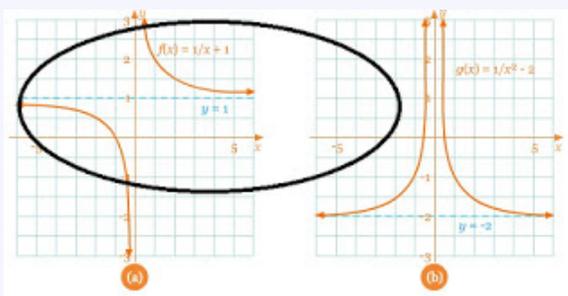
digambarkan maka diperoleh gambar seperti berikut.



Jika diperhatikan gambar diatas, pada titik $x = 0$ hasilnya jika di substitusikan pada fungsi $1/x$ hasilnya tak hingga, artinya tidak ada titik $(0,...)$ yang dilalui oleh grafik. Salah satu keunikan yang di dapat adalah untuk bagian kurva di kuadran x menuju tak berhingga maka nilai $f(x)$ mendekati nol. Kurva tersebut mengindikasikan bahwa grafik adalah fungsi ganjil.

Sekarang bagaimana dengan $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Jika digambarkan akan diperoleh seperti di bawah ini.



Gambar yang diperoleh hampir sama dengan kurva $\frac{1}{x}$. Dari bentuk seperti itulah bisa didefinisikan sifat asimtot, dimana $y = 0$ adalah asimtot horizontal dari fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$ dan $f(x) = \frac{1}{x^2}$ bisa disimpulkan.

Asimtot Horizontal adalah jika diberikan suatu konstanta k , garis $y = k$ dari fungsi $V(x)$ jika x , menyebabkan $V(x)$ mendekati k : $x \rightarrow -\infty, V(x) \rightarrow k$ atau $x \rightarrow \infty, V(x) \rightarrow k$.

Sementara asimtot vertikal bisa didefinisikan dalam kalimat matematis,

Asimtot Vertikal adalah jika diberikan suatu konstanta h , garis $x = h$, untuk fungsi V jika x mendekati h , $V(x)$ akan bertambah atau berkurang tanpa batas: ketika $x \rightarrow h^+$, $V(x) \rightarrow \pm\infty$ atau ketika $x \rightarrow h^-$, $V(x) \rightarrow \pm\infty$.

Jadi asimtot untuk $f(x) = \frac{1}{x}$

adalah $y = 0$ dan $x = 0$ untuk asimtot vertikal. Lebih sederhananya bisa dihitung dengan menggunakan rumus asimtot di bawah ini.

Pangkat 1

$$f(x) = \frac{a}{(x \pm h)} \pm k \quad y=k \text{ asimtot Horizontal}$$

Pangkat 2

$$g(x) = \frac{a}{(x \pm h)^2} \pm k \quad x = h \text{ asimtot vertikal}$$

Pada gambar (a) di bawah ini menunjukkan garis asimtot horizontal pada $y = 1$, yang menggambarkan grafik $f(x)$ sebagai translasi grafik $y = \frac{1}{x}$ ke atas sejauh 1 satuan. Gambar (b) menunjukkan garis asimtot horizontal pada $y = -2$, yang menggambarkan grafik $g(x)$ sebagai pergeseran grafik $y = \frac{1}{x^2}$ ke bawah sejauh 2 satuan.

Soal: 1. Gambarlah grafik fungsi

$$y = f(x) = \frac{2x - 4y}{x - 1}$$

Penyelesaian:

Titik potong dengan sumbu x , untuk $y = 0$

$$0 = \frac{2x - 4y}{x - 1}$$

$$2x - 4 = 0, \text{ maka } x = 2$$

Jadi koordinat titik potong dengan sumbu x yaitu $(2,0)$

Titik potong dengan sumbu y , untuk $x = 0$

$$y = 0 - 4 / 0 - 1 = -4 / -1 = 4$$

Jadi koordinat titik potong dengan sumbu y yaitu (0,4)

Asimtot datar, $y = a/c = 2$

Asimtot tegak, $x = -d/c = 1$

Daerah grafik fungsi :

$2x - 4 = 0$, maka $x = 2$ dan $x - 1 = 0$, maka $x = 1$

Beberapa titik Bantu

x	-3	-1	0	1	2	3	5
y	$2\frac{1}{2}$	3	4	~	0	1	$3/2$

Soal: 2. Grafik fungsi $f(x) = ax + b / cx + d$ melalui titik (5, -3/2) dan mempunyai asimtot dengan persamaan $y = -5$ dan $x = -5$. Tentukan persamaan fungsi tersebut dan gambar grafiknya !

Penyelesaian:

$y = -5$ adalah asimtot tegak dengan rumus $y = a/c$

Jadi $a/c = -5$, maka $a = -5c$

$x = -5$ adalah asimtot datar dengan rumus $x = -d/c$

Jadi $-d/c = -5$, maka $d = 5c$

Grafik melalui titik (5, -3/2) artinya :

$$y = ax + b / cx + d$$

$$-3/2 = 5a + b / 5c + d$$

$$-3 (5c + d) = 2 (5a + b)$$

$$-15c - 3d = 10a + 2b$$

$$-15c - 15c = -50c + 2b$$

$$-30c + 50c = 2b$$

$$b = 20/2 c = 10c$$

Jadi persamaannya adalah :

$$y = ax + b/cx + d = -5cx + 10c/cx + 5c = -5x + 10/x + 5$$

Latihan Soal

1. Gambar grafik dari fungsi berikut :

a. $f(x) = 2x/x - 3$

b. $f(x) = 3x - 18 / x + 3$

2. Grafik fungsi $y = ax + b/cx + d$ melalui titik $(2, -3/2)$ serta mempunyai asimtot tegak $x = -2$ dan asimtot datar $y = 2$. Tentukan persamaannya dan gambar grafiknya !

b. Fungsi rasional berbentuk $f(x) = (ax + b) / (px^2 + qx + c)$

Untuk menggambar grafik fungsi berbentuk $y = f(x) = ax + b / px^2 + qx + r$, kita perlukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan titik potong dengan sumbu x , $y = 0$

$$(ax + b) / (px^2 + qx + r = 0)$$

$$\text{Jadi } ax + b = 0 \rightarrow x = -b/a, \text{ maka } (-b/a, 0)$$

2. Menentukan titik potong dengan sumbu y , $x = 0$

$$y = b/r, \text{ maka } (0, b/r)$$

3. a. Asimtot datar, $x \rightarrow \sim$

$$y = 0$$

b. Asimtot tegak, $y \rightarrow \sim$

berarti $px^2 + qx + r = 0$

4. Menentukan titik stasioner

5. Daerah grafik

6. Sketsa grafik

Contoh soal 1:

1. Gambarlah grafik: $y = (x + 2) / (x^2 - 2x - 3)$

Jawab :

$y = (x + 2) / (x^2 - 2x - 3)$, didapat $a = 1, b = 2, p = 1, q = -2, r = -3$

Titik potong dengan sumbu $x, y = 0$

$x = -b/a = -2/1 = -2$, jadi $(-2, 0)$

Titik potong dengan sumbu $y, x = 0$

$y = b/r = 2/-3$, jadi $(0, -2/3)$

a. Asimtot datar $y = 0$

b. Asimtot tegak, $x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3$ dan $x = -1$

Titik stasioner

$y = x + 2 / x^2 - 2x - 3$ menjadi $y(x^2 - 2x - 3) = x + 2$

maka $yx^2 - 2xy - 3y - x - 2 = 0$

$yx^2 - (2y + 1)x - (3y + 2) = 0$

Syarat : $D = 0$, mempunyai dua akar real

$(-(2y + 1))^2 - 4y(-3y - 2) = 0$

$4y^2 + 4y + 1 + 12y^2 + 8y = 0$ menjadi $16y^2 + 12y + 1 = 0$ dst

soal 2.

Diketahui grafik fungsi $y = (2x + b) / (px^2 + qx + r)$, memotong sumbu x dititik (3,0) dan sumbu y dititik (0 , 3/2) serta mempunyai asimtot tegak $x = 2$ dan $x = -2$. Tentukan persamaan fungsi tersebut !

Jawab : dst

c. Fungsi rasional berbentuk $f(x) = (ax^2 + bx + c) / (px^2 + qx + r)$

Untuk menggambar grafik ini diperlukan langkah-langkah sbb ;

1. Titik potong dengan sumbu x, $y = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$. Akar-akar dari persamaan tsb merupakan absis titik potong dengan sumbu x

2. Titik potong dengan sumbu y, $x = 0$. Didapat $y = c/r$

3. Asimtot datar diperoleh apabila $x \rightarrow \infty$. Dan dapat $y = a/p$

4. Titik potong kurva dengan asimtot datar

$y = a/p$ maka didapat $x = (ar - cp) / (bp - aq)$

maka koordinatnya $((ar - cp) / (bp - aq), a/p)$, dengan syarat $bp - aq \neq 0$

Asimtot tegak diperoleh apabila $y \rightarrow \infty$. Dan didapat dari akar-akar persamaan

$$px^2 + qx + r = 0$$

5. Menentukan titik stasioner

6. Daerah grafik

7. Menentukan beberapa titik Bantu

8. Menggambar grafik fungsi

d. Fungsi rasional berbentuk $f(x) = ax^2 + bx + c / px + q$

Langkah-langkahnya sama, hanya tidak mempunyai asimtot datar tetapi mempunyai asimtot miring. Sedangkan cara mencari asimtot miring dibagi pembilang $ax^2 + bx + c$ dengan penyebut $px + q$, sehingga didapat bentuk

$$y = (mx+n) + d / px + q \text{ dan untuk persamaan asimtot miring adalah } y = mx + n$$

Soal :

Gambar grafik fungsi :

a. $y = (x^2 - x - 6) / (x - 1)$

b. $y = x^2 / (x + 2)$



Daftar Isi

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Rangkuman

01. Fungsi kuadrat yaitu suatu fungsi yang pangkat variable tertingginya adalah dua. Bentuk umum: $y = x^2 + bx + c = 0$, a bukan 0 dan b elemen R

02. Fungsi adalah hubungan antara satu variable dengan variable lain yang masing-masing variable tersebut saling mempengaruhi. Bentuk Umum: $y = ax + b$. Pengertian fungsi rasional adalah fungsi dengan bentuk umum :

$$V(x) = \frac{p(x)}{d(x)}$$

03. Fungsi kuadrat yaitu suatu fungsi yang pangkat variable tertingginya adalah dua.

Bentuk umum: $y = x^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ dan b elemen R

Fungsi adalah hubungan antara satu variable dengan variable lain yang masing-masing variable tersebut saling mempengaruhi.

Bentuk Umum: $y = ax + b$

Pengertian fungsi rasional adalah fungsi dengan bentuk

$$V(x) = \frac{p(x)}{d(x)}$$

umum :



Daftar Isi

Latihan Pembelajaran II dan III

Kerjakan soal-soal berikut dengan memilih jawaban yang paling tepat!

01. Gambar grafik fungsi $f(x) = (x^2 - 3x - 10) / (x^2 + 2x - 3)$

02. Grafik dengan persamaan $y = (x^2 + bx + c) / (px^2 + qx + 4)$, memotong sumbu x dititik (4,0) dan melalui titik (-4,2) serta memotong sumbu y dititik (0,-2), asimtot datarnya $y = 1$

03. Gambar grafik fungsi : a. $y = (x^2 - x - 6) / (x - 1)$

b. $y = x^2 / (x + 2)$



Daftar Isi

Tim Pengembang e-Modul

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi linear dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
02.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi kuadrat dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
03.	Saya dapat Menjelaskan dan menentukan fungsi rasional dan dapat menyimpulkan sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
04.	Saya dapat menyebutkan pengertian fungsi dan menyimpulkannya sendiri	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak
05.	Saya dapat Menganalisis karakteristik masing-masing grafik	<input type="radio"/> Ya	<input type="radio"/> Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.



Daftar Isi

Evaluasi

01. Salah satu akar persamaan kuadrat $x^2 - 9x + (k - 4) = 0$ adalah dua kali akar yang lain. Nilai k sama dengan

- A. 22
- B. 23
- C. 24
- D. 25
- E. 26

02. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $4x_1 + 4x_2$ adalah

- A. 24
- B. 25
- C. 26
- D. 27
- E. 28

03. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $x_1^3 + x_2^3$ adalah

- A. 238
- B. 283
- C. 382
- D. 328

E. 823

04. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 5 = 0$ maka nilai $x_1^2 + x_2^2$ adalah

A. 39

B. 40

C. 41

D. 42

E. 43

05. Selisih akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ sama dengan 4. Nilai k sama dengan

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. 5

06. Jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 15 = 0$ berturut-turut adalah

A. 3 dan -15

B. -3 dan -15

C. 3 dan 15

D. 3 dan 5

E. 3 dan -5

07. Jenis akar fungsi kuadrat $2x^2 - 6x = 0$ adalah

- A. Mempunyai dua akar real kembar
- B. Mempunyai dua akar real berbeda dan rasional
- C. Mempunyai dua akar real
- D. Tidak mempunyai akar real
- E. Mempunyai dua akar real berbeda dan irrasional

08. Salah satu akar persamaan kuadrat $3x^2 - (k - 2)x - 12 = 0$ merupakan lawan dari akar yang lain. Nilai k sama dengan

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

09. Agar persamaan kuadrat $x^2 - (k - 3)x - 8 = 0$ mempunyai akar -2 maka nilai k adalah

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2
- E. 1

10. Jenis akar fungsi kuadrat $4x^2 - 12x + 9 = 0$ adalah

- A. Mempunyai dua akar real berbeda

- B. Tidak mempunyai akar real
- C. Mempunyai dua akar real kembar
- D. Mempunyai dua akar real berbeda dan irrasional
- E. Mempunyai dua akar real berbeda dan rasional

 Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi

 Daftar Isi

Daftar Pustaka

Buku Matematika (Umum) Kelas X, Kementerian dan Kebudayaan Tahun 2016.

Buku Matematika (Wajib) Kelas X, Karangan: Sukino, Penerbit Erlangga Tahun 2016.

Buku Matematika (Wajib) Perspektif Kelas X, Karangan: Rosihan Ari Y. dan Indriyaniastuti, Penerbit Tiga Serangkai Tahun 2014.



Daftar Isi

Tim Pengembang e-Modul
Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan